



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI PADOVA



Dipartimento
di Ingegneria Industriale

Le turbomacchine

Corso di Macchine 1

Agenda

- ▶ La macchina a fluido e i suoi elementi
- ▶ Viste Rappresentative
- ▶ Parametri funzionali
- ▶ Principio di variazione della quantità di moto
 - ▶ La quantità di moto
 - ▶ Conservazione della quantità di moto
 - ▶ La quantità di moto nelle turbomacchine
 - ▶ Variazione della quantità di moto attraverso la girante
 - ▶ Spinta assiale
- ▶ Principio di variazione del momento della quantità di moto
- ▶ Scambio di energia
 - ▶ Rendimento idraulico
 - ▶ Turbomacchine vs. Macchine Volumetriche



Spinta assiale

$$R_a = \vec{R} \cdot \vec{j} = \int_{A_2} \vec{j} \cdot \vec{W} \rho W_n dA - \int_{A_1} \vec{j} \cdot \vec{W} \rho W_n dA + \int_{A_2} \vec{j} \cdot \vec{n} p dA + \int_{A_1} \vec{j} \cdot \vec{n} p dA$$

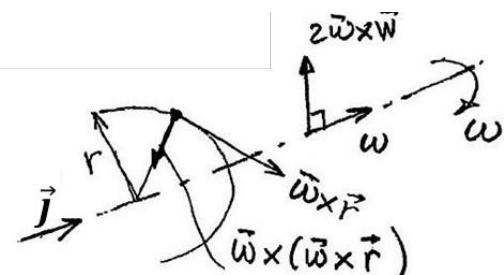
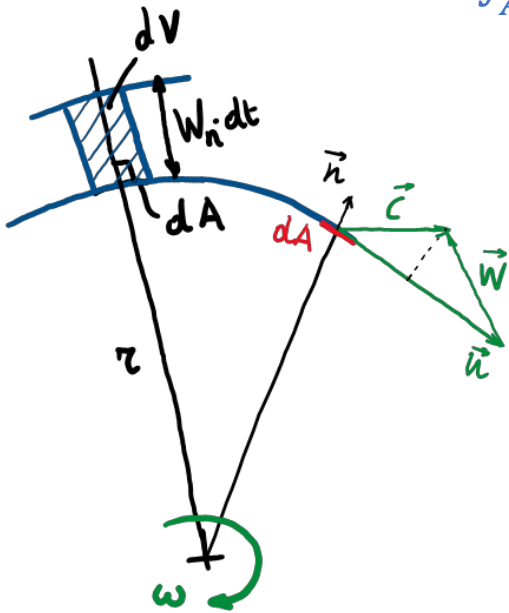
$$dQ_v = W_n dA = C_n dA$$

- Alla medesima equazione si perverrebbe anche se nella relazione precedente si sostituisse la velocità relativa $\vec{W}$ con quella assoluta $\vec{C}$ poiché:

$$\vec{C} = \vec{\omega} \times \vec{r} + \vec{W} \Rightarrow \vec{C} \cdot \vec{j} = (\vec{\omega} \times \vec{r}) \cdot \vec{j} + \vec{W} \cdot \vec{j} = \vec{W} \cdot \vec{j}$$

$$\Rightarrow R_a = \int_{A_2} \vec{j} \cdot \vec{C} \rho dQ_v - \int_{A_1} \vec{j} \cdot \vec{C} \rho dQ_v + \int_{A_2} \vec{j} \cdot \vec{n} p dA + \int_{A_1} \vec{j} \cdot \vec{n} p dA$$

- La spinta assiale del fluido sui supporti dell'albero è: $\vec{R}'_a = -\vec{R}_a$



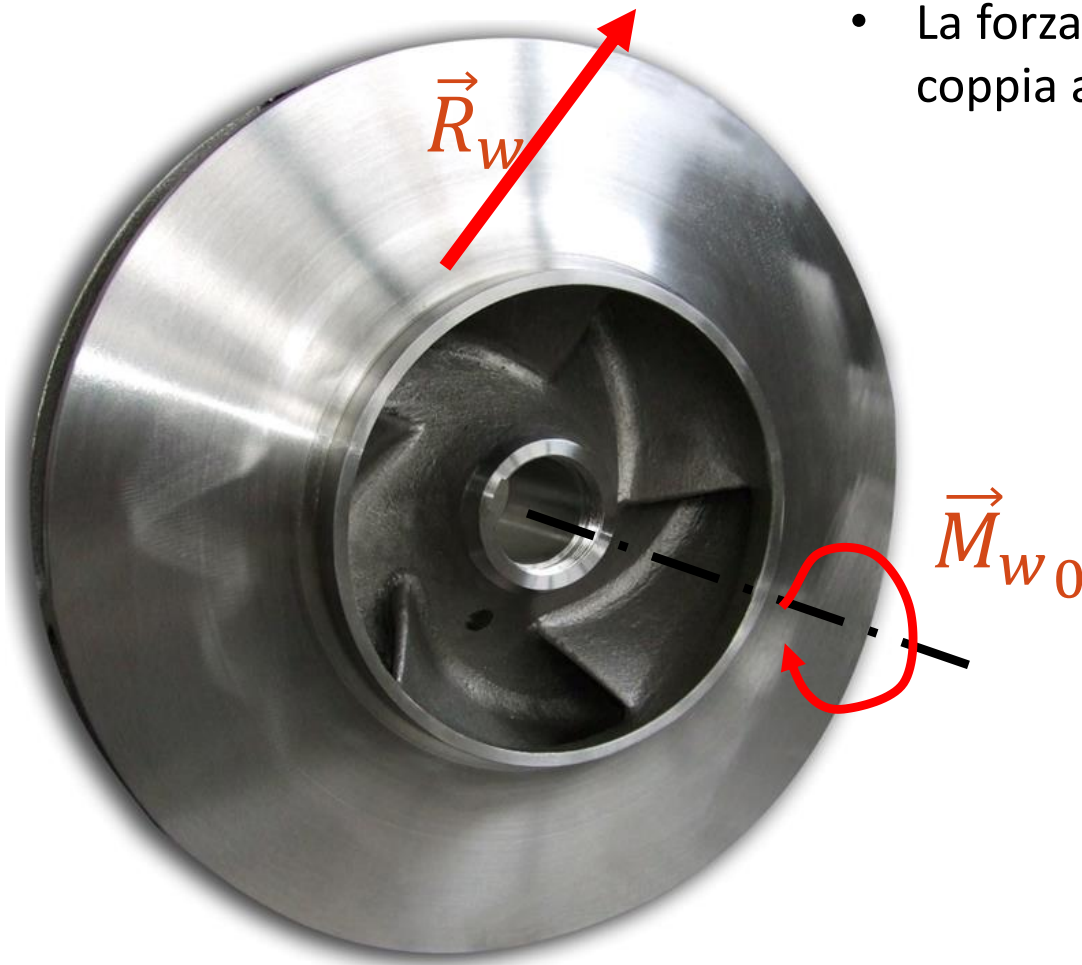
Principio di variazione del momento della quantità di moto

Variazione del momento della quantità di moto

- Il passaggio di una massa fluida attraverso la girante di una macchina idraulica determina l'insorgere di una forza risultante $\vec{R}_w$

- La forza risultante $\vec{R}_w$ determina l'insorgere di una coppia all'albero:

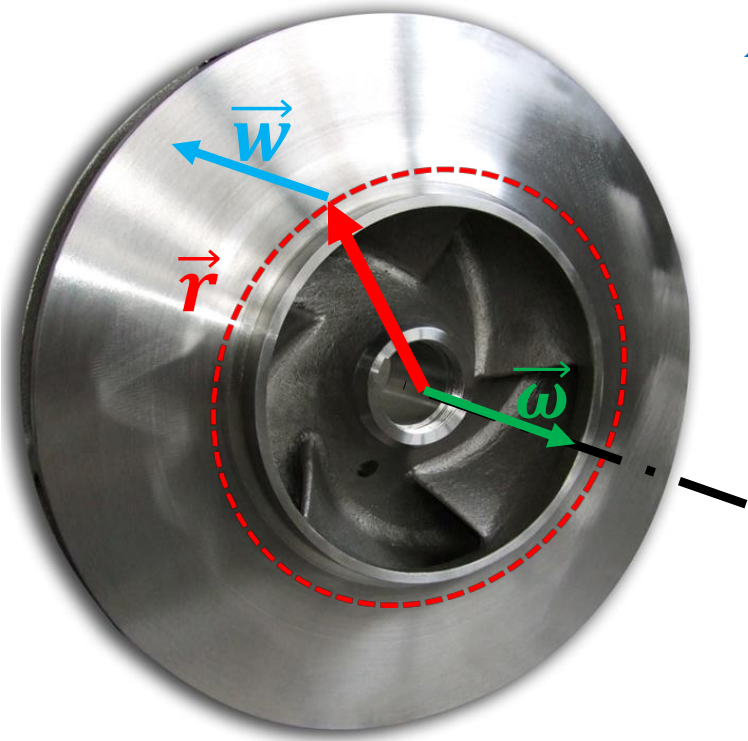
$$\vec{M}_{w0} = \vec{r} \times \vec{R}_w$$



Variazione del momento della quantità di moto

$$\vec{R}_w = \int_{A_2} \rho \vec{W} W_n dA - \int_{A_1} \rho \vec{W} W_n dA + \int_{A_2} \vec{n} p dA + \int_{A_1} \vec{n} p dA$$

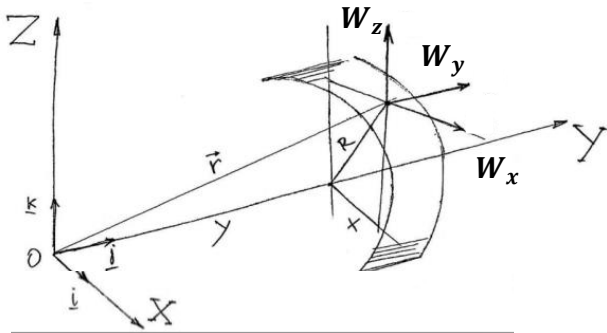
(regime di moto stazionario)



$$\vec{M}_{w0} = \vec{r} \times \vec{R}_w$$

$$\vec{M}_{w0} = \int_{A_2} \vec{r} \times \vec{W} \rho W_n dA - \int_{A_1} \vec{r} \times \vec{W} \rho W_n dA + \int_{A_2} \vec{r} \times \vec{n} p dA + \int_{A_1} \vec{r} \times \vec{n} p dA$$

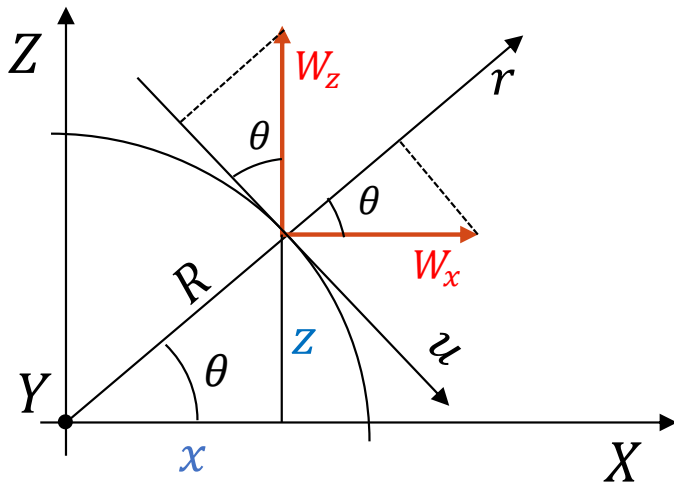
Variazione del momento della quantità di moto



$$\vec{M}_{w_a} = \vec{j} \left[\int_{A_2} R W_u \underbrace{\rho W_n dA}_{dQ_m} - \int_{A_1} R W_u \underbrace{\rho W_n dA}_{dQ_m} \right]$$

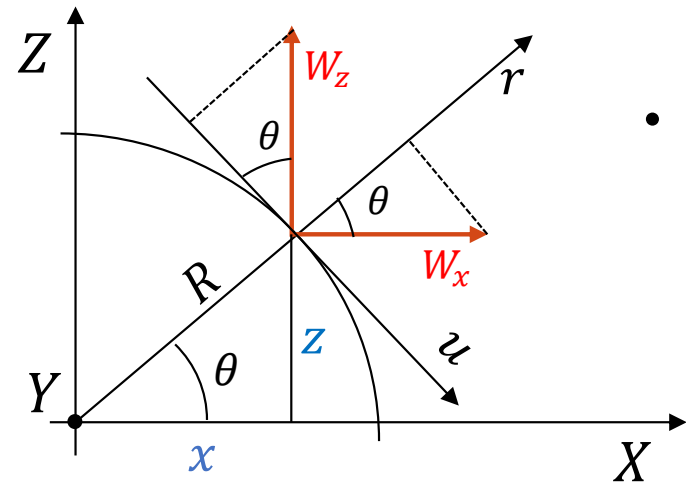
$$\vec{M}_{w_a} = \vec{j} Q_m (\overline{R_2 W_{u_2}} - \overline{R_1 W_{u_1}})$$

dove $\overline{R W_u}$ è il valor medio di $R W_u$ lungo la sezione di flusso



- Se con Q_m s'intende la portata di massa che attraversa l'intera girante e non un semplice condotto interpalare, $\vec{M}_{w_a}$ dà il momento lungo l'asse agente globalmente sulla girante a seguito della sua interazione con il fluido

Variazione del momento della quantità di moto



$$\vec{M}_{w_a} = \int Q_m (\overline{R_2 W_{u_2}} - \overline{R_1 W_{u_1}})$$

- Per ottenere il **momento complessivo** fornito dal motore nel sistema di riferimento assoluto, occorre aggiungere al momento $\vec{M}_{w_a}$ del riferimento relativo i momenti dovuti alle forze centripete $\rho \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) dV$ e alle forze di Coriolis $\rho 2 \vec{\omega} \times \vec{W} dV$

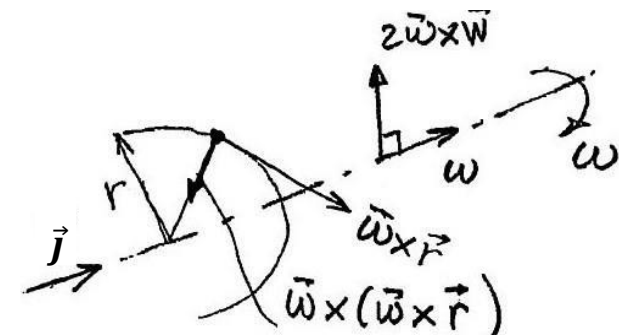
Momento dovuto alle forze centripete

- La componente lungo l'asse delle forze centripete è **nulla**. Infatti:

$$\vec{j} \cdot \int_{V_0} \vec{r} \times [\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})] \rho dV \equiv 0$$

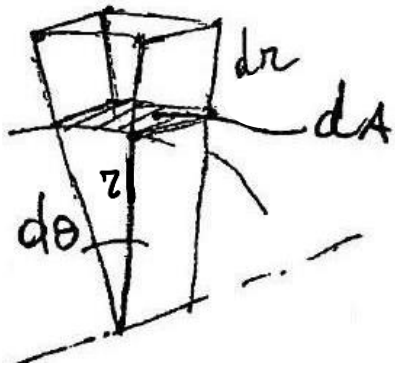
perché $\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$ ha direzione radiale e dunque:

$$\vec{r} \times [\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})] \equiv 0.$$



Variazione del momento della quantità di moto

Momento dovuto alle forze di Coriolis



- In coordinate cilindriche $dV = r d\theta dy dr = dA dr$, cosicché:

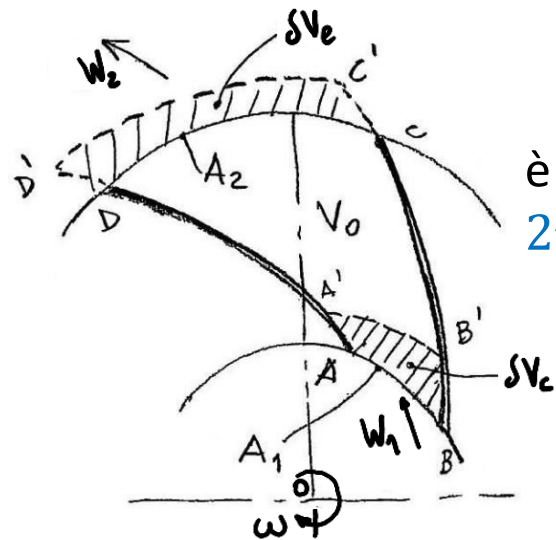
$$\int_{V_0} 2\omega r W_r \rho dV = \int_{R_1}^{R_2} 2\omega r dr \int_A \rho W_r dA$$

dove R_1 e R_2 sono i raggi che delimitano il condotto interpallare.

- L'integrale:

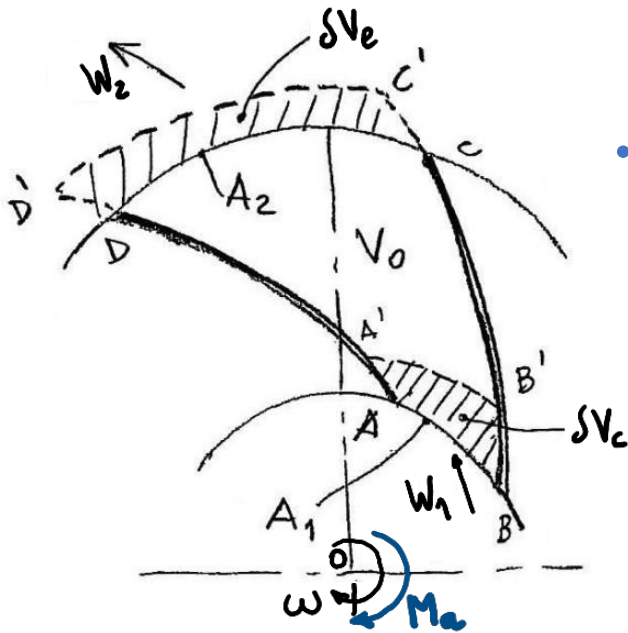
$$\int_A \rho W_r dA = Q_m$$

è la portata di massa Q_m che attraversa il condotto interpallare se $\theta = 2\pi/z$ oppure la portata di massa che attraversa la girante se $\theta = 2\pi$



$$M_{Coriolis} = \int_{V_0} 2\omega r W_r \rho dV = \int_{R_1}^{R_2} 2\omega r Q_m dr = Q_m \omega (R_2^2 - R_1^2)$$

Variazione del momento della quantità di moto



Momento complessivo

- Riassumendo, al momento dovuto alla variazione del momento della quantità di moto della corrente relativa :

$$M_{w_a} = Q_m (\overline{R_2 W_{u2}} - \overline{R_1 W_{u1}})$$

deve essere aggiunto quello dovuto alle forze di Coriolis

$$M_{Coriolis} = \int_{V_0} 2 \omega r W_r \rho dV = Q_m \omega (R_2^2 - R_1^2)$$

cosicché il momento complessivo agente sull'albero risulta pari a:

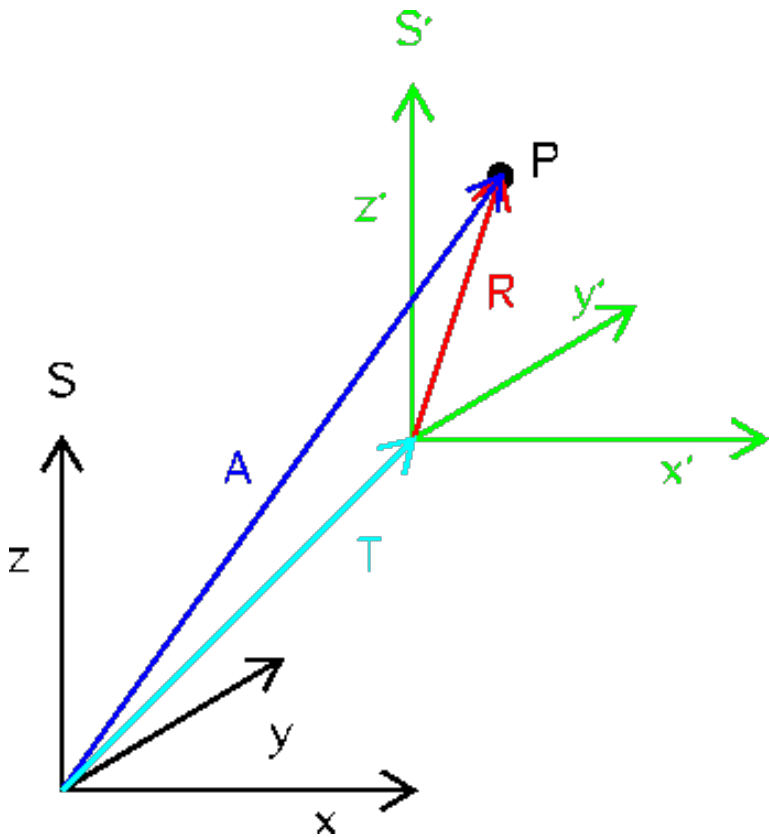
$$M_a = M_{w_a} + M_{Coriolis} = Q_m [(\overline{R_2 W_{u2}} + \omega R_2^2) - (\overline{R_1 W_{u1}} + \omega R_1^2)] =$$

$$= Q_m [R_2 (\overline{W_{u2}} + \omega R_2) - R_1 (\overline{W_{u1}} + \omega R_1)]$$

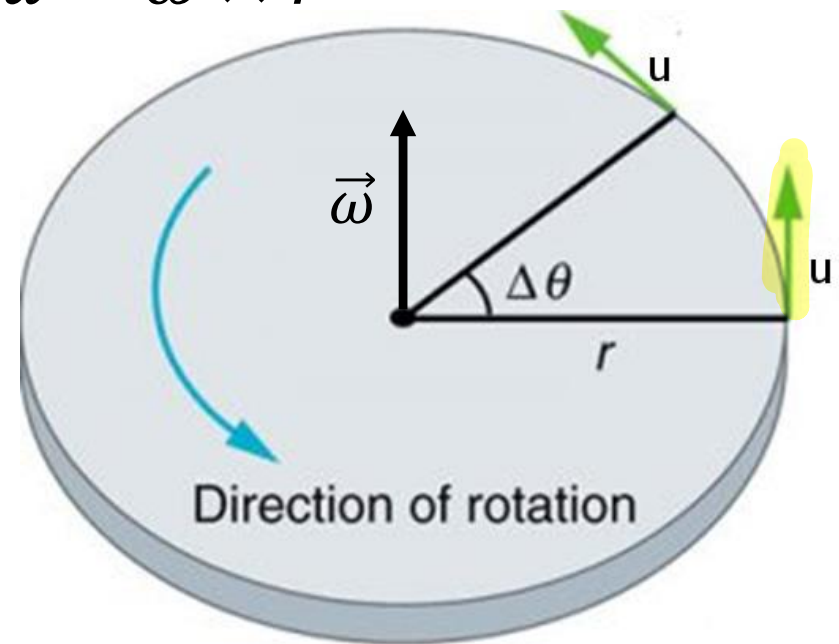
?

Sistemi di riferimento

$$\vec{A} = \vec{T} + \vec{R} \quad \longrightarrow \quad \vec{C} = \vec{U} + \vec{W}$$



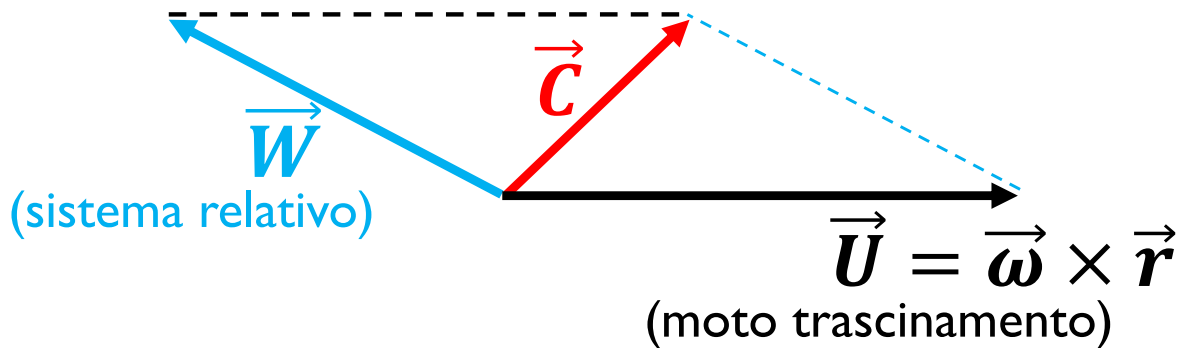
$$\vec{u} = \vec{\omega} \times \vec{r}$$



Triangolo delle velocità

VEL DI TRAS.

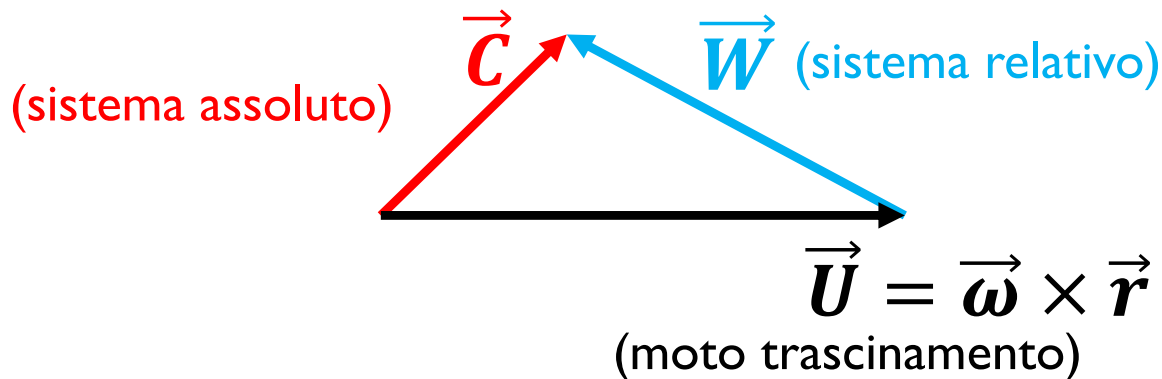
Rappresentazione Vettoriale



$$\vec{C} = \vec{U} + \vec{W}$$

$\downarrow$ VEL ASSOLUTA
 $\uparrow$ VEL RELATIVA

Triangolo delle velocità

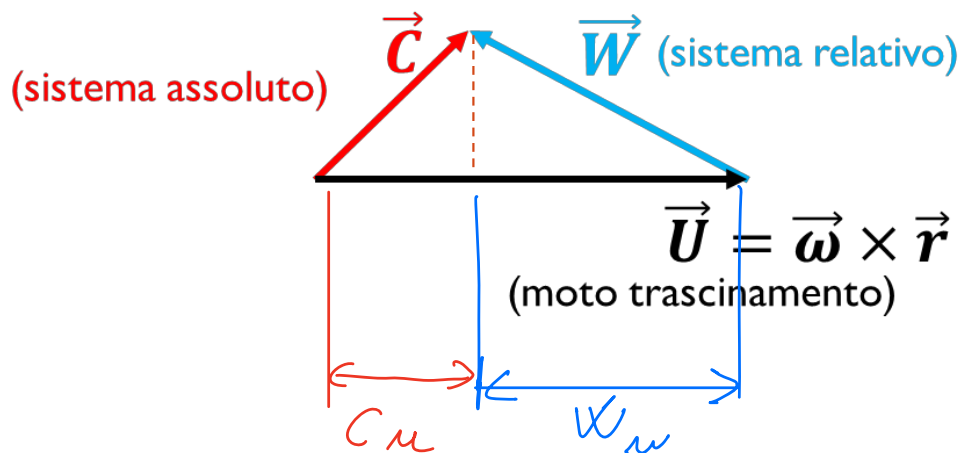


Variazione del momento della quantità di moto

Momento complessivo

$$M_a = M_{w_a} + M_{coriolis} = Q_m [R_2 (W_{u_2} + \omega R_2) - R_1 (W_{u_1} + \omega R_1)]$$

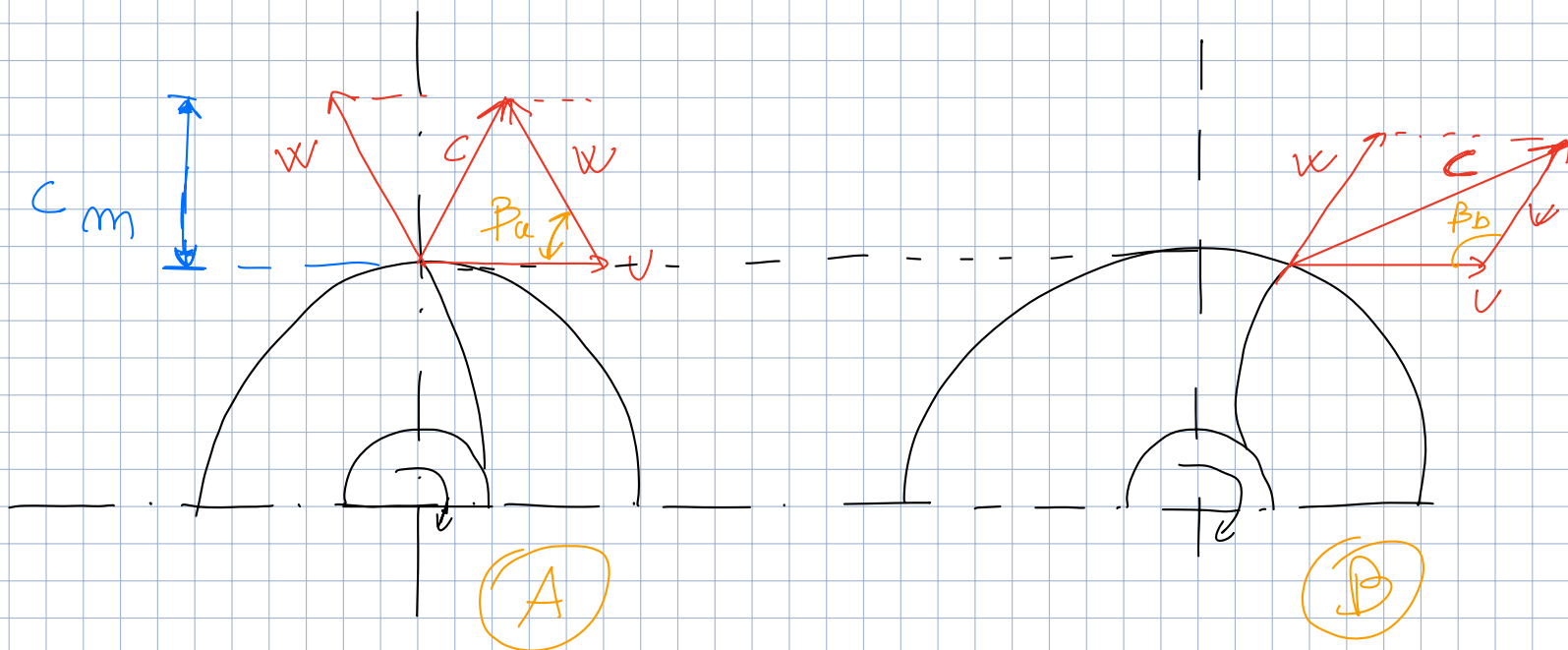
Triangolo delle velocità



$$\vec{C}_u = \vec{W}_u + \vec{U} = \vec{W}_u + \vec{\omega} \times \vec{r}$$

↓ NB!!!

$$M_a = Q_m (R_2 C_{u_2} - R_1 C_{u_1})$$



$$\beta_e < 90^\circ$$

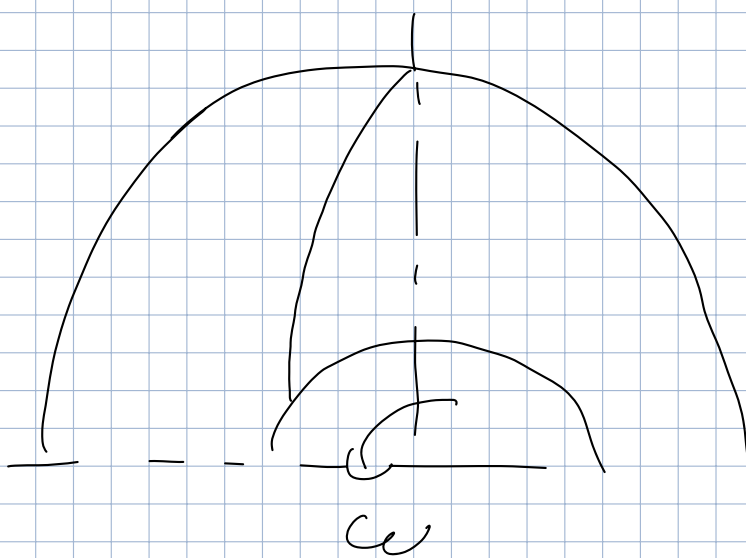
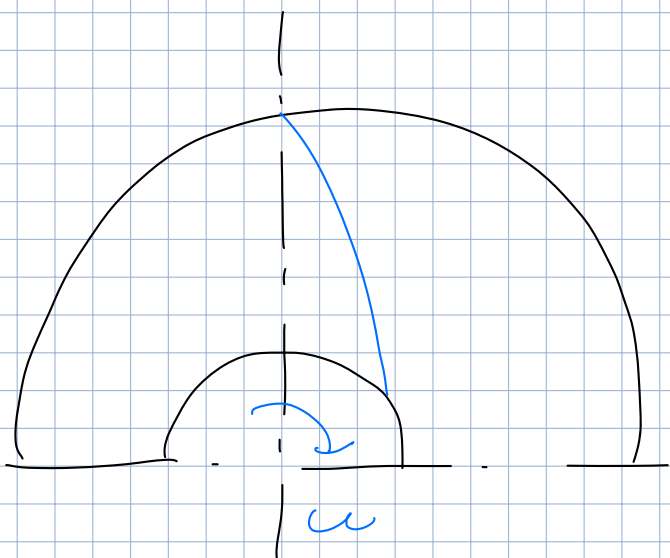
$\beta_0 > 90^\circ$

$$R \subseteq M, A \rightarrow C_M \subseteq U$$

$$B \rightarrow C_n \geq U$$

se e solo se

$$\left. \begin{array}{lll} W = UGVAL E & NEI & DVE \\ R = & " & " \\ Q_v = & " & " \end{array} \right\} U = WR$$

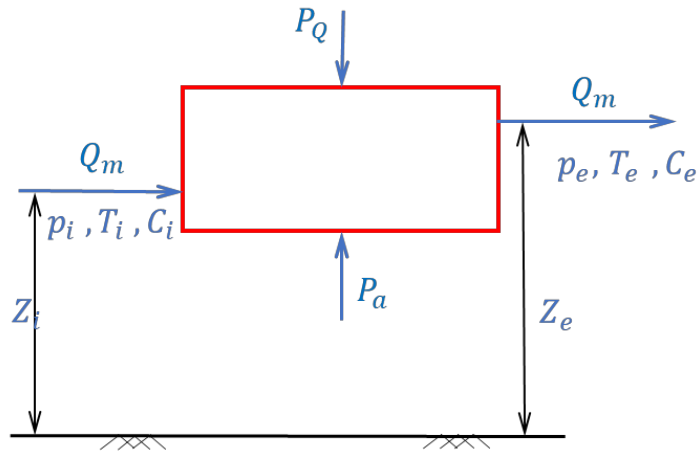


Scambio di energia

Macchina motrice e operatrice e Rendimento idraulico

Scambio di energia

- Per il primo principio della termodinamica: $P_{alb} = Q_m (H_e^0 - H_i^0) = Q_m \cdot \Delta H^0$



- No perdite meccaniche e no trafilamenti di portata

$$\Rightarrow P_{mecc} = 0 \text{ e } Q_{vf} = 0$$

- Processo adiabatico $\Rightarrow P_Q = 0$

- Per il principio di variazione del momento della quantità di moto:

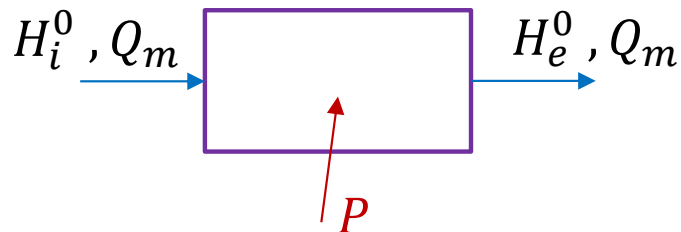
$$P_{alb} = M_a \omega = Q_m (\overline{R_2 C_{u2}} - \overline{R_1 C_{u1}}) \omega \Rightarrow \omega R = U$$

da cui:

$$\Delta H^0 = \frac{P_{alb}}{Q_m} = \frac{M_a \omega}{Q_m} = (\overline{R_2 C_{u2}} - \overline{R_1 C_{u1}}) \omega = U_2 C_{u2} - U_1 C_{u1} = \Delta U C_u$$

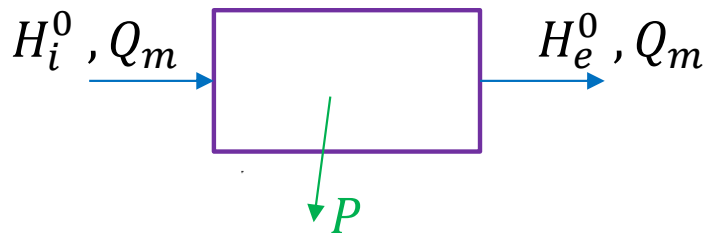
Scambio di energia

$$\Delta H^0 = H_e^0 - H_i^0 = U_2 C_{u2} - U_1 C_{u1} \quad [J/kg]$$



MACCHINA OPERATRICE

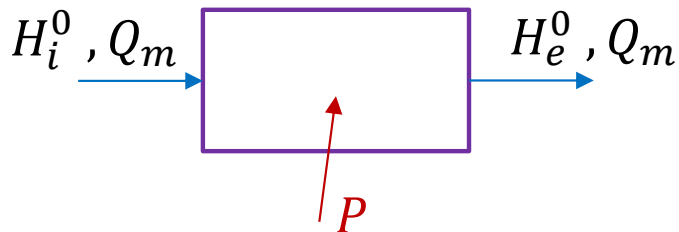
- E' opportuno ribadire che la variazione di entalpia totale ΔH^0 rappresenta il lavoro meccanico $L = U_2 C_{u2} - U_1 C_{u1}$ richiesto a una turbomacchina operatrice (pompa, ventilatore, compressore) per consentire a 1 kg di fluido di sopperire non solo alla differenza di energia tra gli ambienti di aspirazione e mandata, ma anche alle perdite fluidodinamiche interne alla macchina



MACCHINA MOTRICE

- Oppure, l'energia meccanica $L = U_1 C_{u1} - U_2 C_{u2}$ che si rende disponibile all'albero di una turbomacchina motrice (turbina) a seguito della variazione di entalpia totale $\Delta H^0 = H_i^0 - H_e^0$ di 1 kg di fluido che, oltre a L , deve sopperire anche alle perdite fluidodinamiche interne alla macchina

Scambio di energia – macchine operatrici



MACCHINA OPERATRICE

$$\Delta H^0 = H_e^0 - H_i^0 = U_2 C_{u2} - U_1 C_{u1} \left[\frac{J}{kg} \right]$$

turbomacchina operatrice che opera su un fluido incompressibile

$$\Delta H^0 = H_e^0 - H_i^0 = \frac{p_e^0}{\rho} - \frac{p_i^0}{\rho} + (u_e - u_i) = gh_t$$

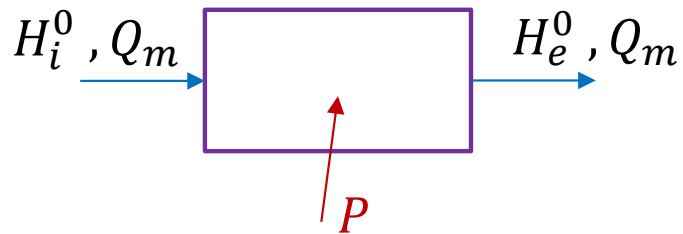
Incremento di energia interna derivante dalla degradazione di energia in calore a seguito degli attriti fluidodinamici interni

$$gh = \frac{p_e^0}{\rho} - \frac{p_i^0}{\rho} = \left(\frac{p_e}{\rho} + \frac{C_e^2}{2} + gz_e \right) - \left(\frac{p_i}{\rho} + \frac{C_i^2}{2} + gz_i \right)$$

Energia ottenuta dal fluido: minimo lavoro meccanico richiesto

PREVALENZA

Scambio di energia – Rendimento Idraulico



MACCHINA OPERATRICE

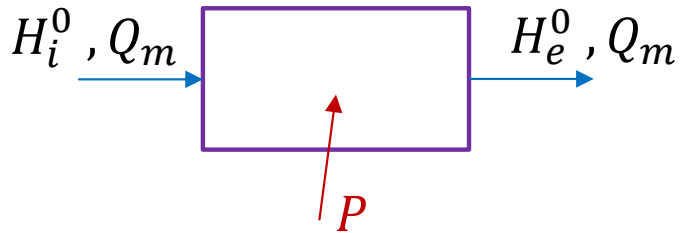
- Si definisce **rendimento idraulico** η_{id} il rapporto:

$$\eta_{id} = \frac{\frac{(p_e^0 - p_i^0)}{\rho}}{L} = \frac{gh}{\Delta H^0} = \frac{gh}{U_2 C_{u2} - U_1 C_{u1}} = \frac{gh}{gh_t}$$

per le turbomacchine operatrici

Tiene conto unicamente delle **perdite per attriti fluidodinamici interni** alla macchina!!

Scambio di energia – Rendimento Idraulico

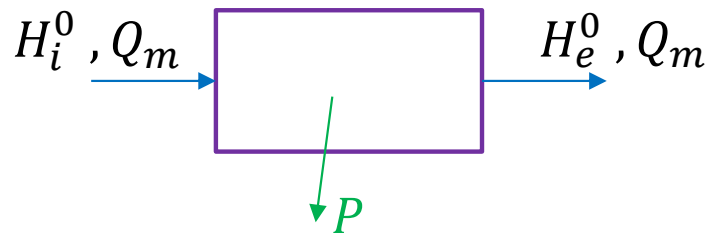


MACCHINA OPERATRICE

- Si definisce **rendimento idraulico** η_{id} il rapporto:

$$\eta_{id} = \frac{\frac{(p_e^0 - p_i^0)}{\rho}}{L} = \frac{gh}{\Delta H^0} = \frac{gh}{U_2 C_{u2} - U_1 C_{u1}}$$

per le turbomacchine operatrici, e:



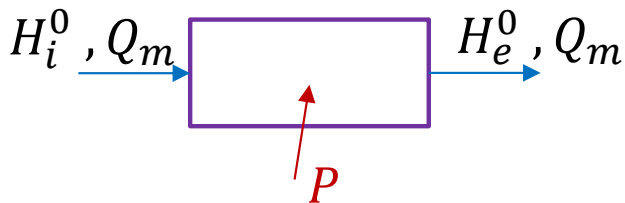
MACCHINA MOTRICE

$$\eta_{id} = \frac{L}{\frac{(p_i^0 - p_e^0)}{\rho}} = \frac{\Delta H^0}{gh} = \frac{U_1 C_{u1} - U_2 C_{u2}}{gh}$$

per le turbomacchine motrici

Tiene conto unicamente delle **perdite per attriti fluidodinamici interni** alla macchina!!

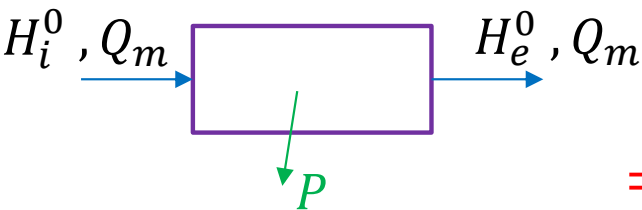
Scambio di energia – Fluidi Comprimibili



I principio della termodinamica
per macchina operatrice

- Per i fluidi comprimibili gli **attriti** fluidodinamici interni alla macchina si riflettono sempre in un **aumento dell'energia interna**, ma **non ne rappresentano** la totalità a causa della variazione di temperatura che accompagna la compressione o l'espansione del gas

⇒ Difficile separare gli effetti come nel caso di fluido incompressibile



I principio della termodinamica
per macchina motrice

- Il **lavoro minimo** di compressione, o quello **massimo** di espansione, si possono ottenere solo con le ipotesi di fluido perfetto (attriti fluidodinamici nulli) e di processo adiabatico, ovvero per un **processo isoentropico**

⇒ L'efficacia del processo reale di compressione o di espansione è riassunta dai rispettivi rendimenti isoentropici:

$$\eta_{iscompressore} = \frac{\Delta H_{is}^0}{\Delta H^0} = \frac{\Delta H_{is}^0}{U_2 C_{u2} - U_1 C_{u1}}$$

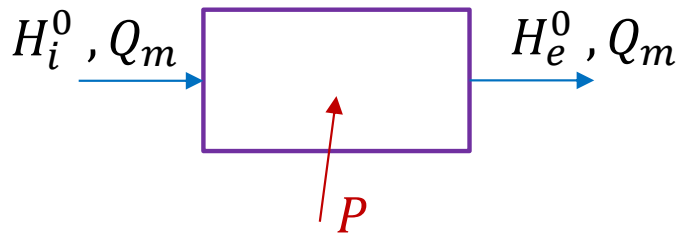
$$\eta_{is turbina} = \frac{\Delta H^0}{\Delta H_{is}^0} = \frac{U_1 C_{u1} - U_2 C_{u2}}{\Delta H_{is}^0}$$



Scambio di energia

Turbomacchine vs. Macchine Volumetriche

Turbomacchine vs. macchine volumetriche

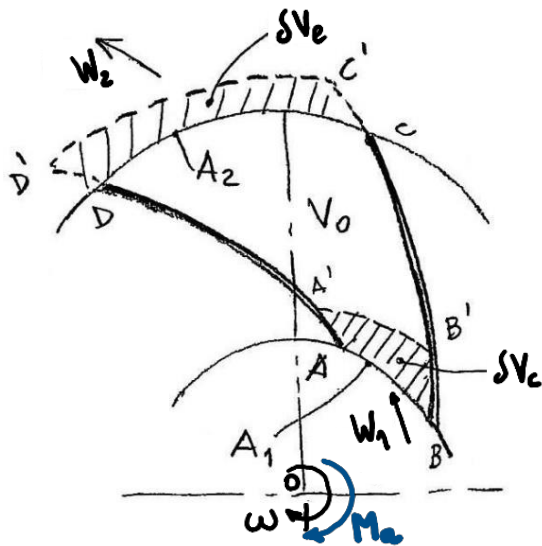


- Un'ultima importante osservazione sullo scambio di energia nelle turbomacchine:

$$\Delta H^0 = \frac{P_{alb}}{Q_m} = \frac{M_a \omega}{Q_m} = (R_2 C_{u2} - R_1 C_{u1}) \omega = U_2 C_{u2} - U_1 C_{u1}$$

⇒ Lo **scambio di energia** per unità di massa ΔH^0 dipende:

- dalle caratteristiche geometriche della girante (R_1 e R_2)
- dalle velocità assolute C e relative W del fluido, e quindi dalla portata e dalla geometria delle pale e del condotto meridiano
- dalla velocità angolare ω della girante
- ma **non** dipende dalla densità ρ del fluido



⇒ Rispetto alle macchine volumetriche, lo **scambio di energia** nelle turbomacchine è strettamente legato alla **geometria** della **girante**, alla **portata** e al **regime di rotazione** della girante



Esercizio

Triangoli delle velocità e principio di variazione del momento
della quantità di moto

Esercizio

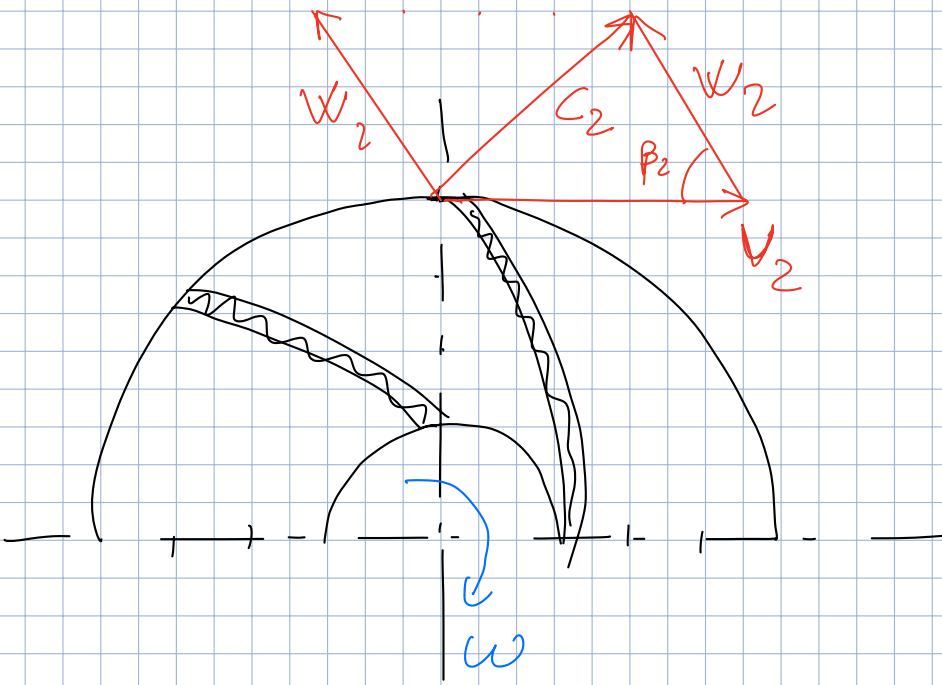
Una pompa centrifuga è caratterizzata da una girante di diametro $D_2 = 120\text{mm}$ e larghezza assiale delle pale $B_2 = 18\text{mm}$ in uscita. La pompa elabora una portata volumetrica $Q_v = 8\text{ dm}^3/\text{s}$ con un regime di rotazione pari a 12 giri/s.

L'angolo della direzione della velocità relativa W_2 (in uscita) rispetto alla direzione tangenziale U_2 è pari a $\beta_2 = 25^\circ$.

Si trascurino gli spessori delle pale della girante nel calcolo della sezione di attraversamento ed eventuale perdite di trafilamento. Si ipotizzi inoltre il **regime stazionario** di funzionamento della macchina, una componente tangenziale della velocità assoluta all'ingresso pari a 0 ($C_{u1} = 0$) e un $\eta_v = 1$.

Si calcoli:

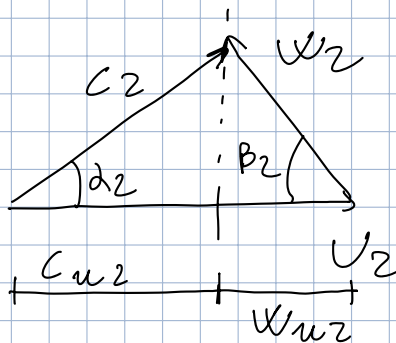
- 1) La velocità periferica U_2 all'uscita della girante
- 2) La componente radiale della velocità assoluta C_{r2}
- 3) Il triangolo delle velocità all'uscita della girante
- 4) Il lavoro gh_t ceduto dalla girante all'acqua che l'attraversa



QUESITO 1 $\rightarrow v_2 \Rightarrow$ la $v_2 = \omega \cdot R_2 = \omega \frac{D_2}{2}$

$$v_2 = \frac{2\pi \text{ giri/min}}{60} \cdot \frac{D_2}{2} = 2\pi \text{ m} \cdot \frac{D_2}{2} = 4,52 \text{ m/s}$$

QUESITO 2 $\rightarrow C_R = \text{componente MERIDIANA}$



$$C_{R2} = w_{R2}$$

$$C_{R2} = \frac{Q_V}{A_2} = \frac{Q_V}{\pi D_2 B_2}$$

$$C_{R2} = 1,18 \text{ m/s}$$

QUESITO 3 $\rightarrow$ TRIANGOLO DELLE VELOCITÀ
 COE DEVO TROVARE v_2 ; c_2 , w_2 !

$v_2 = 4,52 \text{ m/s}$ DA CALCOLI DI PRIMA

$$w_2 = \sqrt{w_{u2}^2 + w_{R2}^2}$$

$$w_{R2} = C_{R2} = 1,18 \text{ m/s}$$

$$W_{u2} = D \quad \frac{W_{R2}}{W_{u2}} = \tan \beta_2 \quad \Rightarrow \quad W_{u2} = W_{R2} \cdot \cot \beta_2$$

$$= 1,18 \cdot \cot(25^\circ)$$

$$= 2,53 \text{ m/s}$$

$$W_2 = \sqrt{1,18^2 + 2,53^2} = 2,79 \text{ m/s}$$

ANALOGAMENTE $C_2 = \sqrt{C_{u2}^2 + C_{R2}^2}$

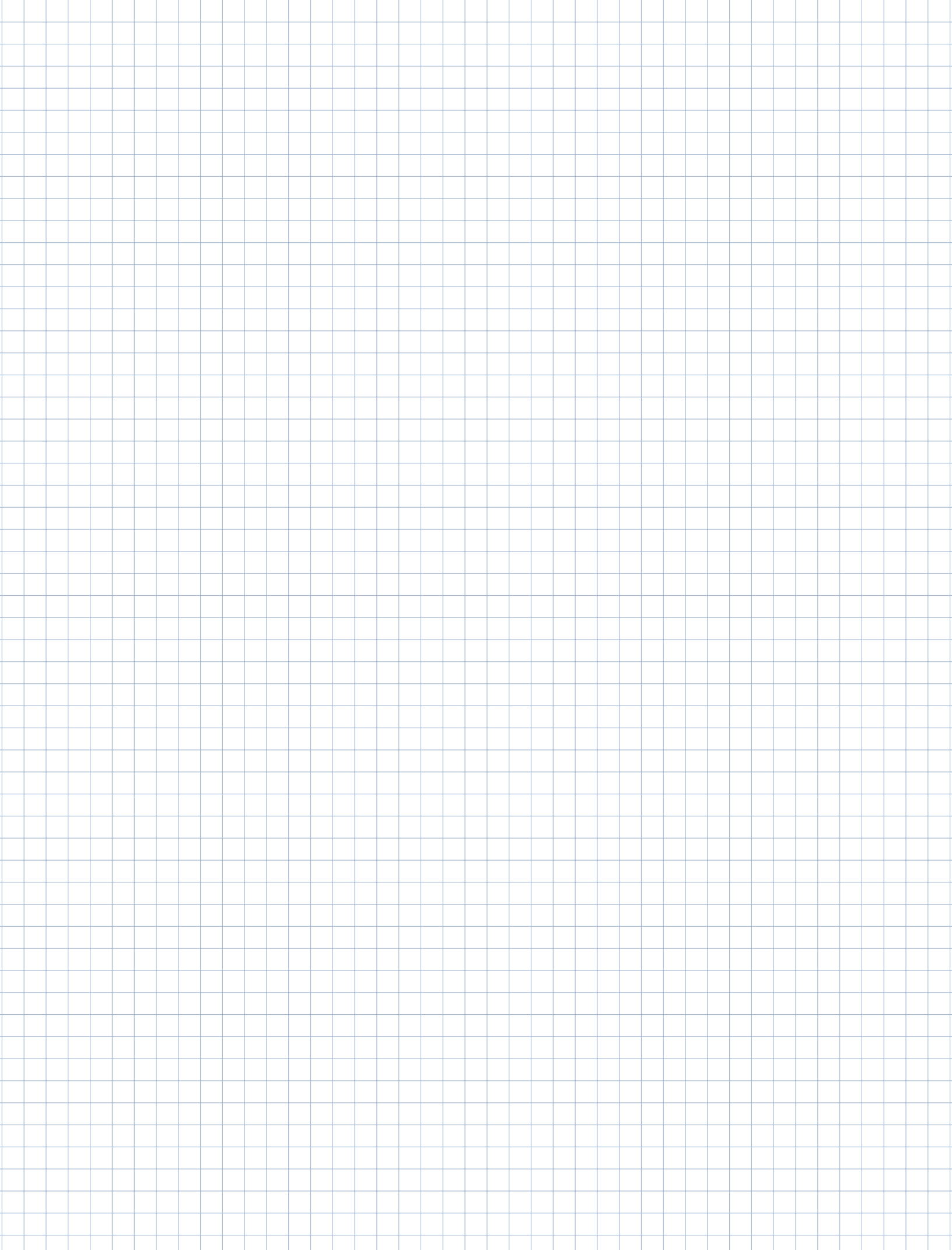
$$C_{u2} = u_2 - W_{u2} = 4,52 - 2,53 = 1,99 \text{ m/s}$$

$$C_2 = 2,31 \text{ m/s} = \sqrt{1,99^2 + 1,18^2}$$

QUESITO 4 $\Rightarrow$ LAVORO ALL'ALBERO

$$g h_t = L_{oll} = u_2 C_{u2} - u_1 C_{u1} = u_2 C_{u2} = 4,52 \cdot 1,99$$

$$= 8,99 \text{ J/kg}$$



Domande, Curiosità, Dubbi, Perplessità?

PROF. ING. ALBERTO BENATO, PH.D.

ASSOCIATE PROFESSOR

TURBOMACHINERY & ENERGY SYSTEMS GROUP

DEPARTMENT OF INDUSTRIAL ENGINEERING - UNIVERSITY OF PADOVA
VIA VENEZIA 1 - 35131 - PADOVA
BLDG. EX DIM - 5TH FLOOR - ROOM 19

TEL. 049 827 6752

MAIL: ALBERTO.BENATO@UNIPD.IT

WEBSITE: RESEARCH.DII.UNIPD.IT/TES/

