

Esercizio 1. Nello spazio $\mathbb{R}^3$ sia r la retta passante per $P = (1, 1, 0)$ e $Q = (0, -1, 1)$. Sia s la retta di equazioni

$$s : \begin{cases} x + y = 1 \\ x - y - z = 0. \end{cases}$$

- (a) Scrivere l'equazione cartesiana di r .
- (b) Scrivere le equazioni parametriche di s .
- (c) Scrivere l'equazione cartesiana del piano π contenente la retta s e parallelo alla retta r .
- (d) Trovare la proiezione ortogonale del punto $R = (0, 1, 1)$ sul piano π .

Esercizio 2. Calcolare i seguenti limiti:

- (a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2 - 5} + \sqrt{n^2 + 8}}{n + 3};$
- (b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[4]{n^3 - n - 3} - \ln(n^3 + 2)}{n^2 + 2};$
- (c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 e^n}{n + e^{2n}}.$

Esercizio 3. Determinare se le seguenti serie convergono:

- (a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n + 5}{\ln(n) + 25};$
- (b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^3 + 2n - 1} + \sqrt{n^2 - n + 1}}{n^3 + n^2 + 1};$
- (c) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{4^n}{(n + 1)!};$
- (d) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\ln(n + 3)}.$

Esercizio 4. Definiamo la funzione

$$f(x) = (x - 1)e^{\frac{1}{x}}.$$

Determinare il dominio D , il segno di $f(x)$ (ovvero quando $f(x) \geq 0$ e quando $f(x) \leq 0$) le eventuali simmetrie (funzione pari o dispari), i limiti agli estremi di D , gli eventuali asintoti verticali, orizzontali ed obliqui, scrivere la derivata $f'(x)$ di $f(x)$ e studiare crescita e decrescita di $f(x)$. Tracciare il grafico della funzione $f(x)$ utilizzando le informazioni raccolte.