



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI PADOVA



Dipartimento
di Ingegneria Industriale

Le turbomacchine

Corso di Macchine 1

Agenda

- ▶ La macchina a fluido e i suoi elementi
- ▶ Viste Rappresentative
- ▶ Parametri funzionali
- ▶ Principio di variazione della quantità di moto
 - ▶ La quantità di moto
 - ▶ Conservazione della quantità di moto
 - ▶ La quantità di moto nelle turbomacchine
 - ▶ Variazione della quantità di moto attraverso la girante
 - ▶ Spinta assiale
- ▶ Principio di variazione del momento della quantità di moto
- ▶ Scambio di energia
 - ▶ Rendimento idraulico
 - ▶ Turbomacchine vs. Macchine Volumetriche



La macchina a fluido e i suoi elementi costruttivi

Macchine a fluido

«Macchina costituita da un insieme di **elementi fissi e mobili** che **interagiscono** con un fluido di lavoro (liquido, vapore o gas), realizzando con esso uno **scambio energetico**»

VOLUMETRICHE

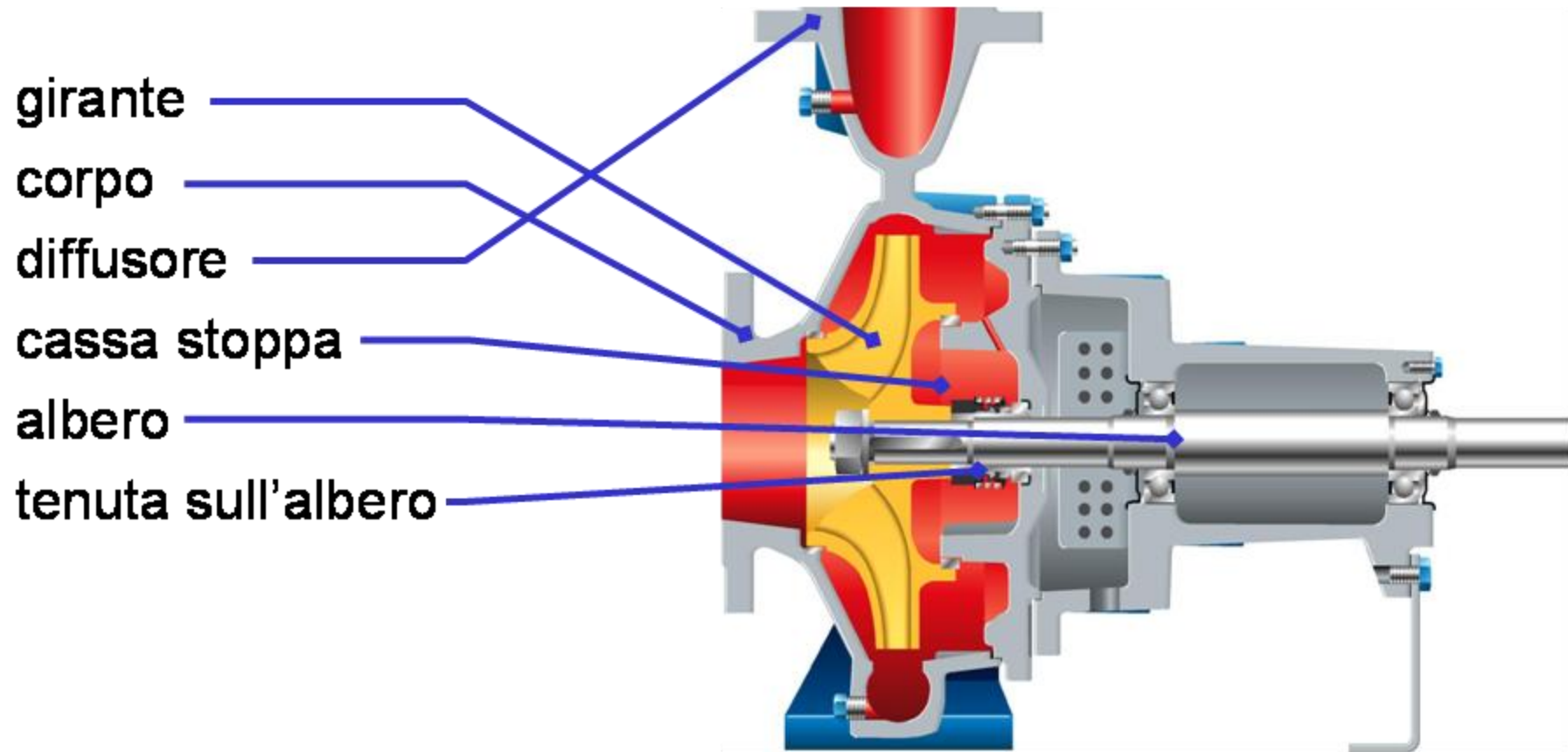
TURBOMACCHINE

Modalità di scambio

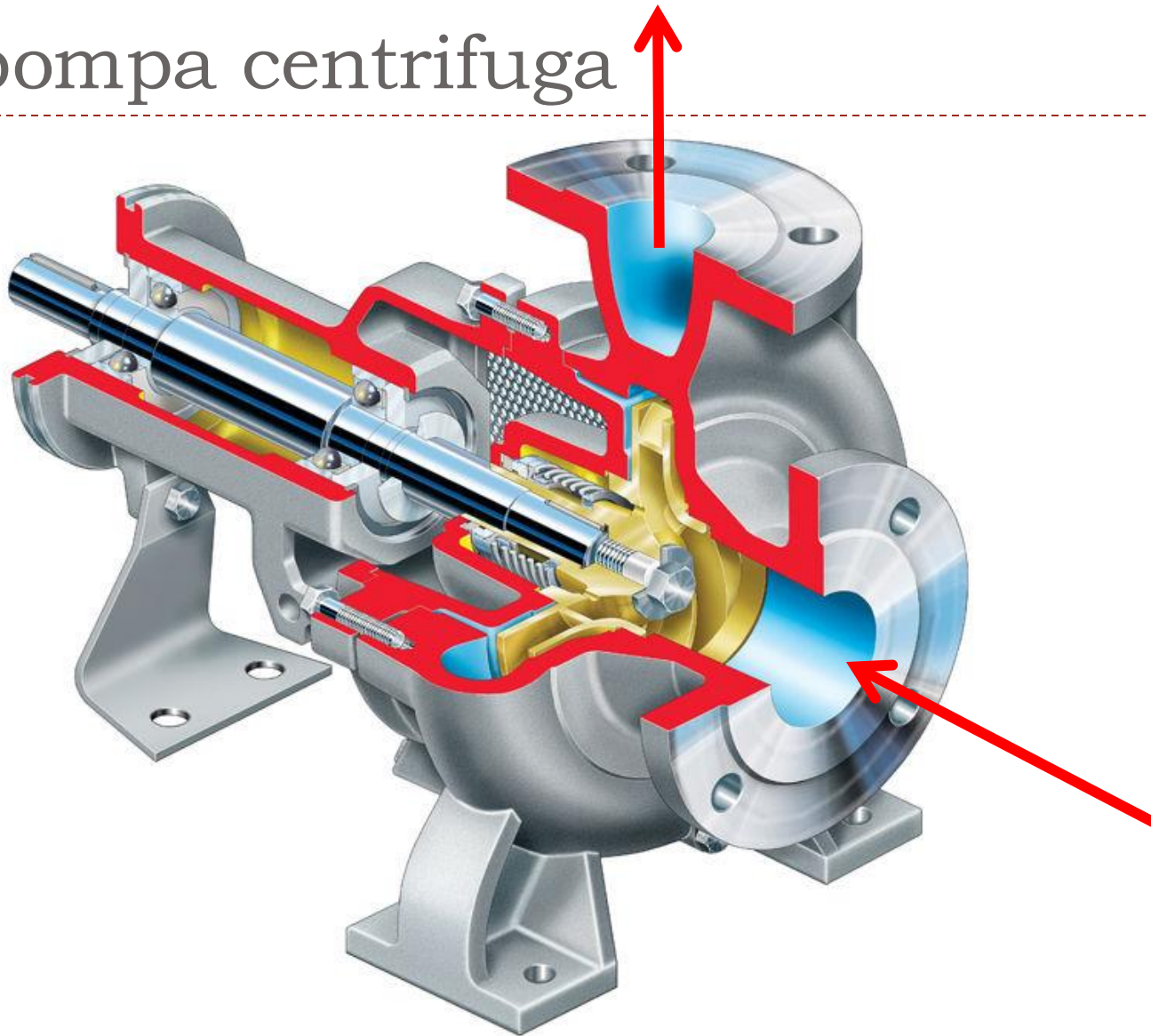
Energia fluida  Lavoro meccanico

Una pompa centrifuga

Nella forma più elementare le pompe centrifughe sono costituite da:



Una pompa centrifuga



Elementi costitutivi

GIRANTE:

- Fa **variare** il **momento della quantità di moto** del fluido → fa variare l'energia statica e cinetica del fluido
- Nelle **macchine operatrici** trasforma l'energia meccanica in energia fluida, mentre nelle **macchine motrici** converte l'energia fluida in energia meccanica disponibile all'albero

PARTE STATORICA:

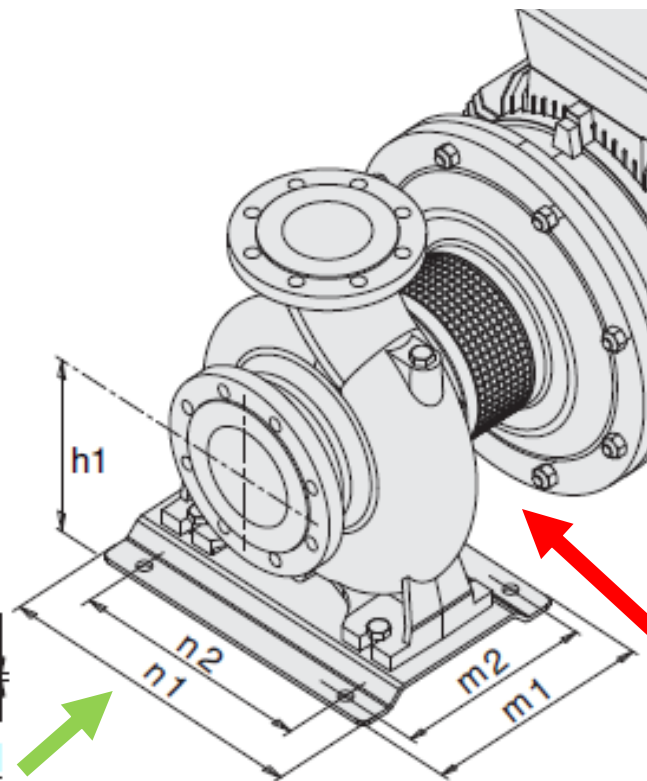
- **Trasforma** l'energia del fluido
- Nelle **macchine operatrici** raccoglie il fluido che esce dalla girante e lo convoglia alla condotta di mandata, convertendo energia cinetica in energia di pressione
- Nelle **macchine motrici**, indirizza il fluido verso la girante, trasformando la sua energia di pressione in energia cinetica



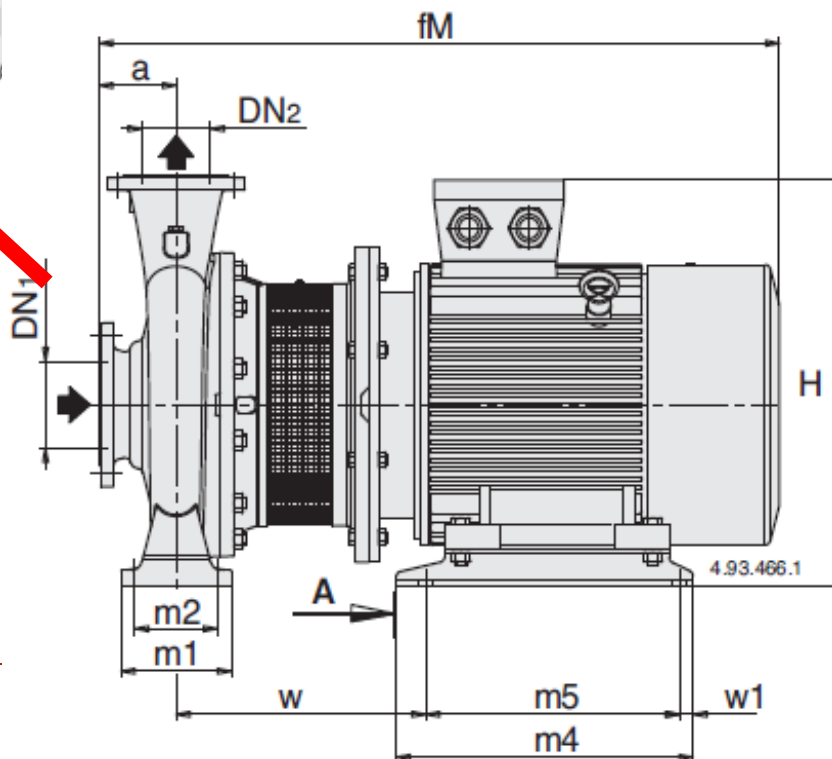
Viste rappresentative

Come si rappresentano graficamente queste macchine???

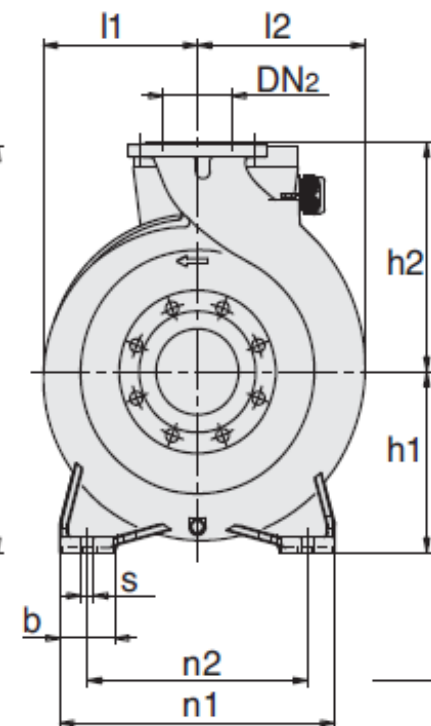
Viste rappresentative



Vista meridiana



Vista
circonferenziale



Parametri funzionali

Parametri di funzionamento

- Si è visto che, a prescindere dalla natura del fluido, i **parametri funzionali** che descrivono il comportamento di una **macchina a fluido** sono **quattro**:

$$\Delta H_{is}^0 \text{ (oppure } \frac{\Delta p^0}{\rho} = gh) \quad Q_m \text{ (oppure } Q_v) \quad P_{alb} \text{ (oppure } \eta) \quad n$$

- Tra questi parametri il **numero di variabili indipendenti** dipende dalla **tipologia di macchina a fluido**: **turbomacchine** e **macchine volumetriche**

Il numero delle **variabili indipendenti** sono **due**: Q_m (oppure Q_v) e n

⇒ ΔH_{is}^0 (oppure $\frac{\Delta p^0}{\rho} = gh$) e P_{alb} (oppure η) sono univocamente definite un volta stabiliti n e Q_m (Q_v)

C'è un'**unica** variabile indipendente: il numero di giri n

⇒ Stabilito n è univocamente definita la portata Q_m (oppure Q_v) trasferita dalla macchina volumetrica dal serbatoio a monte a quello a valle. Lo **scambio energetico** è fissato dall'impianto



Principio di variazione della quantità di moto

Girante: fa variare il momento della quantità di moto del fluido
→ Fa variare l'energia statica e cinetica del fluido!!!

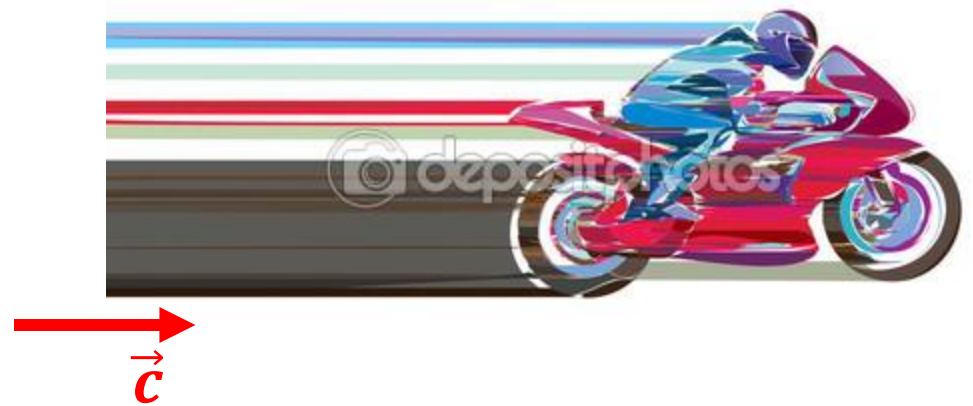
Principio di variazione della quantità di moto

Quantità di moto e Conservazione della quantità di moto

La quantità di moto

- ▶ La quantità di moto è una grandezza vettoriale definita come il prodotto della massa di un oggetto per la sua velocità

$$\vec{I} = m\vec{c}$$



Stessa velocità = stesso impatto???

La quantità di moto

- La quantità di moto è una grandezza vettoriale definita come il prodotto della massa di un oggetto per la sua velocità

$$\vec{I} = m\vec{c}$$

$$m = 0.058 \text{ kg}$$



$$m = 90 \text{ kg}$$



$$\vec{c} = 10 \text{ m/s}$$

$$\vec{I} = 900 \text{ kg}\cdot\text{m/s}$$

1550 volte superiore!!

$$\vec{I} = 0.58 \text{ kg}\cdot\text{m/s}$$

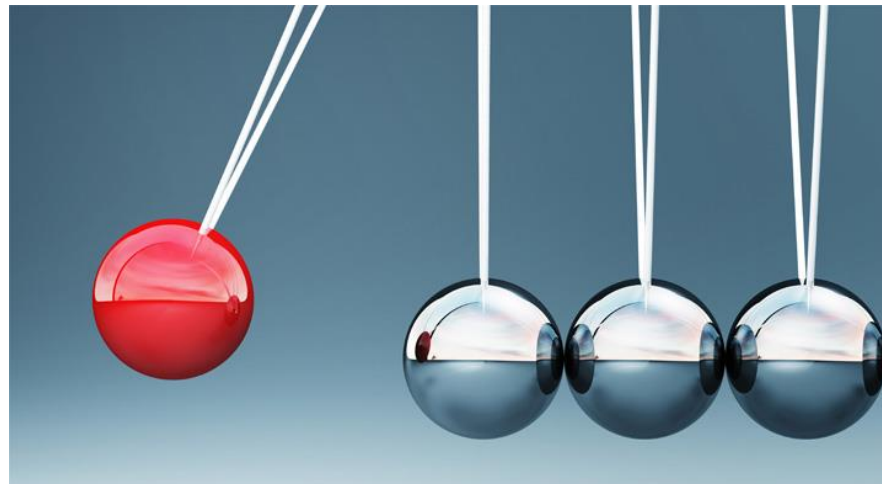
Conservazione della quantità di moto

- ▶ Se la risultante delle **forze esterne** che agiscono su un sistema è nulla, la **quantità di moto totale** del sistema rimane costante nel tempo

$$\vec{F} = m\vec{a} = m \frac{d(\vec{c})}{dt} = \frac{d(m\vec{c})}{dt} = \frac{d(\vec{I})}{dt}$$

- ▶ In un qualunque **sistema isolato**, la risultante delle forze esterne è nulla e la **quantità di moto** totale del sistema **si conserva**
- ▶ Si può definire sistema isolato anche un sistema di **corpi** che **interagiscono** tramite forze solo interne al sistema

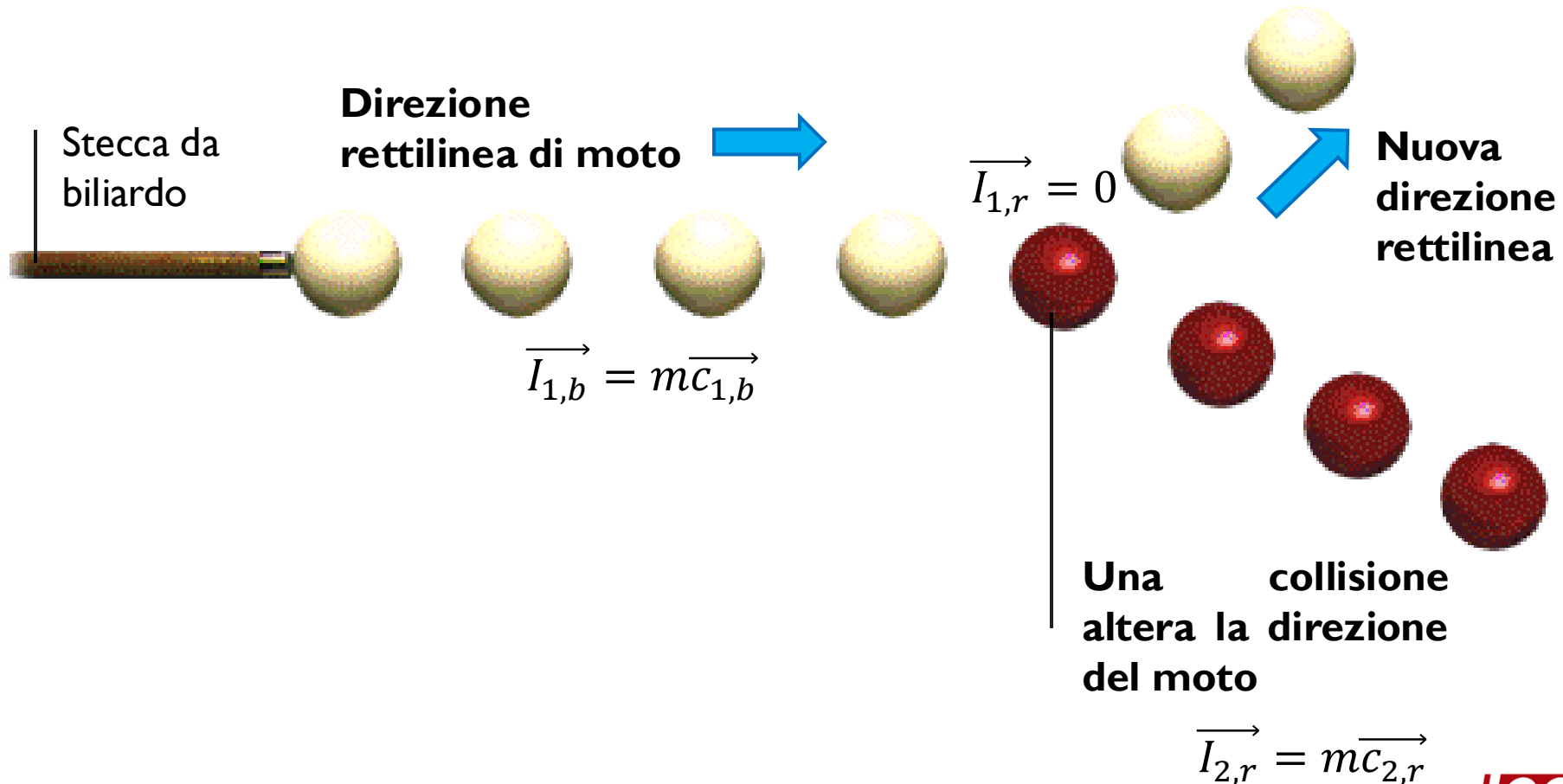
La quantità di moto dei corpi che interagiscono cambia ma la quantità di moto totale del sistema si conserva (in condizioni ideali)



Conservazione della quantità di moto

$$\overrightarrow{I_{0,b/r}} = 0 \quad (\text{palla bianca e rossa})$$

$$\overrightarrow{I_{2,b}} = m\overrightarrow{c_{2,b}}$$



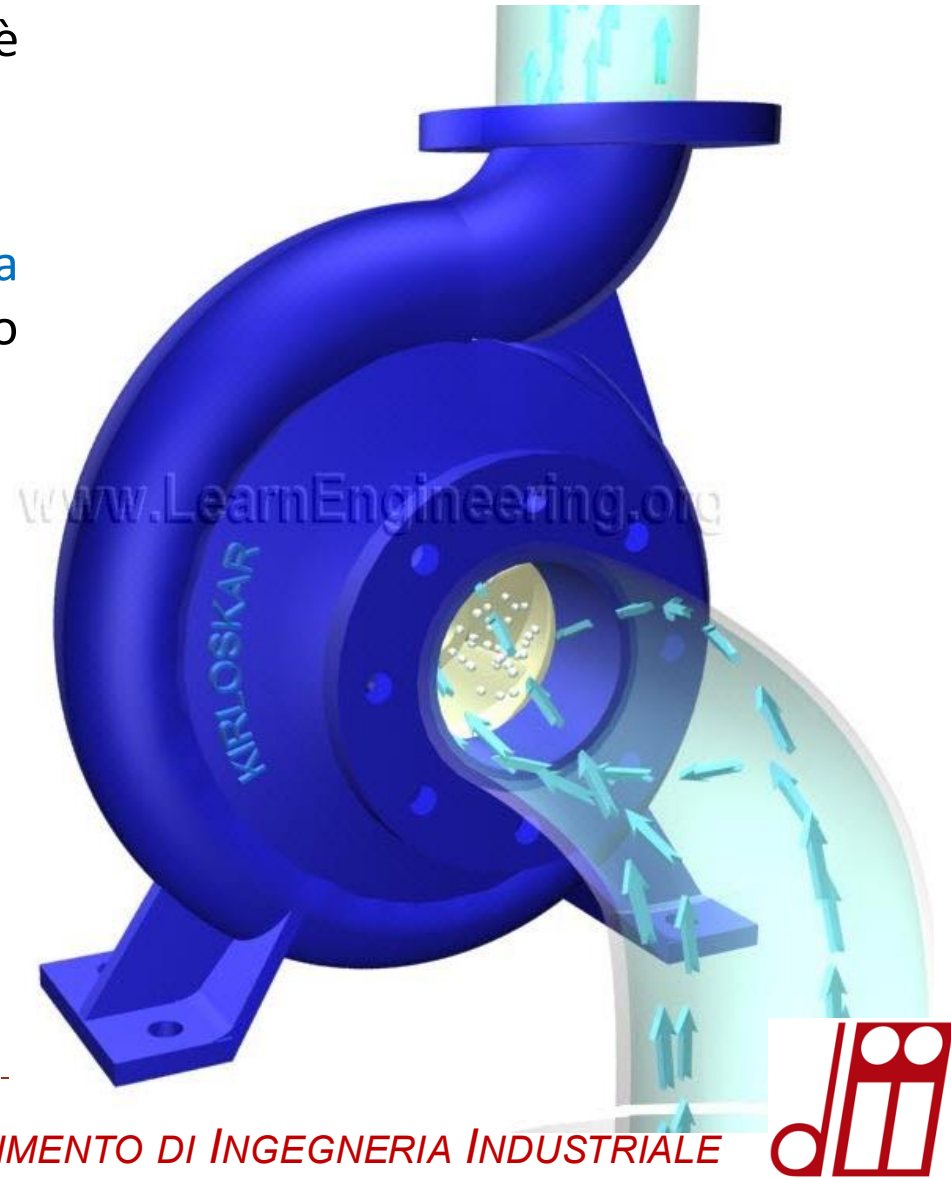
Principio di variazione della quantità di moto

Quantità di moto nelle Turbomacchine, Principio di Variazione
della quantità di moto e Spinta assiale

La quantità di moto nelle turbomacchine

- ▶ Nelle turbomacchine il sistema è rappresentato da una **massa fluente**
- ▶ Si valuta l'**interazione** tra la **massa fluente** e le **pareti** del condotto attraverso cui passa il fluido

➡ Per comprendere tale interazione devo seguire la massa tramite un volume di controllo!



La quantità di moto nelle turbomacchine

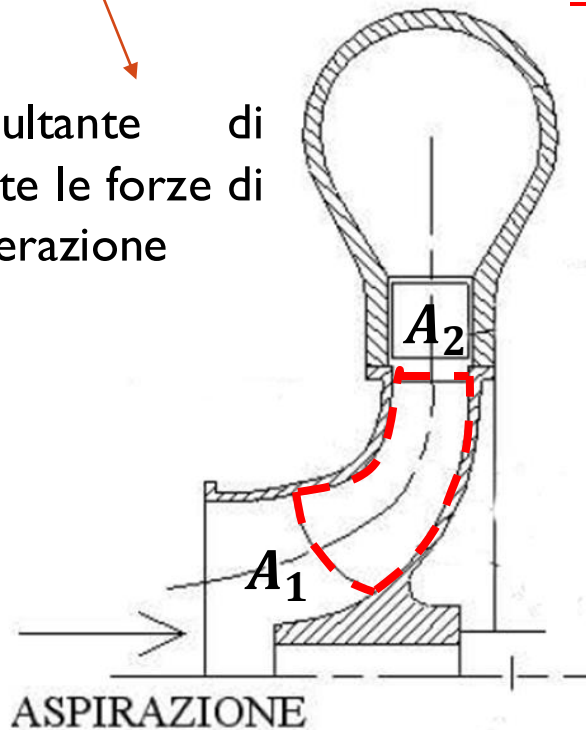
- Il principio di variazione della quantità di moto consente di valutare l'interazione tra condotto e fluido, note che siano le grandezze fluide a monte e a valle dello stesso

$$\vec{F} = m\vec{a} = m \frac{d(\vec{w})}{dt} = \frac{d(m\vec{w})}{dt}$$

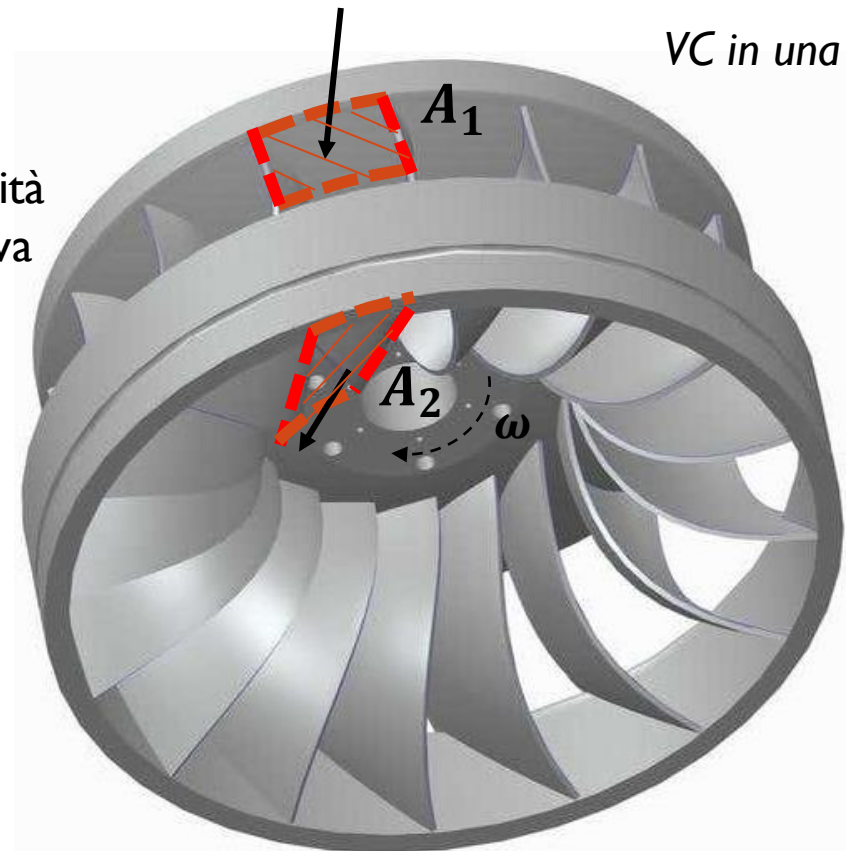
Risultante di tutte le forze di interazione

Velocità relativa

Variazione della quantità di moto



VC in una pompa



VC in una turbina

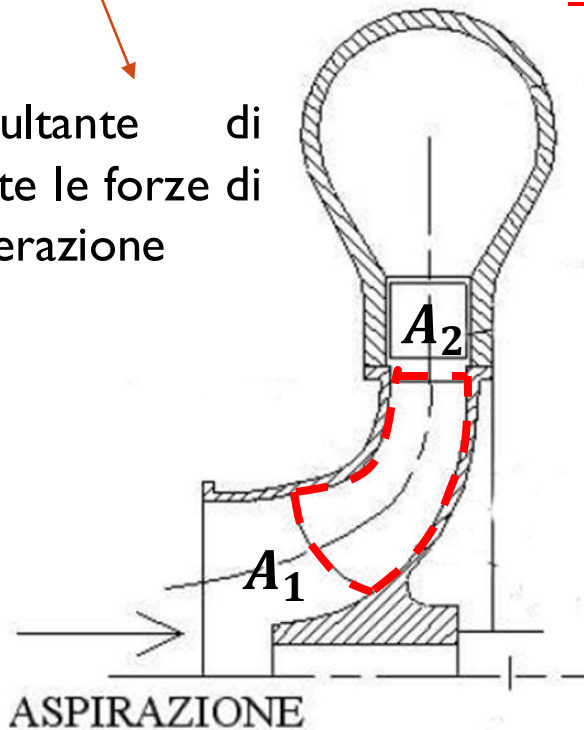
La quantità di moto nelle turbomacchine

- Il principio di variazione della quantità di moto consente di valutare l'interazione tra condotto e fluido, note che siano le grandezze fluide a monte e a valle dello stesso

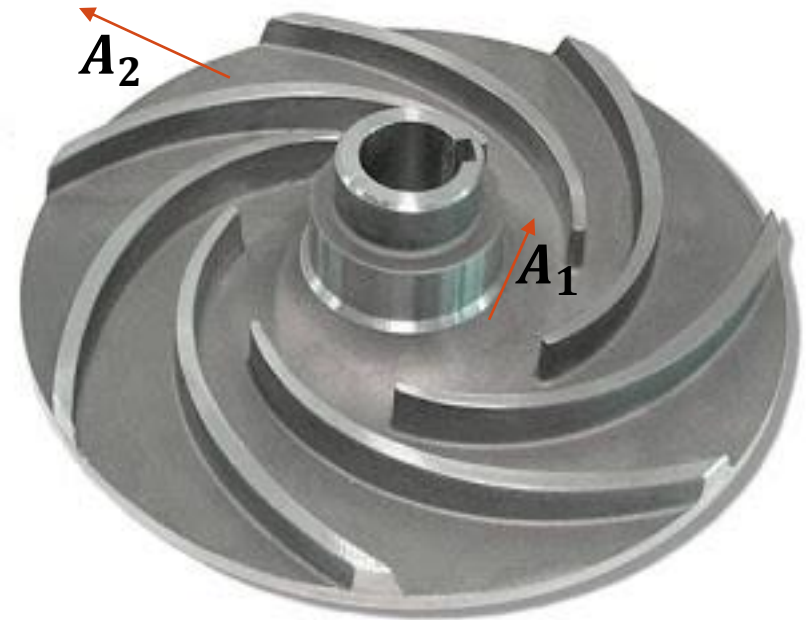
$$\vec{F}_w = m \vec{a}_R = m \frac{d(\vec{w})}{dt} = \frac{d(m\vec{w})}{dt}$$

Velocità
relativa

Variazione
della
quantità di
moto

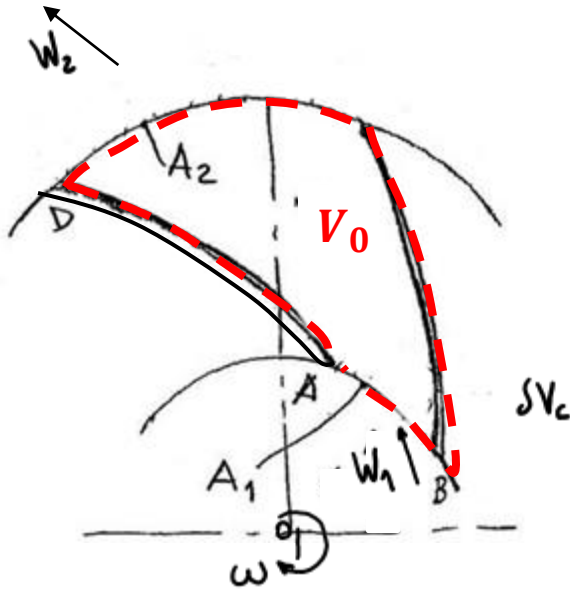


VC in una pompa



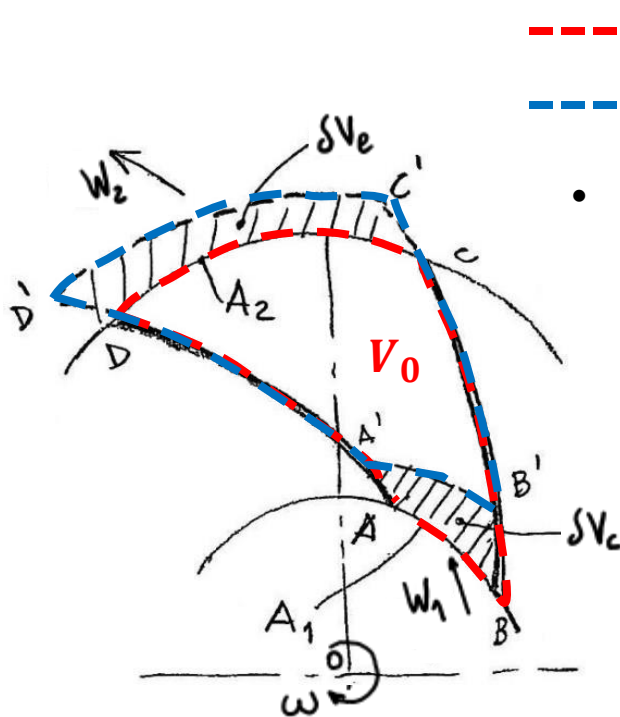
Variazione della quantità di moto attraverso la girante

--- t_0 $\longrightarrow$ V_0



- Si consideri il volume V_0 delimitato dalla superficie S_0 (superficie di controllo $ABCD$) che all'istante t_0 contiene la massa m di fluido
- La girante ruoti con velocità angolare ω attorno all'asse O , e si faccia riferimento al sistema di riferimento relativo che ruota in solido con la girante

Variazione della quantità di moto attraverso la girante



--- t_0 $\longrightarrow V_0$

--- $t_0 + dt$ $\longrightarrow$

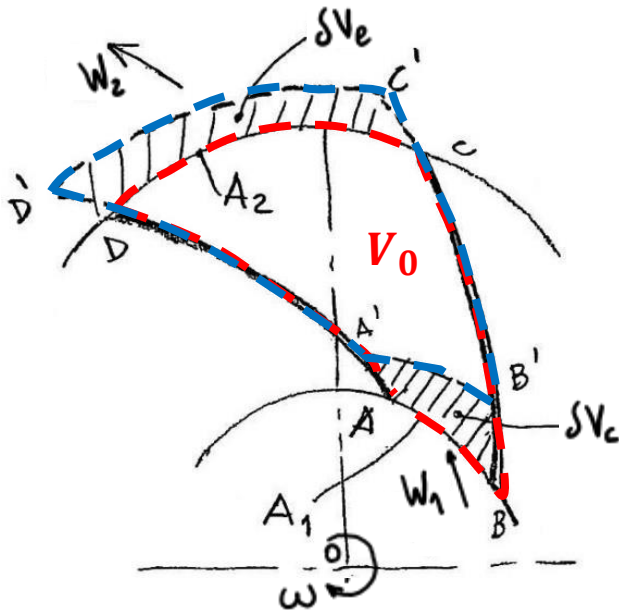
$$V = V_0 + \delta V$$

- Nell'istante successivo $t_0 + dt$ la superficie di controllo si è spostata in $A'B'C'D'$ nel sistema di riferimento relativo, con una conseguente variazione di volume pari a δV , pur continuando a contenere la **stessa massa m** di fluido



Variazione della quantità di moto attraverso la girante

--- $t_0 \longrightarrow V_0$
--- $t_0 + dt \longrightarrow V = V_0 + \delta V_e - \delta V_c$



- La massa:

$$m = \int_{V_0} \rho \, dV$$

registrata dal sistema di riferimento relativo all'istante t_0 ha una quantità di moto $\vec{I}_w$:

$$\vec{I}_{wt_0} = \int_{V_0} \rho \, \vec{W} \, dV$$

- Per esprimere la quantità di moto della stessa massa m all'istante $t_0 + dt$, si osserva che:

$$(\rho \vec{W})_{t_0+dt} \approx (\rho \vec{W})_{t_0} + \frac{\partial}{\partial t} (\rho \vec{W})_{t_0} dt$$

Variazione della quantità di moto attraverso la girante

--- $t_0 \longrightarrow V_0$
--- $t_0 + dt \longrightarrow V = V_0 + \delta V$

- All'istante $t_0 + dt$ si potrà perciò scrivere:

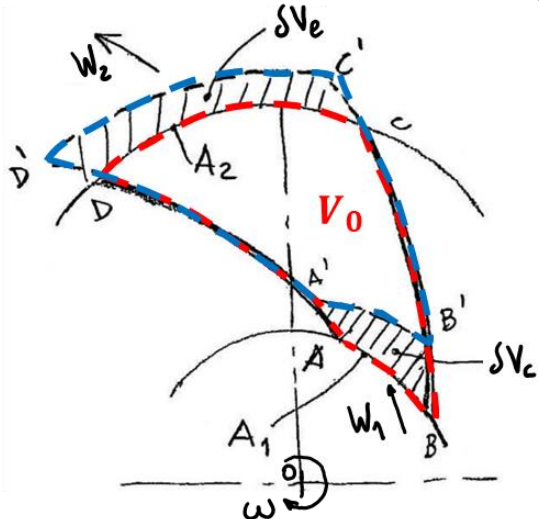
$$\begin{aligned}
 \vec{I}_{w t_0 + dt} &= \int_V (\rho \vec{W})_{t_0 + dt} dV = \\
 &= \int_{V_0 + dV} \left[(\rho \vec{W})_{t_0} + \frac{\partial}{\partial t} (\rho \vec{W})_{t_0} dt \right] dV =
 \end{aligned}$$



$$= \int_{V_0} (\rho \vec{W})_{t_0} dV - \int_{V_0} \frac{\partial}{\partial t} (\rho \vec{W})_{t_0} dt dV + \int_{dV} (\rho \vec{W})_{t_0} dV + \int_{dV} \frac{\partial}{\partial t} (\rho \vec{W})_{t_0} dt dV$$

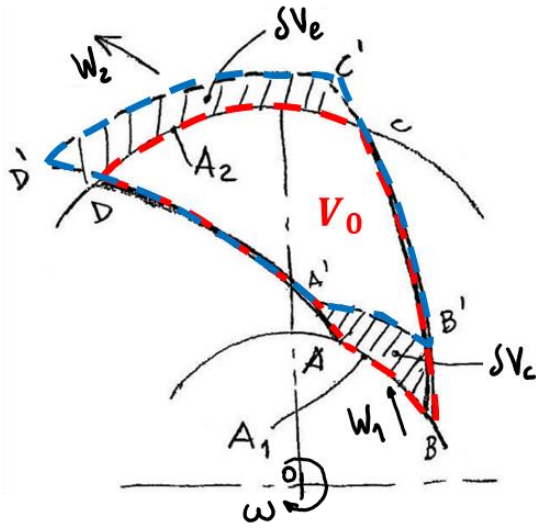
$\vec{I}_{w t_0}$

$d\vec{I}_w$



Variazione della quantità di moto attraverso la girante

--- $t_0 \longrightarrow V_0$
--- $t_0 + dt \longrightarrow V = V_0 + \delta V$

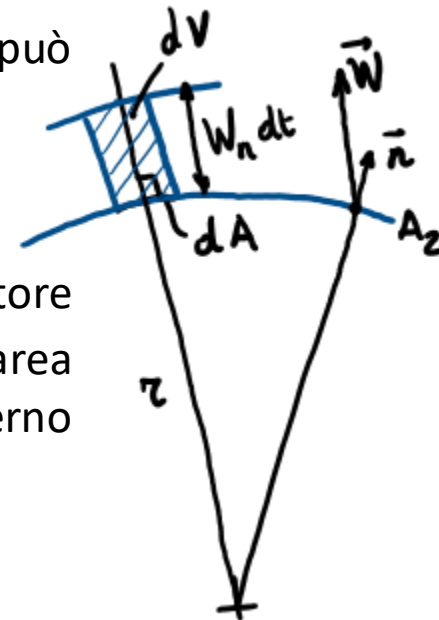


$$d\vec{I}_w = \int_{V_0} \frac{\partial}{\partial t} (\rho \vec{w})_{t_0} dt dV + \boxed{\int_{dV} (\rho \vec{w})_{t_0} dV} + \boxed{\int_{dV} \frac{\partial}{\partial t} (\rho \vec{w})_{t_0} dt dV}$$

- Riguardo agli ultimi due integrali, si può osservare che:

$$dV = W_n dA dt = \vec{W} \cdot \vec{n} dA dt$$

dove W_n è la componente del vettore velocità $\vec{W}$ ortogonale all'elemento di area dA ; $\vec{n}$ è il versore normale esterno all'elemento di area dA



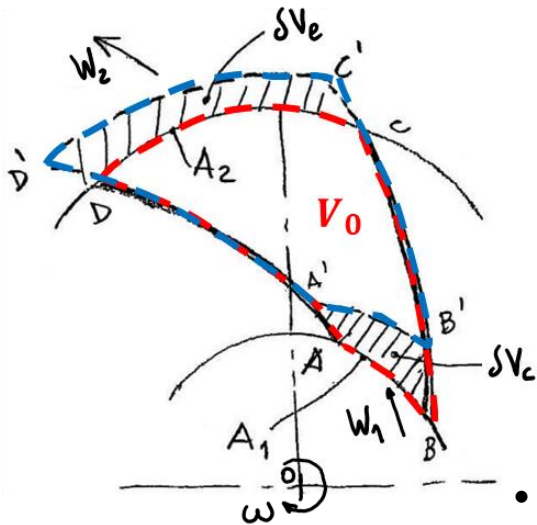
⇒ E' perciò possibile trasformare gli integrali di volume estesi a $dV = dt \int_A W_n dA$ in due integrali di superficie

Variazione della quantità di moto attraverso la girante

$\text{---} t_0 \longrightarrow V_0$
 $\text{---} t_0 + dt \longrightarrow V = V_0 + \delta V$

- I due integrali diventano:

$$dV = dt \int_A w_n dA$$



$$\begin{aligned}
 & \int (\rho \vec{W})_{t_0} dV + \int \frac{\partial}{\partial t} (\rho \vec{W})_{t_0} dt dV = \\
 & = \int_A (\rho \vec{W})_{t_0} w_n dt dA + \int_A \frac{\partial}{\partial t} (\rho \vec{W})_{t_0} w_n dt^2 dA
 \end{aligned}$$

dove A è la superficie che delimita la massa m all'istante t_0 ed è attraversata dalla corrente, e cioè $A = (A_1 + A_2)$

- Il **secondo integrale**, proporzionale a dt^2 , è un infinitesimo di ordine superiore rispetto al primo e può, quindi, essere **trascurato**

- La variazione $d\vec{I}_w$ della quantità di moto che interessa nel tempo dt la massa m è:

$$d\vec{I}_w = dt \int_{V_0} \frac{\partial}{\partial t} (\rho \vec{W})_{t_0} dV + dt \left[\int_{A_2} (\rho \vec{W})_{t_0} w_n dA - \int_{A_1} (\rho \vec{W})_{t_0} w_n dA \right]$$

La velocità relativa è opposta al vettore $\vec{n}$



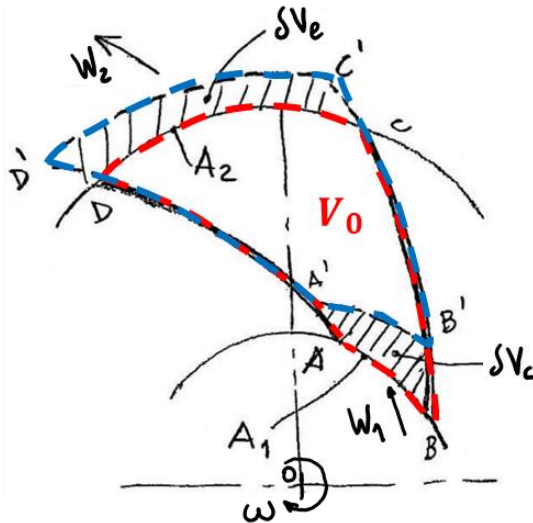
Variazione della quantità di moto attraverso la girante

$$d\vec{I}_w = dt \int_{V_0} \frac{\partial}{\partial t} (\rho \vec{W})_{t_0} dV + dt \left[\int_{A_2} (\rho \vec{W})_{t_0} W_n dA - \int_{A_1} (\rho \vec{W})_{t_0} W_n dA \right]$$

- Pertanto, la risultante delle $\vec{F}_w$ delle forze esterne agenti sulla massa m è:

$$\vec{F}_w = \frac{d\vec{I}_w}{dt} = \boxed{\int_{V_0} \frac{\partial}{\partial t} (\rho \vec{W})_{t_0} dV} + \int_{A_2} \rho \vec{W} W_n dA - \int_{A_1} \rho \vec{W} W_n dA$$

--- t_0 $\longrightarrow$ V_0
--- $t_0 + dt$ $\longrightarrow$ $V = V_0 + \delta V$



esprime la **variazione nel tempo** della quantità di moto della massa m contenuta nel volume di controllo V_0

$$\int_{V_0} \frac{\partial}{\partial t} (\rho \vec{W})_{t_0} dV = 0 \text{ se il regime è stazionario}$$

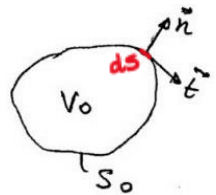
- Mi metto nelle ipotesi di regime stazionario e trascuro il termine

Variazione della quantità di moto attraverso la girante

$$\vec{F}_w = \frac{d\vec{I}_w}{dt} = \int_{A_2} \rho \vec{W} W_n dA - \int_{A_1} \rho \vec{W} W_n dA$$

risultante delle forze esterne agenti sul volume di controllo V_0 (sono comprese le interazioni che si manifestano attraverso la superficie S_0 che delimita il volume V_0)

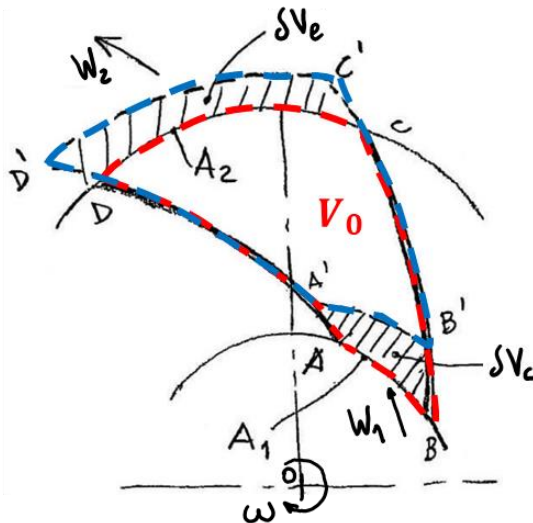
⇒ Pertanto:



$$\vec{F}_w = \int_{V_0} \rho \vec{g} dV + \int_{S_0} -\vec{n} p dS + \int_{S_0} -\vec{t} \tau_w dS$$

dove:

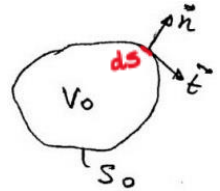
- $\vec{n}$ è la normale esterna al contorno (il cui verso è perciò contrario alla forza di pressione esercitata dall'ambiente circostante V_0)
- $\vec{t}$ il versore tangente all'elemento di contorno (il segno meno che precede $\vec{t}$ è solo per analogia a quello che precede $\vec{n}$ → si intende cioè ribadire l'azione dell'ambiente esterno sull'elemento di superficie dS che delimita V_0).



Variazione della quantità di moto attraverso la girante

- L'obiettivo è definire una relazione tra la risultante delle forze che la macchina esercita sul fluido e la variazione dell'energia del fluido

$$\vec{F}_w = \int_{V_0} \rho \vec{g} dV + \int_{S_0} -\vec{n} p dS + \int_{S_0} -\vec{t} \tau_w dS$$

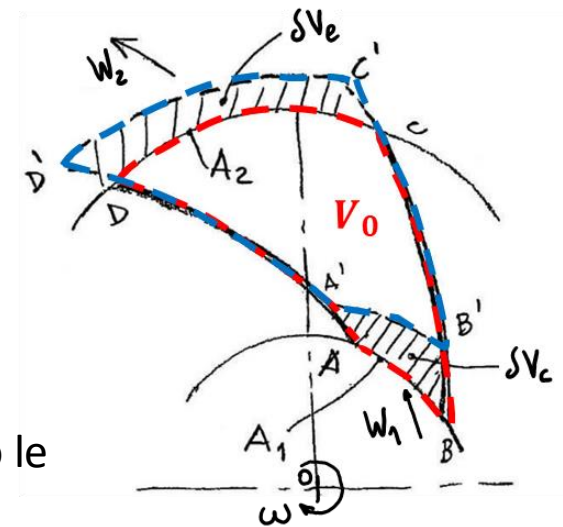


- Per esercitare delle forze sul fluido, la macchina deve necessariamente sfruttare le sue pareti solide:

$$S_{solide} = S_0 - A_1 - A_2$$

Superficie complessiva del volume V_0

Superfici non solide



- Le uniche forze che danno contributo sulle pareti fluide sono le forze di pressione e quelle degli sforzi tangenziali

Variazione della quantità di moto attraverso la girante

- L'obiettivo è definire una **relazione** tra la **risultante delle forze che la macchina esercita sul fluido** e la **variazione dell'energia del fluido**

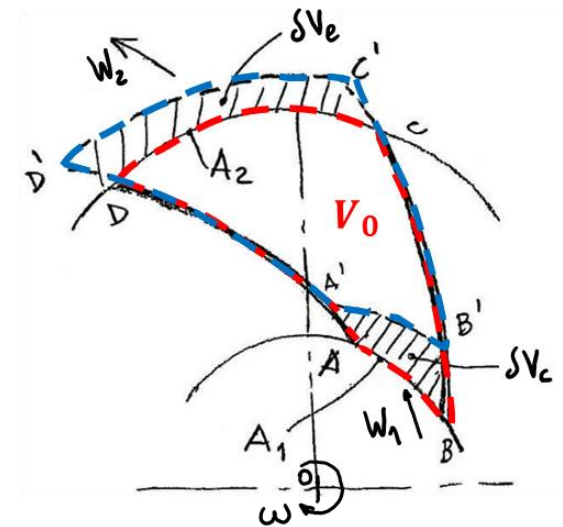
$$\vec{F}_w = \int_{V_0} \rho \vec{g} dV + \int_{S_{solide}} -\vec{n} p dA + \int_{A_1+A_2} -\vec{n} p dS + \int_{S_{solide}} -\vec{t} \tau_w dA + \int_{A_1+A_2} -\vec{t} \tau_w dS$$

$$\vec{R}_w = \int_{V_0} \rho \vec{g} dV + \int_{S_{solide}} -\vec{n} p dA + \int_{S_{solide}} -\vec{t} \tau_w dA$$

risultante delle forze esercitate dalla macchina sul fluido contenuto nel volume V_0

$$\vec{F}_w = \vec{R}_w + \int_{A_1+A_2} -\vec{n} p dA + \int_{A_1+A_2} -\vec{t} \tau_w dA$$

Spesso trascurabile perché i contributi su A_1 e A_2 sono opposti e di entità simile



Variazione della quantità di moto attraverso la girante

$$\left\{ \begin{aligned} \vec{F}_w &= \frac{d\vec{I}_w}{dt} = \int_{A_2} \rho \vec{W} W_n dA - \int_{A_1} \rho \vec{W} W_n dA \\ \vec{F}_w &= \vec{R}_w + \int_{A_1+A_2} -\vec{n} p dS \end{aligned} \right.$$

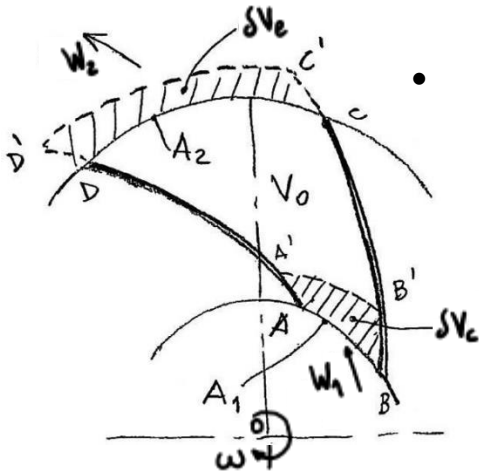


$$\vec{R}_w + \int_{A_1+A_2} -\vec{n} p dA = \int_{A_2} \rho \vec{W} W_n dA - \int_{A_1} \rho \vec{W} W_n dA$$



$$\vec{R}_w = \int_{A_1+A_2} \vec{n} p dA + \int_{A_2} \rho \vec{W} W_n dA - \int_{A_1} \rho \vec{W} W_n dA$$

Variazione della quantità di moto attraverso la girante



- L'azione complessiva **delle pareti solide sul fluido** è quindi data da:

$$\vec{R}_w = \int_{A_2} \rho \vec{W} W_n dA - \int_{A_1} \rho \vec{W} W_n dA + \int_{A_1+A_2} \vec{n} p dA$$

- L'azione complessiva **del fluido sulle pareti solide** è:

$$\vec{R}'_w = -\vec{R}_w = \int_{A_1} \rho \vec{W} W_n dA - \int_{A_2} \rho \vec{W} W_n dA - \int_{A_1+A_2} \vec{n} p dA$$

- La forza $\vec{R}_w$ è la **forza complessiva** della macchina sul fluido nel sistema di riferimento relativo (cioè per un osservatore che ruota in solido con la girante).
- Per ritrovare i risultati dell'**osservatore nel s.d.r. assoluto** occorre aggiungere i contributi delle accelerazioni di base e di Coriolis:

$$\vec{a} = \vec{a}_R + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) + 2 \vec{\omega} \times \vec{W}$$

Variazione della quantità di moto attraverso la girante

$$\left\{ \begin{aligned} \vec{F}_w &= \frac{d\vec{I}_w}{dt} = \int_{A_2} \rho \vec{W} W_n dA - \int_{A_1} \rho \vec{W} W_n dA \\ \vec{a} &= \vec{a}_R + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) + 2\vec{\omega} \times \vec{W} \end{aligned} \right.$$

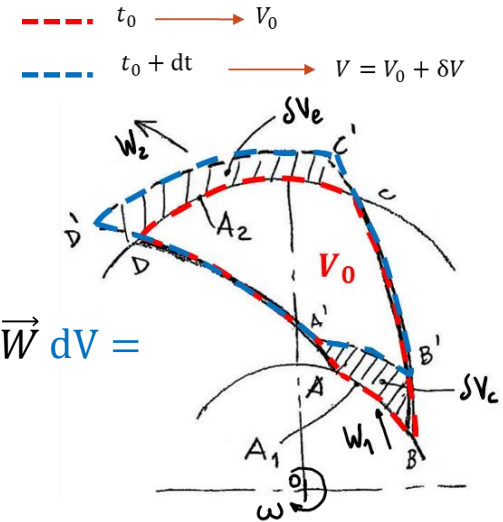
$$\Rightarrow \vec{F} = \frac{d\vec{I}}{dt} = \int_{V_0} \rho \vec{a} dV = \int_{V_0} \rho \vec{a}_R dV + \int_{V_0} \rho \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) dV + \int_{V_0} 2 \rho \vec{\omega} \times \vec{W} dV =$$

$$= \frac{d\vec{I}_w}{dt} + \int_{V_0} \rho \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) dV + \int_{V_0} 2 \rho \vec{\omega} \times \vec{W} dV =$$

$$\vec{F} = \int_{A_2} \rho \vec{W} W_n dA - \int_{A_1} \rho \vec{W} W_n dA + \int_{V_0} \rho \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) dV + \int_{V_0} 2 \rho \vec{\omega} \times \vec{W} dV$$

- Per quanto riguarda la forza $\vec{F}$ si può applicare lo stesso procedimento di scomposizione adottato nel sistema relativo, ottenendo:

$$\vec{F} = \vec{R} + \int_{A_1+A_2} -\vec{n} p dA = \int_{A_2} \rho \vec{W} W_n dA - \int_{A_1} \rho \vec{W} W_n dA + \int_{V_0} \rho \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) dV + \int_{V_0} 2 \rho \vec{\omega} \times \vec{W} dV$$



Variazione della quantità di moto attraverso la girante

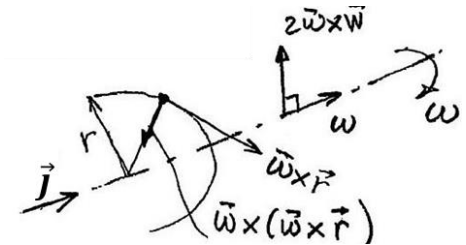
$$\vec{R} = \int_{A_2} \rho \vec{W} W_n dA - \int_{A_1} \rho \vec{W} W_n dA + \int_{A_1+A_2} \vec{n} p dA + \int_{V_0} \rho \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) dV + \int_{V_0} 2 \rho \vec{\omega} \times \vec{W} dV$$

- Nel sistema di riferimento **assoluto**, per valutare la forza esercitata dalla macchina bisogna considerare gli integrali di volume delle accelerazioni di base e di Coriolis
- Qualora l'interesse sia la **componente assiale** di $\vec{R}$ (spinta sui supporti dell'albero):

$$R_a = \vec{R} \cdot \vec{j}$$

l'espressione precedente si semplifica

- Infatti, i vettori $\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$ e $2\vec{\omega} \times \vec{W}$ sono ortogonali all'asse di rotazione, sicché è nulla loro componente in quella direzione



$$R_a = \vec{R} \cdot \vec{j} = \int_{A_2} \vec{j} \cdot \vec{W} \rho W_n dA - \int_{A_1} \vec{j} \cdot \vec{W} \rho W_n dA + \int_{A_2} \vec{j} \cdot \vec{n} p dA + \int_{A_1} \vec{j} \cdot \vec{n} p dA$$

Spinta assiale

$$R_a = \vec{R} \cdot \vec{j} = \int_{A_2} \vec{j} \cdot \vec{W} \rho W_n dA - \int_{A_1} \vec{j} \cdot \vec{W} \rho W_n dA + \int_{A_2} \vec{j} \cdot \vec{n} p dA + \int_{A_1} \vec{j} \cdot \vec{n} p dA$$

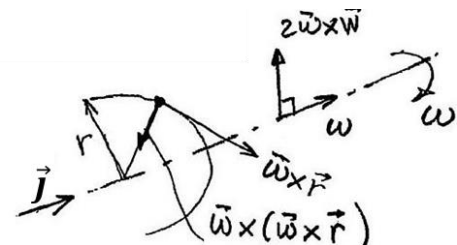
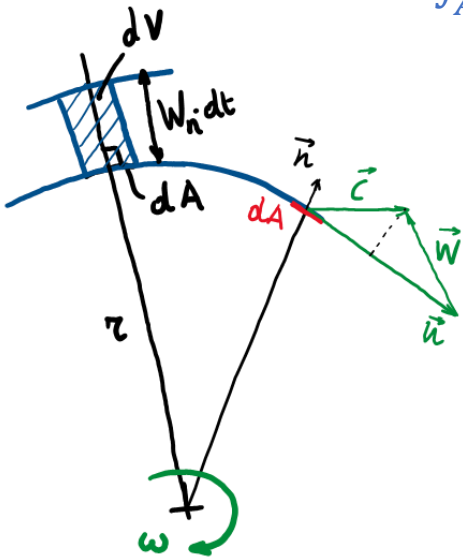
$$dQ_v = W_n dA = C_n dA$$

- Alla medesima equazione si porrebbe anche se nella relazione precedente si sostituisse la velocità relativa $\vec{W}$ con quella assoluta $\vec{C}$ poiché:

$$\vec{C} = \vec{\omega} \times \vec{r} + \vec{W} \Rightarrow \vec{C} \cdot \vec{j} = (\vec{\omega} \times \vec{r}) \cdot \vec{j} + \vec{W} \cdot \vec{j} = \vec{W} \cdot \vec{j}$$

$$\Rightarrow R_a = \int_{A_2} \vec{j} \cdot \vec{C} \rho dQ_v - \int_{A_1} \vec{j} \cdot \vec{C} \rho dQ_v + \int_{A_2} \vec{j} \cdot \vec{n} p dA + \int_{A_1} \vec{j} \cdot \vec{n} p dA$$

- La spinta assiale del fluido sui supporti dell'albero è: $\vec{R}'_a = -\vec{R}_a$



Esercizio

Spinta Assiale

Domande, Curiosità, Dubbi, Perplessità?

PROF. ING. ALBERTO BENATO, PH.D.

ASSOCIATE PROFESSOR

TURBOMACHINERY & ENERGY SYSTEMS GROUP

DEPARTMENT OF INDUSTRIAL ENGINEERING - UNIVERSITY OF PADOVA

VIA VENEZIA 1 - 35131 - PADOVA

BLDG. EX DIM - 5TH FLOOR - ROOM 19

TEL. 049 827 6752

MAIL: ALBERTO.BENATO@UNIPD.IT

WEBSITE: RESEARCH.DII.UNIPD.IT/TES/

