

Esercizio 1. Nello spazio $\mathbb{R}^3$ sono dati i punti $A = (0, 2, -1)$ e $B = (4, 0, 1)$.

- (a) Scrivere le equazioni parametriche della retta r passante per A e B .
- (b) Sia s la retta di equazioni

$$s : \begin{cases} x - 2z = 3 \\ y + z = 3 \end{cases}$$

Verificare che le rette r e s sono parallele.

- (c) Scrivere l'equazione cartesiana del piano π contenente le rette r e s .
- (d) Determinare il punto R sulla retta r di minima distanza dal punto $P = (-1, 0, 5)$.
- (e) Determinare il punto H sul piano π di minima distanza dal punto $P = (-1, 0, 5)$.
- (f) Calcolare l'area del triangolo PRH .

Esercizio 2. Studiare la convergenza delle seguenti serie numeriche:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^2 + 3n + 1}}{n^2 + \ln(n)} \quad (b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n! + n^2} \quad (c) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n + \ln(n)}{n^2}$$

Esercizio 3. Si consideri la funzione

$$f(x) = \ln(x^2 - 2x + 1) - \frac{1}{2}x^2$$

- (a) Determinare il dominio D di f , eventuali simmetrie di f , i limiti di f agli estremi di D e gli eventuali asintoti di f .
- (b) Calcolare la derivata di f , studiare la crescita e decrescenza di f , determinare gli eventuali punti di massimo o minimo di f .
- (c) Disegnare un grafico qualitativo di f .
- (d) Scrivere l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto $x = 0$.