

ESERCIZI

Sistemi lineari e matrici

Esercizio 1. Si consideri la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

Ridurre la matrice A in forma a scala e determinare il rango.

Esercizio 2. Sia U il sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^4$ generato dai vettori $u_1 = (2, 0, -1, 3)$, $u_2 = (1, -1, 2, -1)$, $u_3 = (-3, 2, 1, -2)$, $u_4 = (2, 1, 1, 3)$. Determinare la dimensione e una base di U .

Esercizio 3. Si consideri la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & a & 0 & 1 \\ 0 & a & 2a & a^2 & 0 \end{pmatrix}$$

Ridurre la matrice A in forma a scala e determinare il rango al variare di $a \in \mathbb{R}$.

Esercizio 4. Si consideri la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & \beta & 4 \\ 0 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

Si calcoli il rango di A al variare di $\beta \in \mathbb{R}$.

Esercizio 5. Risolvere il seguente sistema:

$$\begin{cases} 2x - y = 1 \\ x + y - z + w = 0 \\ 2y + z - w = -1 \\ x + 2z - 2w = 0. \end{cases}$$

Esercizio 6. Si consideri il sistema lineare

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 = 2 \\ 3x_1 - 2x_2 + 2x_3 - 6x_4 = 7 \\ 2x_1 + x_2 - 3x_4 = 8 \\ x_1 + x_2 - x_3 - 2x_4 = 4 \end{cases}$$

Ridurre il sistema precedente in forma a scala e trovare tutte le soluzioni.