



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI PADOVA



Dipartimento
di Ingegneria Industriale

Le pompe alternative

Corso di Macchine 1

Agenda

- ▶ Pompe volumetriche alternative: generalità
- ▶ Pompe volumetriche alternative: portata
- ▶ Scambio Energetico nelle pompe volumetriche alternative
 - ▶ Diagramma Indicato con fluido perfetto e effetti inerziali nulli
 - ▶ Lavoro per Unità di Massa
 - ▶ Diagramma Indicato con fluido perfetto
 - ▶ Diagramma Indicato nel caso reale
- ▶ Rendimento nelle pompe volumetriche alternative
- ▶ Campi di impiego e condizioni di esercizio



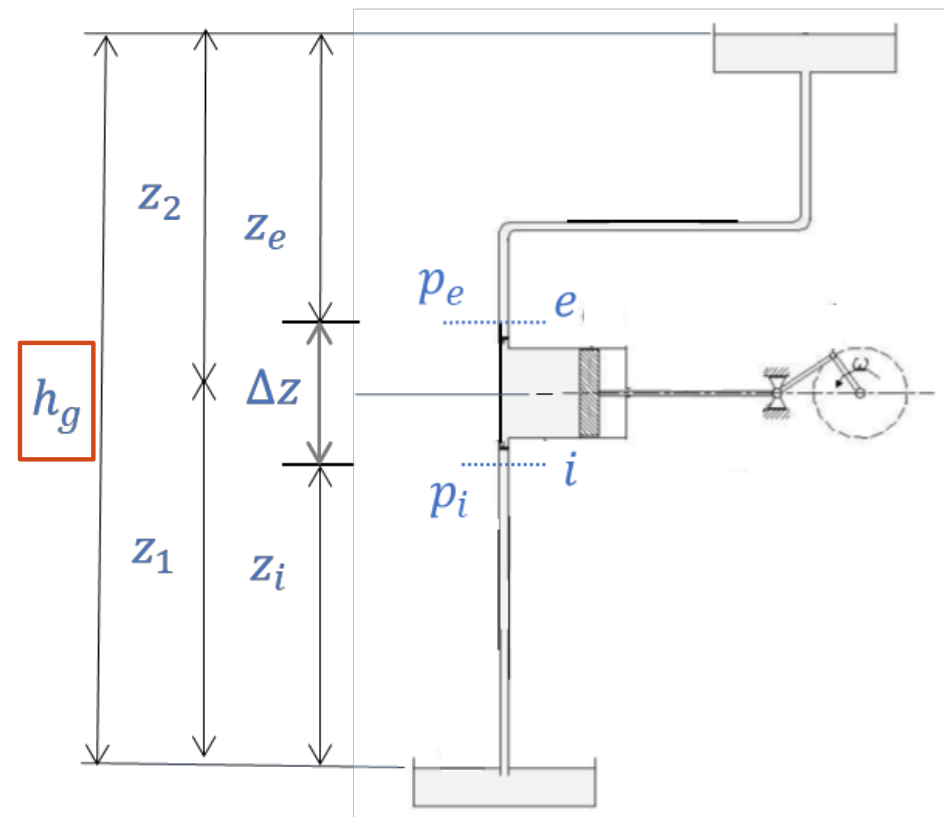
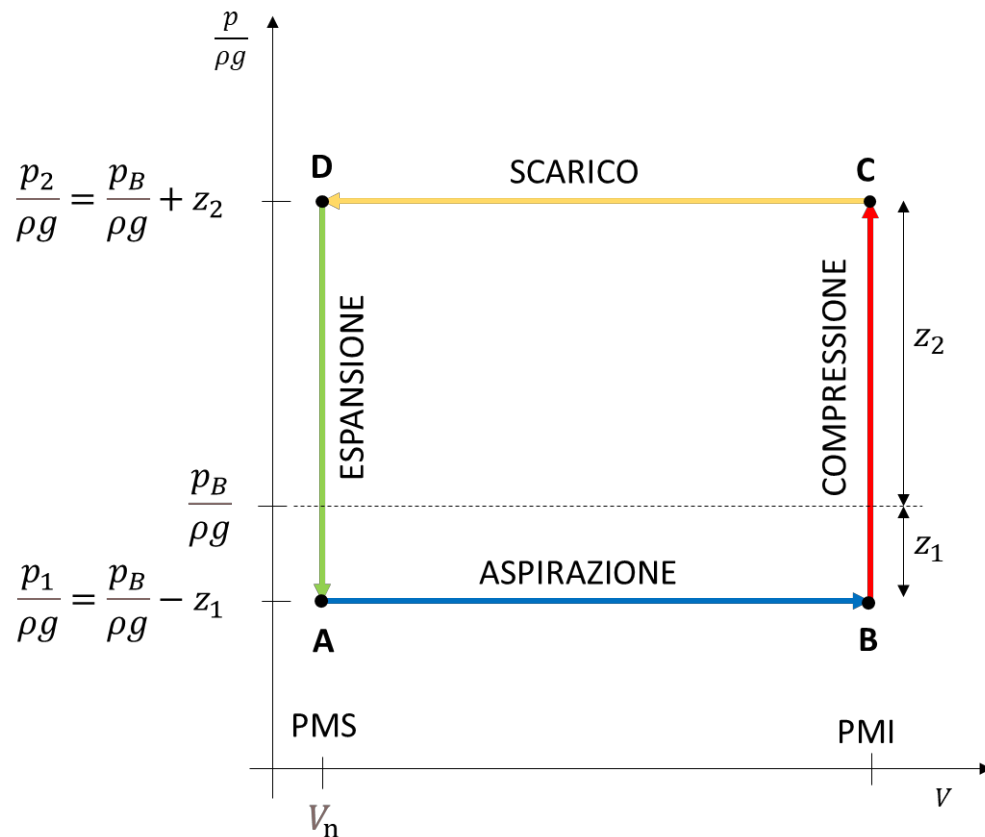
Pompe volumetriche alternative: Scambio energetico

Diagramma indicato «IDEALE»

Diagramma indicato «IDEALE» – Lavoro ideale per unità di massa

$$gh = \left[\left(\cancel{\frac{p_B}{\rho}} + g z_e \right) + g (z_i + \Delta z) \right] - \left[\left(\cancel{\frac{p_B}{\rho}} - g z_i \right) + g z_i \right] = g(z_e + z_i + \Delta z)$$

$$= g(z_1 + z_2) = g h_g \Rightarrow \boxed{g h = g h_g}$$

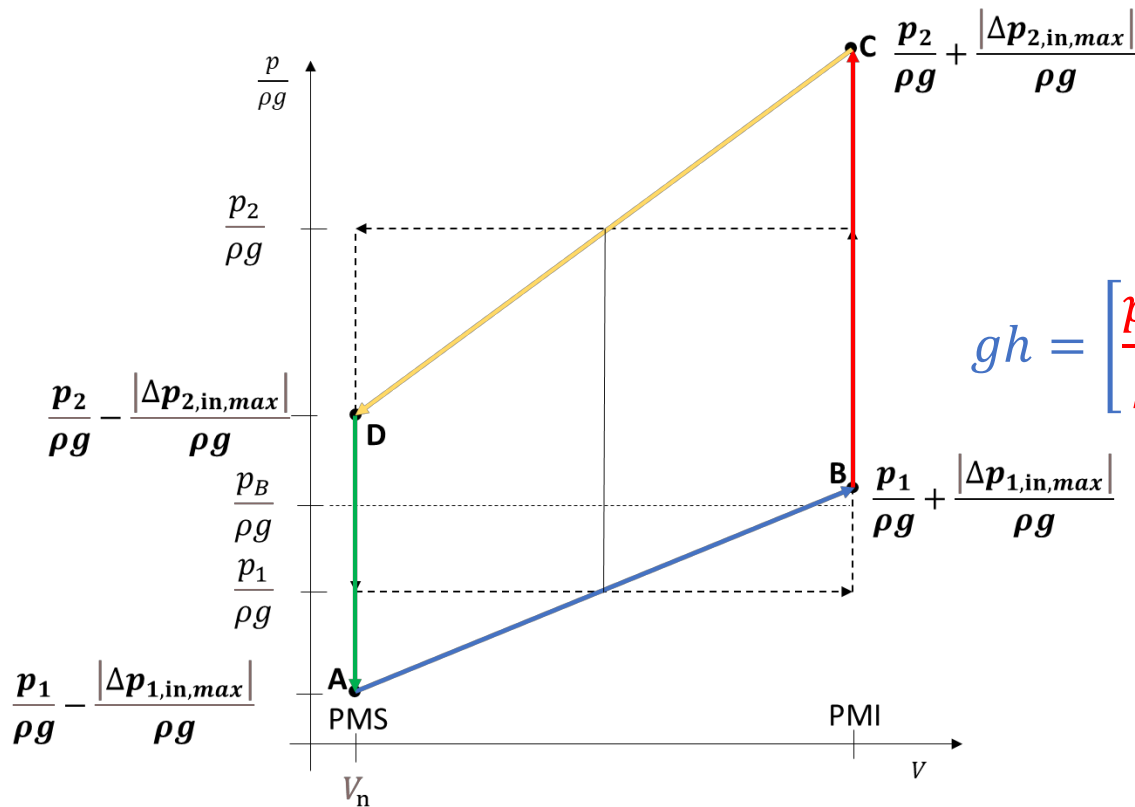


Pompe volumetriche alternative: Scambio energetico

Diagramma indicato «INERZIALE»

Diagramma indicato «**INERZIALE**» – Ipotesi semplificative: fluido perfetto

Che impatto hanno gli effetti inerziali sullo scambio energetico?



$$gh = \frac{p_e^0}{\rho} - \frac{p_i^0}{\rho}$$



$$gh = \left[\frac{p_e}{\rho} + g(z_i + \Delta z) + \frac{C_e^2}{2} \right] - \left(\frac{p_i}{\rho} + gz_i + \frac{C_i^2}{2} \right)$$

Si tratta di valori medi di pressione!!



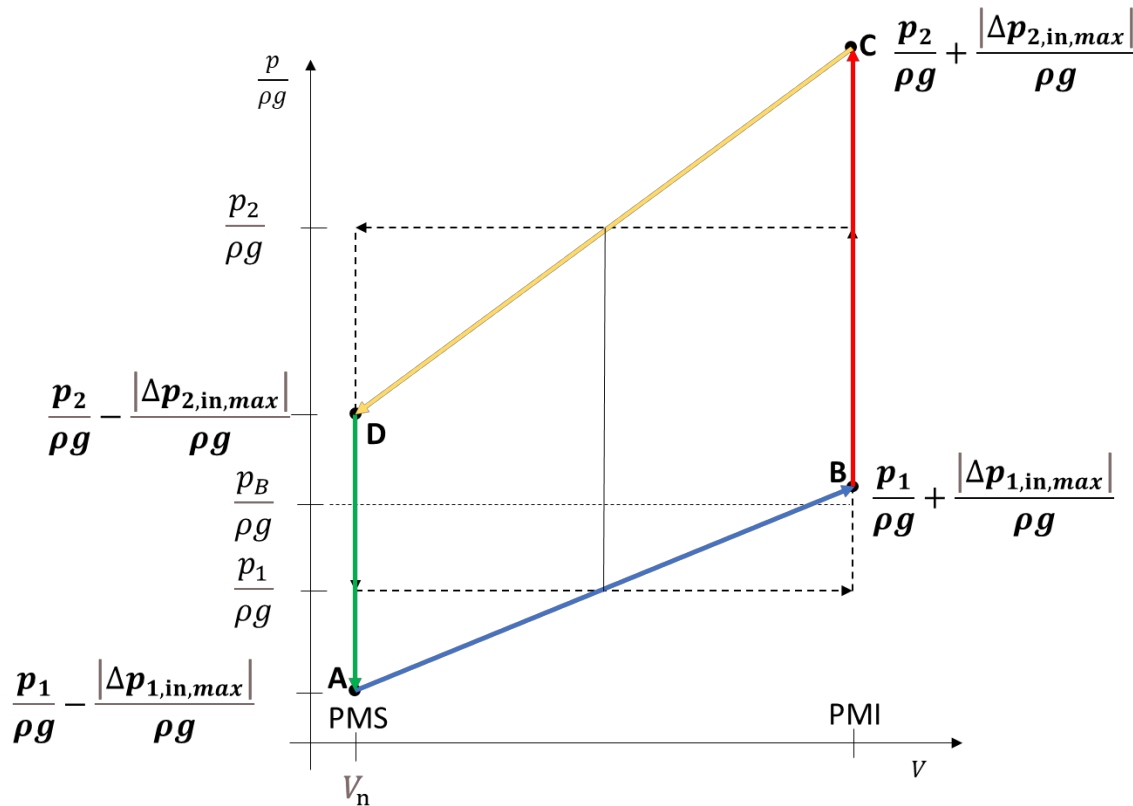
$$gh = g(z_1 + z_2)$$

Non c'è nessuna influenza sullo scambio energetico!



Diagramma indicato «**INERZIALE**» – Ipotesi semplificative: fluido perfetto

Perché sono da conteggiare?



Danno informazioni sui valori massimi e minimi di pressione all'interno del cilindro

- La pressione minima del ciclo **non deve scendere** al di sotto di p_v , per non rischiare l'insorgere della **cavitazione**:

$$\frac{p_1}{\rho g} - \frac{\Delta p_{1,in,max}}{\rho g}$$

$A_p, C_p, \dot{x}_p$
 $A_c; l_c$

- La pressione massima non deve superare il limite strutturale

$$\frac{p_2}{\rho g} + \frac{\Delta p_{2,in,max}}{\rho g}$$



Pompe volumetriche alternative: Scambio energetico

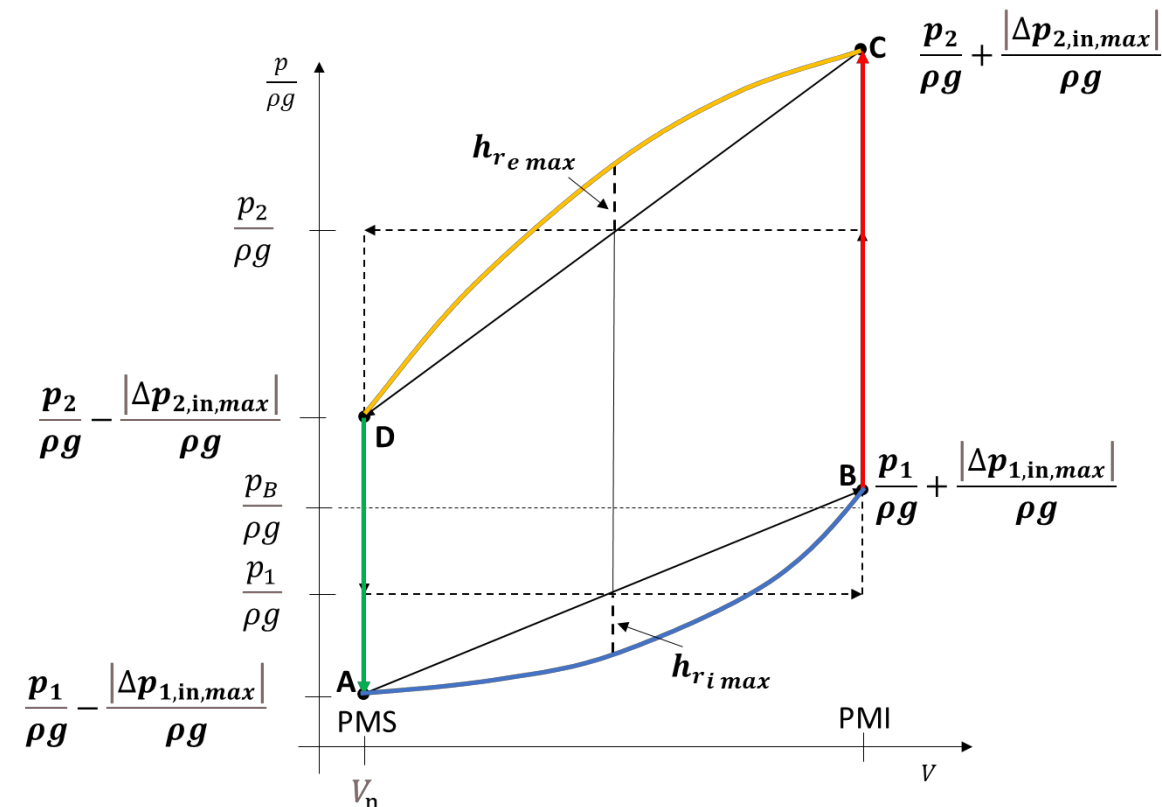
Diagramma indicato

Diagramma indicato – Perdite di carico per attriti viscosi e turbolenti lungo le condotte

- Alle **perdite continue** lungo le condotte di aspirazione corrisponde una perdita di pressione pari a:

$$h_{r_i} = \frac{p_{r_i}}{\rho g} = \frac{f}{\rho g} \frac{l_{c_i}}{d_{c_i}} \rho \frac{\dot{x}_{c_i}^2}{2} = \frac{f}{\rho g} \frac{l_{c_i}}{d_{c_i}} \rho \frac{1}{2} \left(\dot{x}_p \frac{A_p}{A_{c_i}} \right)^2$$

$$\dot{x}_p = r \omega \sin(\omega t)$$

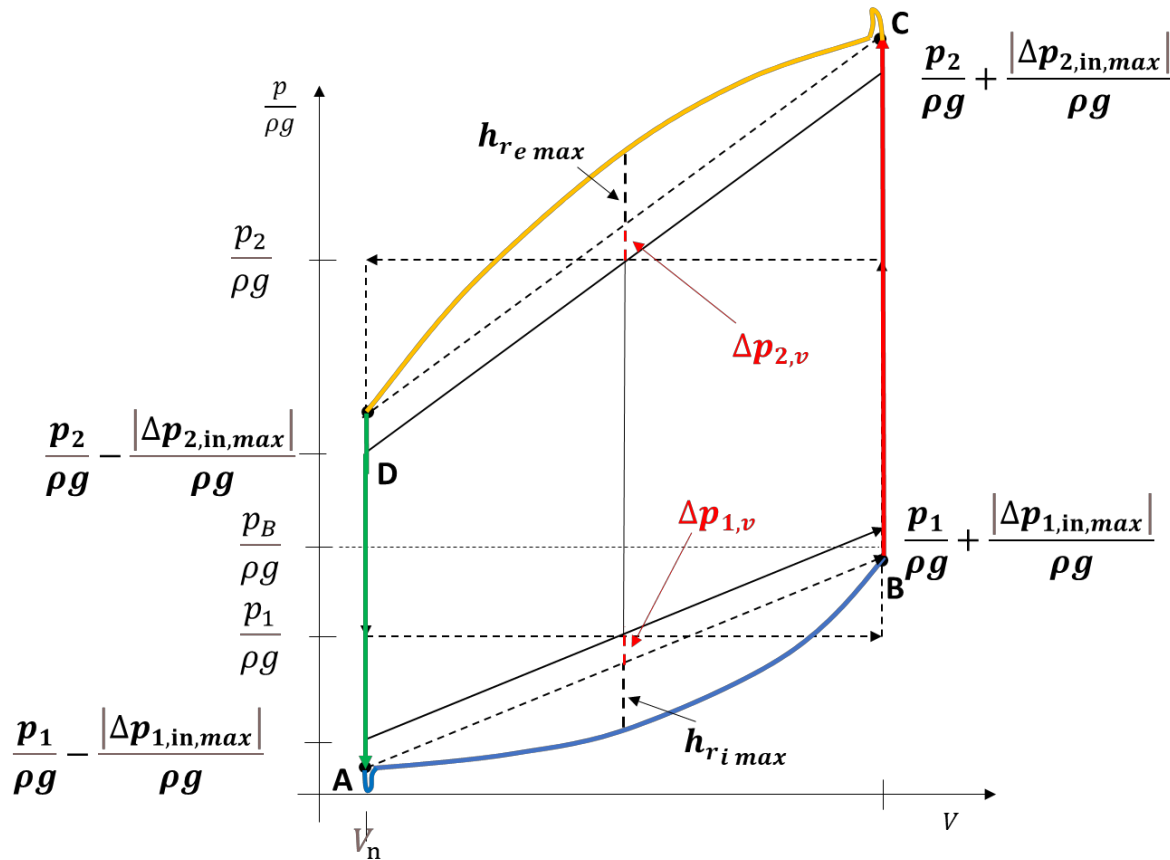


- Alle perdite continue lungo le condotte di aspirazione corrisponde una sovrappressione pari a:

$$h_{r_e} = \frac{p_{r_e}}{\rho g} = \frac{f}{\rho g} \frac{l_{c_e}}{d_{c_e}} \rho \frac{1}{2} \left(\dot{x}_p \frac{A_p}{A_{c_e}} \right)^2$$



Diagramma indicato – Perdite di carico localizzate attraverso le valvole

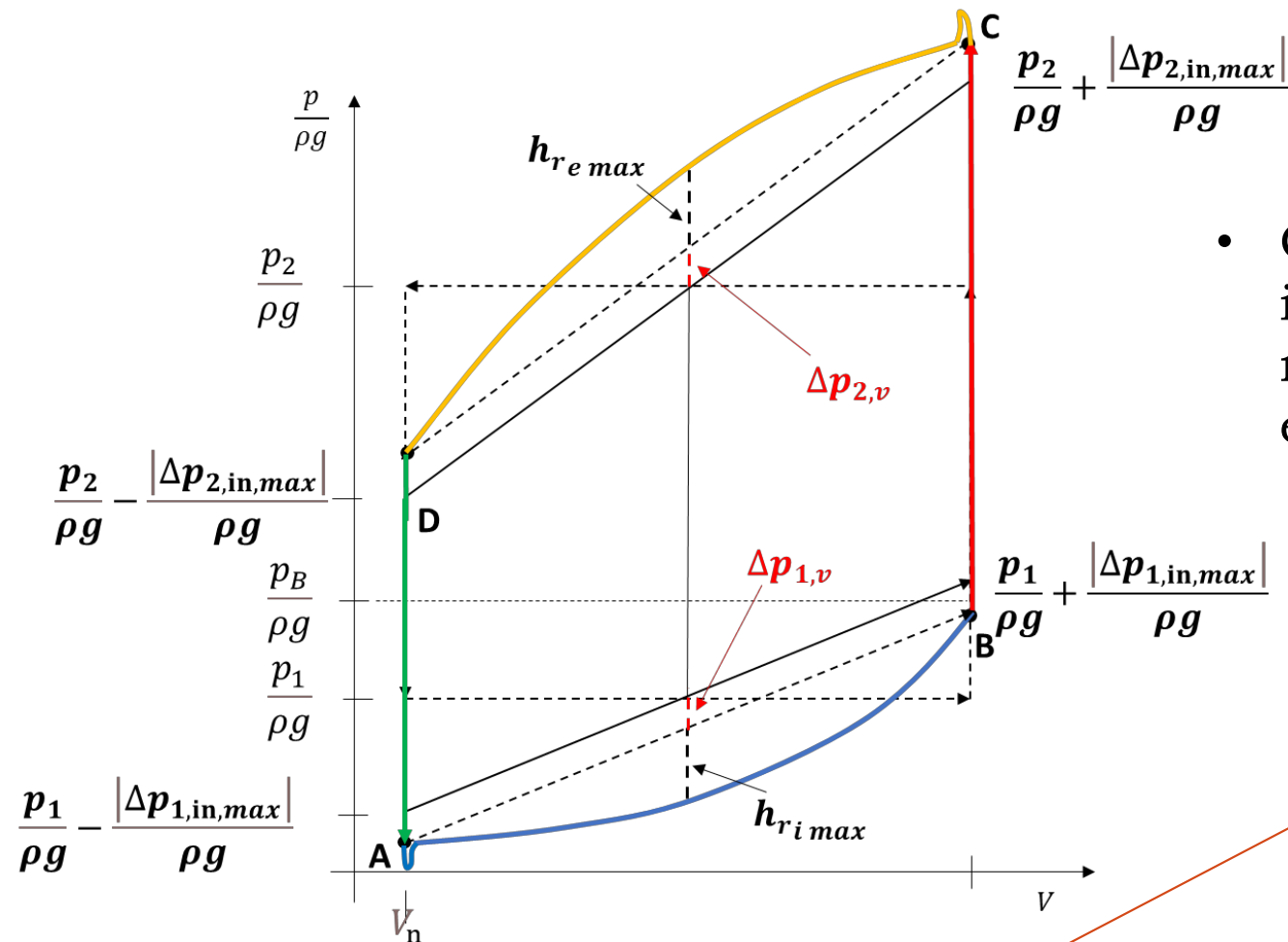


- L'andamento delle pressioni all'interno del cilindro è condizionato anche dalle **perdite** di carico **localizzate** attraverso le valvole di aspirazione e di mandata

- Queste perdite, indicate con $\Delta p_{1,v}$ e $\Delta p_{2,v}$ per le valvole di aspirazione e di mandata, sono rappresentate qualitativamente in **figura**

- Gli andamenti di entrambe le perdite $\Delta p_{1,v}$ e $\Delta p_{2,v}$ presentano un valore **più elevato all'inizio** delle rispettive corse, non essendo le valvole ancora completamente aperte

Diagramma indicato

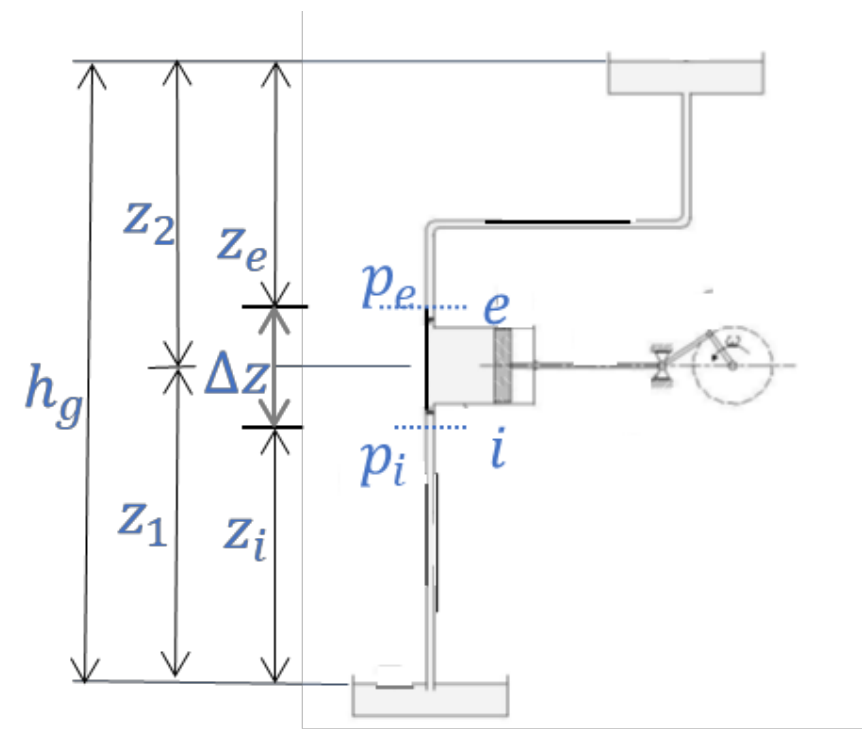
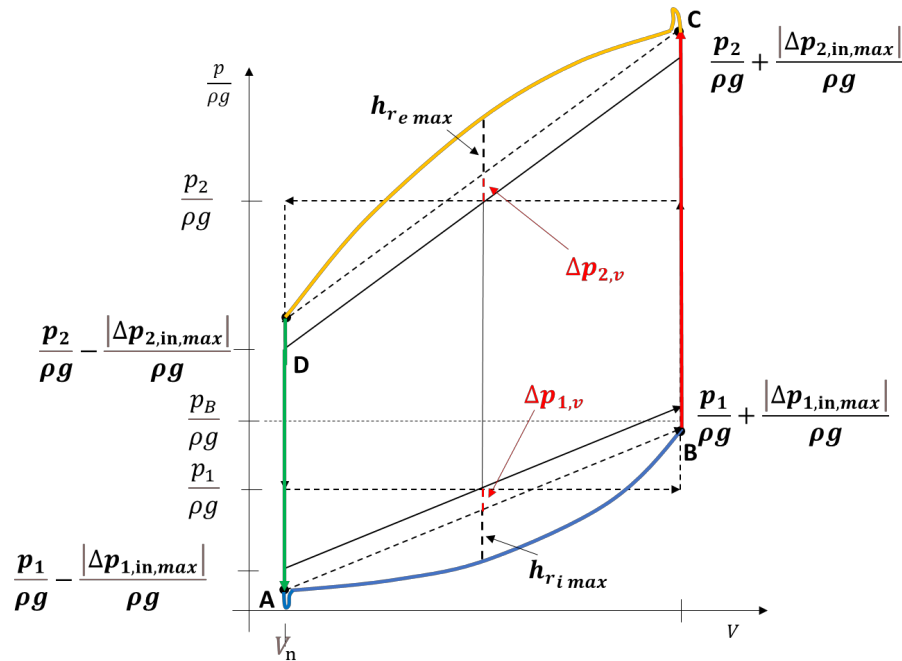


- Gli effetti viscosi modificano il valore della pressione media in fase di aspirazione e scarico

Gli effetti viscosi modificano l'entità dello scambio di energia!!!

$$gh = \frac{p_e^0}{\rho} - \frac{p_i^0}{\rho} = \left[\frac{p_e}{\rho} + g(z_i + \Delta z) \right] - \left(\frac{p_i}{\rho} + gz_i \right)$$

Diagramma indicato



$$gh = \left[\frac{p_e}{\rho} + g(z_i + \Delta z) \right] - \left(\frac{p_i}{\rho} + g z_i \right)$$

$$gh = \left[\left(\frac{p_B}{\rho} + g z_e \right) + g h_{re} + g(z_i + \Delta z) \right] - \left[\left(\frac{p_B}{\rho} - g z_i \right) - g h_{ri} + g z_i \right] =$$

Le perdite di carico variano al variare della posizione del pistone (e quindi del tempo)

Diagramma indicato

$$gh = \left[\left(\frac{p_B}{\rho} + g z_e \right) + g h_{r_e} + g (z_i + \Delta z) \right] - \left[\left(\frac{p_B}{\rho} - g z_i \right) - g h_{r_i} + g z_i \right] =$$

- Per semplificare si considera un valor medio della perdita di carico nelle rispettive condotte: $\overline{h_r} = \frac{2}{3} h_{r_{max}}$

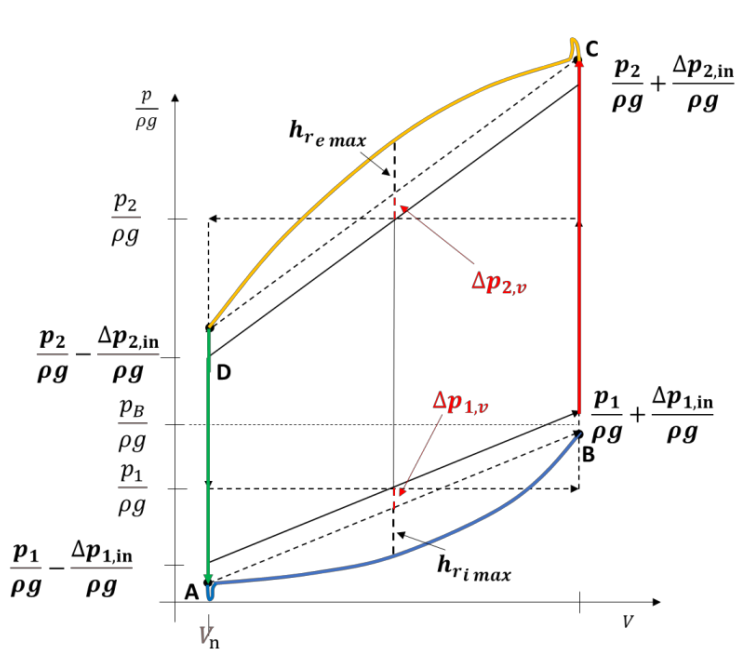
$$gh = \left[\left(\frac{p_B}{\rho} + g z_e \right) + \frac{2}{3} g h_{r_{e max}} + g (z_i + \Delta z) \right] - \left[\left(\frac{p_B}{\rho} - g z_i \right) - \frac{2}{3} g h_{r_{i max}} + g z_i \right] =$$

$$= g(z_e + z_i + \Delta z) + \frac{2}{3} g (h_{r_{e max}} + h_{r_{i max}})$$

$$= g \left[h_g + \frac{2}{3} (h_{r_{e max}} + h_{r_{i max}}) \right]$$

Stima dell'incremento di scambio energetico dovuto agli effetti viscosi

Diagramma indicato



$$g h = g \left[h_g + \frac{2}{3} (h_{re max} + h_{ri max}) \right]$$

energia ricevuta dal fluido

- Per ottenere l'energia richiesta alla pompa L_{pompa} , è necessario aggiungere le perdite idrauliche interna alla pompa, di difficile quantificazione

- Pertanto, il lavoro della pompa si determina solitamente assumendo un valore plausibile per il rendimento idraulico e meccanico:

$$L_{alb} = \frac{g h}{\eta_{id} \eta_m} \quad [J/kg]$$

- Per le pompe alternative $\eta_{id} \approx 0,85 \div 0,95$ e $\eta_m \approx 0,88 \div 0,95$

Diagramma indicato

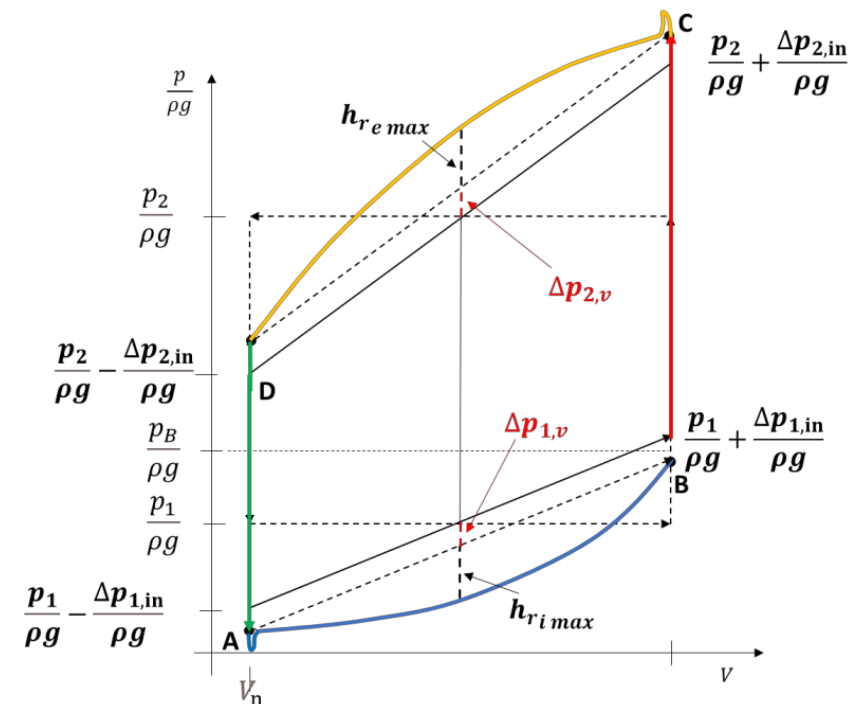
- Definito il lavoro, la **potenza assorbita** dalla macchina può essere determinata tramite la seguente relazione:

$$P_{alb} = L_{alb} \rho Q_{vi} = \frac{\rho Q_{vi} g h}{\eta_{id} \eta_m} = \frac{\rho Q_v g h}{\eta_{id} \eta_m \eta_v} [\text{W}]$$

dove η_m il rendimento meccanico e Q_{vi} è la portata geometrica aspirata:

$$Q_{vi} = V_g \frac{n}{60} \quad [\text{m}^3/\text{s}]$$

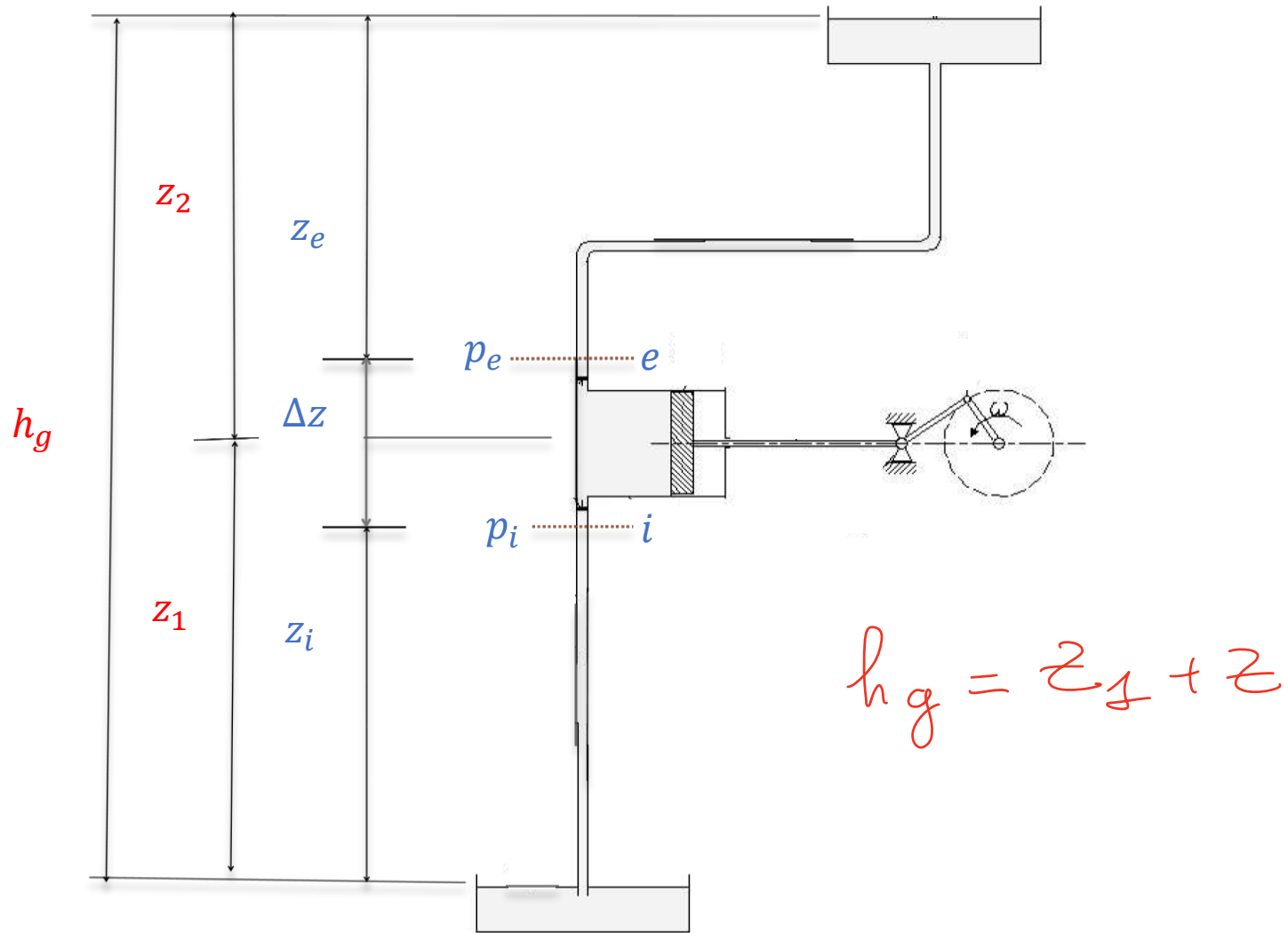
$$\begin{aligned} \eta_{id} &\approx 0,85 \div 0,95 \\ \eta_m &\approx 0,88 \div 0,95 \\ \eta_v &\approx 0,9 \div 0,98 \end{aligned}$$



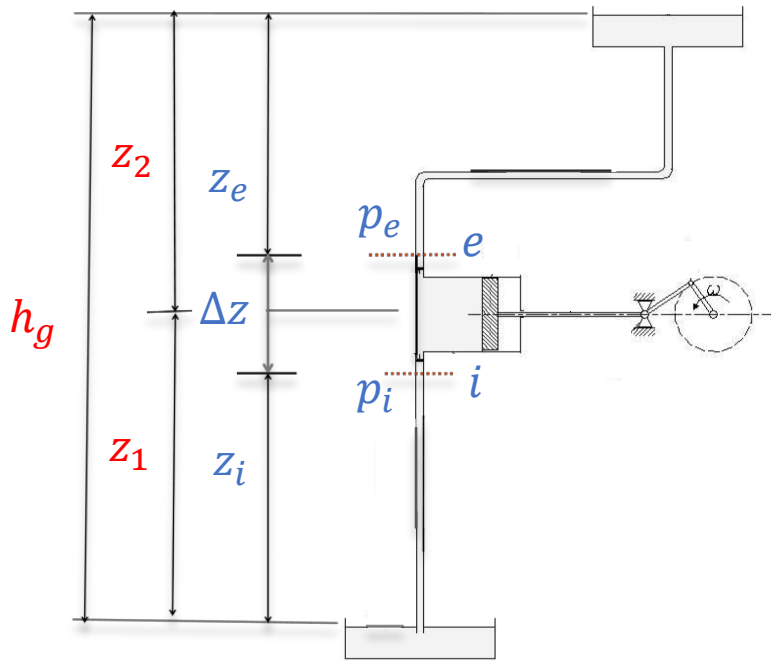


Pompe volumetriche alternative: Esercizio

Esercizio: schema



Esercizio: testo del problema



Una pompa alternativa a semplice effetto ha diametro $D_p = 200 \text{ mm}$, corsa $C_p = 340 \text{ mm}$ (raggio di manovella $r = C_p/2 = 170 \text{ mm}$) e regime di rotazione $n = 30 \text{ giri/min}$ (ne consegue: $\omega = \pi n/30 = \pi$).

L'altezza statica all'aspirazione è $z_1 = 2 \text{ m}$ rispetto all'asse della macchina.

La lunghezza e il diametro della condotta di aspirazione sono, rispettivamente, $l_{ci} = 8 \text{ m}$ e $d_{ci} = 100 \text{ mm}$.

L'altezza statica alla mandata è $z_2 = 20 \text{ m}$ rispetto all'asse della macchina.

La lunghezza e il diametro della condotta di mandata sono, rispettivamente, $l_{ce} = 22 \text{ m}$ e $d_{ce} = 100 \text{ mm}$.

Esercizio: quesiti

- a) Tracciare il diagramma indicato trascurando le perdite localizzate nelle valvole. Per le perdite continue si consideri $f = 0,04$. Si valorizzino le perdite idrauliche localizzate all'interno di quelle continue, maggiorando la lunghezza effettiva della condotta di 4 e 5 m rispettivamente.
- b) Determinare lo scambio energetico.
- c) Determinare la potenza assorbita, assumendo $\eta_{id} = 0,85$, $\eta_m = 0,9$ e $\eta_v = 0,92$
- d) determinare la quota z_1 di installazione in modo che la pressione minima abbia un battente di sicurezza pari a $0,7\text{ m}$ rispetto alla tensione di vapore, assumendo pari a $20\text{ }^\circ\text{C}$ la temperatura della acqua ($p_v = 2343\text{ Pa}$).
- e) Determinare il numero di giri n limite per il quale la pressione minima all'aspirazione, oppure alla mandata raggiunge alla tensione di vapore $p_v = 2343\text{ Pa}$ ($T = 20\text{ }^\circ\text{C}$).
- f) Determinare la lunghezza l_{ce} massima della condotta di mandata per evitare l'insorgere della cavitazione durante il trasferimento della portata ($p_v = 2343\text{ Pa}$, $T = 20\text{ }^\circ\text{C}$).

QUESITO A $\Rightarrow$ traccia il diag. indovate TRASC.
LE PERD MEGLIE VALORE (100).

CALCOLO la VEL ANG. DI ROT.

$$\omega = \frac{2\pi n}{60} = \frac{2\pi \cdot 30}{60} = \pi$$

$$A_p = \frac{\pi D_p^2}{4} = \frac{\pi \cdot (200 \cdot 10^{-3})^2}{4} = 0,0314 \text{ m}^2$$

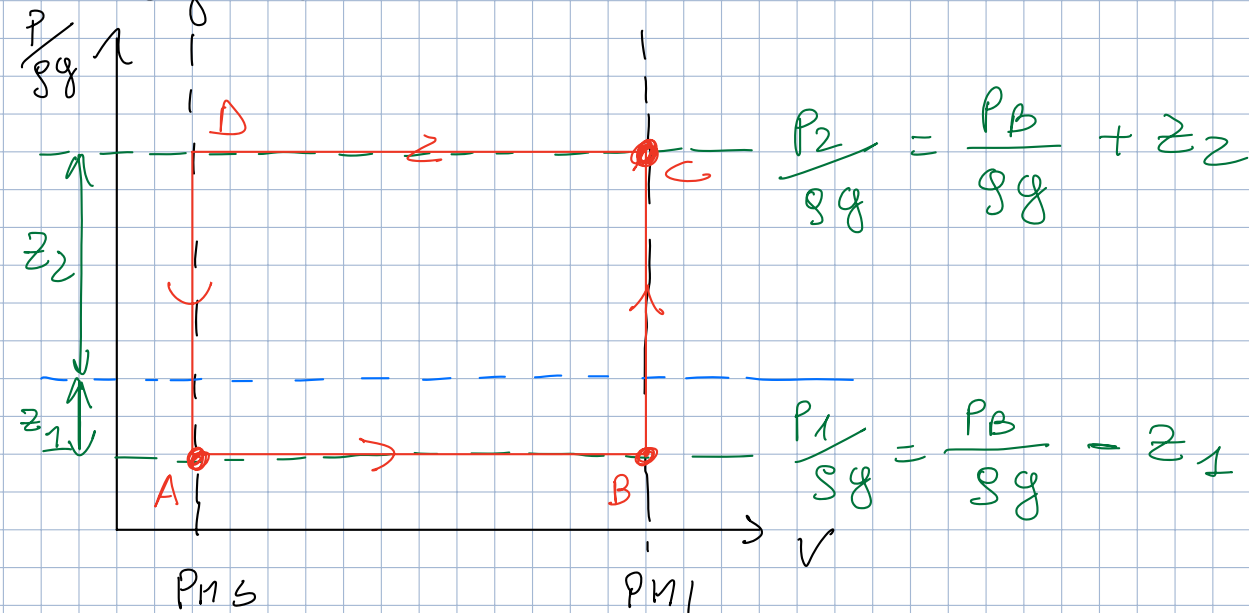
$$V_g = V_p = A_p \cdot C_p = 0,0314 \cdot 340 \cdot 10^{-3} = 0,01068 \text{ m}^3$$

$$A_{ci} = \frac{\pi d_{ci}^2}{4} = \frac{\pi \cdot (100 \cdot 10^{-3})^2}{4} = 0,007854 \text{ m}^2$$

$\downarrow$
 $= A_{ce}$

$$d_{ci} = d_{ce} \text{ ma } l_{ci} \neq l_{ce}$$

Diag ideale



RICORDA: ASSI, NETTO ETICHETTE ASSI, PMI, PMS,
 z_1, z_2 , COSTRUISCO IL DIAG E SECONDO
le P_1 e P_2 !

DIAG IN SENSO ANTI ORARIO!

AGGIUNGO GLI EFFETTI INERZIALI

• ASPIRAZIONE $\rightarrow$ AGISCONO $P_{HS}(A)$ e $P_{HI}(B)$

$$\begin{aligned} \frac{P_{asp}}{\rho g} &= \frac{P_1}{\rho g} - \frac{\Delta P_{1,m}}{\rho g} \\ &= \frac{P_B}{\rho g} - z_1 - \frac{\Delta P_{1,m}}{\rho g} \\ &= \frac{P_B}{\rho g} - z_1 - \frac{l_{ci}}{g} r \omega^2 \cdot \frac{A_p}{A_{ci}} \cdot \cos(\omega t) \end{aligned}$$

SE IL PISTONE È AL PHS $\rightarrow$ OUVERO IN (A)
 $\theta = \omega t = 0^\circ$

$$\begin{aligned} \frac{P_{asp}}{\rho g} &= \frac{P_{asp}}{\rho g} (\theta = 0^\circ) \\ &= \frac{P_B}{\rho g} - z_1 - \frac{l_{ci}}{g} \cdot r \omega^2 \cdot \frac{A_p}{A_{ci}} \cdot \cos 0 \rightarrow 1 \\ &= \frac{P_B}{\rho g} - z_1 - \frac{l_{ci}}{g} \cdot r \omega^2 \cdot \frac{A_p}{A_{ci}} \\ &= \frac{101325}{9,81 \cdot 1000} - 2 - \frac{8}{9,81} \cdot 170 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{11^2}{11} \cdot \frac{0,0314}{0,007854} \\ &= 10,33 - 2 - 5,48 = 2,85 \text{ m} \end{aligned}$$

se $\theta = \omega t = 180^\circ$

$$\frac{P_{asp, P_{HI}}}{\rho g} = \frac{P_B}{\rho g} - z_1 - \frac{l_{ci}}{g} \cdot r \omega^2 \cdot \frac{A_p}{A_{ci}} \cdot \cos(180) \rightarrow -1$$

$$= 10,33 - 2 + 5,48 = 13,81 \text{ m} \quad (B)$$

PASSIAMO ALLO SCARICO PRTI (C) e Pns (D)

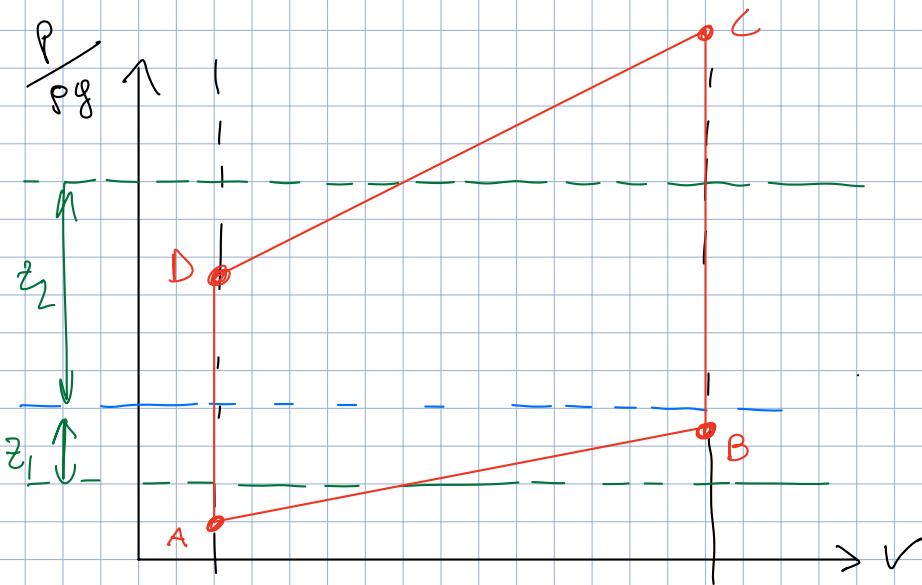
$$\begin{aligned} \frac{P_{\text{SCARICO, PRTI}}}{\rho g} &= \frac{P_B}{\rho g} + z_2 - \frac{l_{ce}}{g} \cdot r \omega^2 \cdot \frac{A_p}{A_{ce}} \cdot \underbrace{\cos(180^\circ)}_{-1} \\ &= 10,33 + 20 + \frac{22}{9,81} \cdot 170 \cdot 10^{-3} \cdot \pi^2 \cdot \frac{0,0314}{0,007854} \\ &= 10,33 + 20 + 15,06 = 45,39 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\frac{P_{\text{SCARICO, Pns}}}{\rho g} = 10,33 + 20 - 15,06 = 15,27 \text{ m}$$

ALL'ESAME CALCOLO

$$\frac{\Delta P_1}{\rho g} = \left| \frac{l_{ci}}{g} \cdot r \omega^2 \cdot \frac{A_p}{A_{ci}} \cdot \cos 0^\circ \right|$$

$$\frac{\Delta P_2}{\rho g} = \left| \frac{l_{ce}}{g} \cdot r \omega^2 \cdot \frac{A_p}{A_{ce}} \cdot \cos 0^\circ \right|$$



DIAG. INDICATO
INERZIALE
(NON IN SCALA)

$$\begin{aligned} g_h &= g_{hg} \\ &= g(z_1 + z_2) \end{aligned}$$

PER AVERE IL DIAGRAMMA CHE CHIEDE IL PROBLEMA DEVO AGG. PERDITE DI CARICO COND. DI ASP.

$$h_{ri} = \frac{P_{ri}}{\rho g} = \frac{F}{2g} \cdot \frac{l_{ci}}{d_{ci}} \left(v \cos \theta \cdot \frac{A_p}{A_{ci}} \right)^2$$

$$= \frac{F}{2g} \cdot \frac{l_{ci}}{d_{ci}} \left(x_p \cdot \frac{A_p}{A_{ci}} \right)^2$$

$\rightarrow x_{ci}$

NOI ABBIAMO $l_{ci} \rightarrow l_{ci} + \Delta l_{ci} = 8 + 4 = 12 \text{ m}$
 $\cos \theta = 1 \rightarrow$ le perdite sono massime a 90°

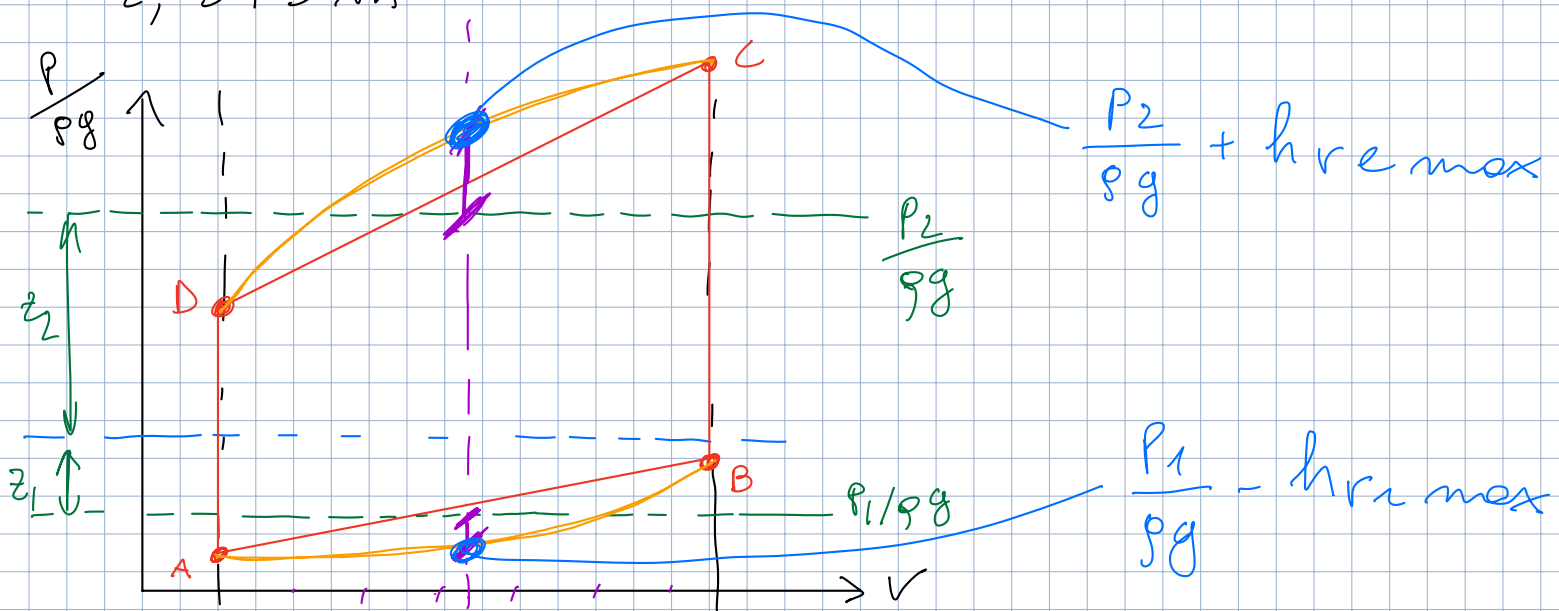
$$h_{rx} = \frac{0,04}{2 \cdot 9,81} \cdot \frac{8+4}{100 \cdot 10^{-3}} \left(170 \cdot 10^{-3} \cdot \pi \cdot \cos 90 \cdot \frac{0,0314}{0,007854} \right)^2$$

$= 1,117 \text{ m}$

SONO UGUALI
 SE $d_{cx} = d_{ce}$

$$h_{re} = \frac{0,04}{2 \cdot 9,81} \cdot \frac{22+5}{100 \cdot 10^{-3}} \left(170 \cdot 10^{-3} \cdot \pi \cdot \cos 90 \cdot \frac{0,0314}{0,007854} \right)^2$$

$= 2,513 \text{ m}$



90°

QUESITO B $\Rightarrow$ SCAMBIO ENERGETICO

$$g_h = g_{hg} + \text{perdite}$$

$$= g \left[z_2 + z_1 + \frac{2}{3} (h_{ri \max} + h_{re \max}) \right]$$

$$= 9,81 \cdot \left[20 + 2 + \frac{2}{3} (4,117 + 2,513) \right] = 239,46 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

L'energia per unità di massa richiesta al motore che aziona la POMPA g_{ht}

$$g_{ht} \geq g_h \Rightarrow g_{ht} > g_h$$

HO PERDITE FLUIDODINAMICHE
NELLE VALVOLE e
NELLA MACCHINA!

TUTTE QUESTE PERDITE
LE RIASSUNO η_{id}

QUESITO C = POTENZA ASSORBITA DALLA
POMPA ci fornisce $\eta_{id}, \eta_v, \eta_m$

$$g_{ht} = g_h \cdot \eta_{id} \pm 1$$

$$= \frac{g_h}{\eta_{id}} = \frac{239,46}{0,85}$$

È UNA MACCHINA OPERATRICE
QUINDI IL η VA IN AL
DENOMINATORE

$$= 281,72 \text{ J/kg}$$

$$P_{\text{ell}} = \frac{Q_{mi} \cdot g \cdot h}{\eta_{ad} \cdot \eta_m} \rightarrow \eta = \text{ideale}$$

$$= \frac{g \cdot h \cdot Q_{vi}}{\eta_{ad} \cdot \eta_m} = \frac{g \cdot h \cdot Q_v}{\eta_v \cdot \eta_{ad} \cdot \eta_m}$$

$$Q_{vr} = V_g \cdot \frac{m}{60} = A_p \cdot C_p \cdot \frac{m}{60} = 0,01068 \cdot \frac{30}{60} = 5,34 \cdot 10^{-3} \frac{m^3}{s}$$

$$Q_{mr} = g \cdot Q_{vr} = 1000 \cdot 5,34 \cdot 10^{-3} = 5,34 \text{ kg/s}$$

$$P_{\text{ell}} = \frac{1000 \cdot 5,34 \cdot 10^{-3} \cdot 239,46}{0,85 \cdot 0,90} = 1,672 \text{ kW}$$

QUESTO D = D Z₁

POSSO AVERE CAVITAZIONE NEL PUNTO (A) OUVERO PMS IM ASP!

$$\frac{P_{\text{osp, PMS}}}{\rho g} = \frac{P_B}{\rho g} - z_1 - \frac{l_{ci}}{g} \cdot r \omega^2 \cdot \frac{A_p}{A_{ci}}$$

$$= 2,85 \text{ m}$$

Voglio $\frac{P_{\text{osp, PMS}}}{\rho g} = \frac{P_v}{\rho g} + 0,7$ ovvero

$$\frac{P_v}{\rho g} + 0,7 = \frac{P_B}{\rho g} - z_1' - \frac{l_{ci}}{g} \cdot r \omega^2 \cdot \frac{A_p}{A_{ci}}$$

$$0,239 + 0,7 = 10,33 - z_1' - 5,48$$

$$z_1' = 3,91 \text{ m}$$

QUESITO E $\Rightarrow$ m

o ASPINAZIONE

$$\frac{P_{esp, PMS}}{\rho g} = \frac{P_V}{\rho g}$$

$$\frac{P_V}{\rho g} = \frac{P_B}{\rho g} - z_1 - \frac{l_{ci}}{g} \cdot r \omega^2 \cdot \frac{A_P}{A_{ci}}$$

$\omega' = \frac{2\pi n'}{60}$ dove n' è
il numero
d'andata

$$\omega' = \frac{\frac{P_B - P_V}{\rho g} - z_1}{\frac{l_{ci}}{g} \cdot r \frac{A_P}{A_{ci}}} = \frac{10,33 - 0,239 - 2}{\frac{8}{9,81} \cdot 0,17 \cdot \frac{0,0314}{0,007854}}$$

$= 3,819 \text{ rad/s} \Rightarrow \omega' = \frac{2\pi n'}{60} \Rightarrow n' = 36,5 \frac{\text{giri}}{\text{min}}$

Allo mandata

$$\frac{P_V}{\rho g} = \frac{P_B}{\rho g} + z_2 \oplus \frac{l_{ce}}{g} \cdot r (\omega'')^2 \cdot \frac{A_P}{A_{ce}}$$

$= \frac{P''_{scor, PMS}}{\rho g}$ cioè $\text{scor} \text{ in } \textcircled{D}$

$\omega'' = 4,439 \text{ rad/s} \quad n'' = 42,41 \text{ giri/min} = 42,41 \text{ rpm}$

QUESITO F $\Rightarrow$ l_{ce} per evitare l'immersione
della catterina

$$\frac{p_v}{\rho g} = \frac{p_B}{\rho g} + z_2 - \frac{l_{ce}'}{g} \cdot r \omega^2 \cdot \frac{A_p}{A_{ce}}$$

$$l_{ce}' = \frac{\frac{p_B - p_v}{\rho g} + z_2}{\frac{r \omega^2}{g} \cdot \frac{A_p}{A_{ce}}} = \frac{10,33 - 0,239 + 20}{\frac{0,17 \cdot \left(11 \cdot \frac{30}{30}\right)^2}{9,81} \cdot \left(\frac{0,034}{0,007854}\right)}$$

$$= 43,97 \text{ m}$$