



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI PADOVA



Dipartimento
di Ingegneria Industriale

Le pompe alternative

Corso di Macchine 1

Agenda

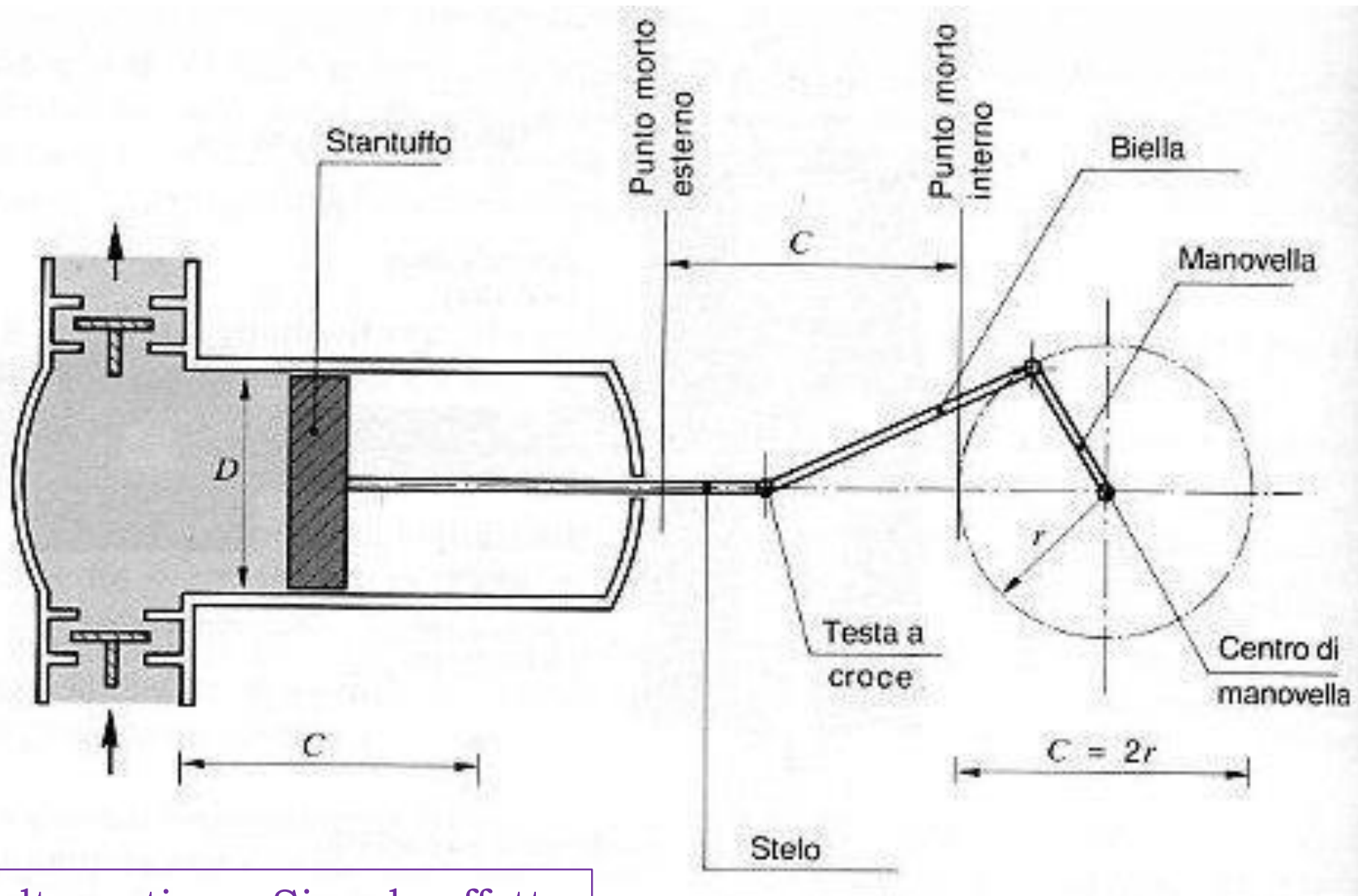
- ▶ Pompe volumetriche alternative: generalità
- ▶ Pompe volumetriche alternative: portata
- ▶ Scambio Energetico nelle pompe volumetriche alternative
 - ▶ Diagramma Indicato con fluido perfetto e effetti inerziali nulli
 - ▶ Lavoro per Unità di Massa
 - ▶ Diagramma Indicato con fluido perfetto
 - ▶ Diagramma Indicato nel caso reale
- ▶ Rendimento nelle pompe volumetriche alternative
- ▶ Campi di impiego e condizioni di esercizio





Pompe volumetriche alternative: Generalità

Pompe alternative: generalità

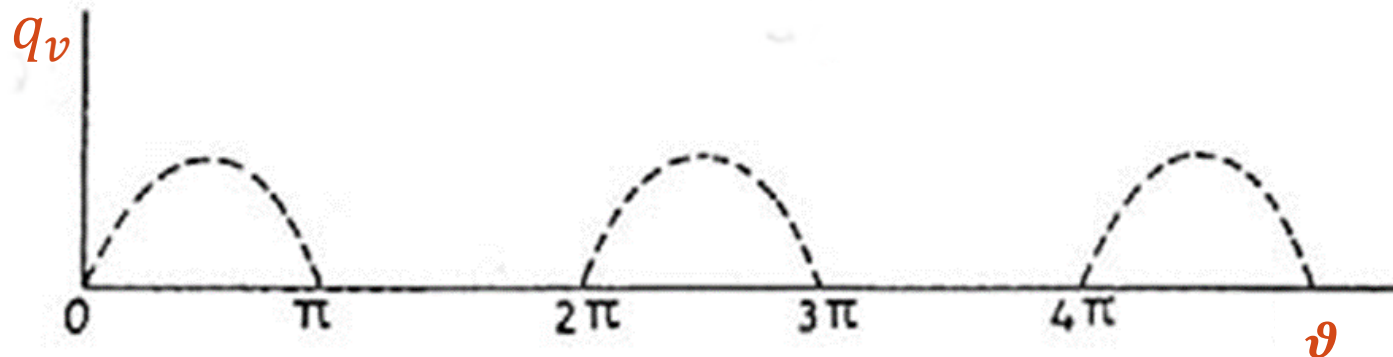


Pompa alternativa a Singolo effetto



Pompe volumetriche alternative: Portata

Pompe alternative a singolo effetto: portata

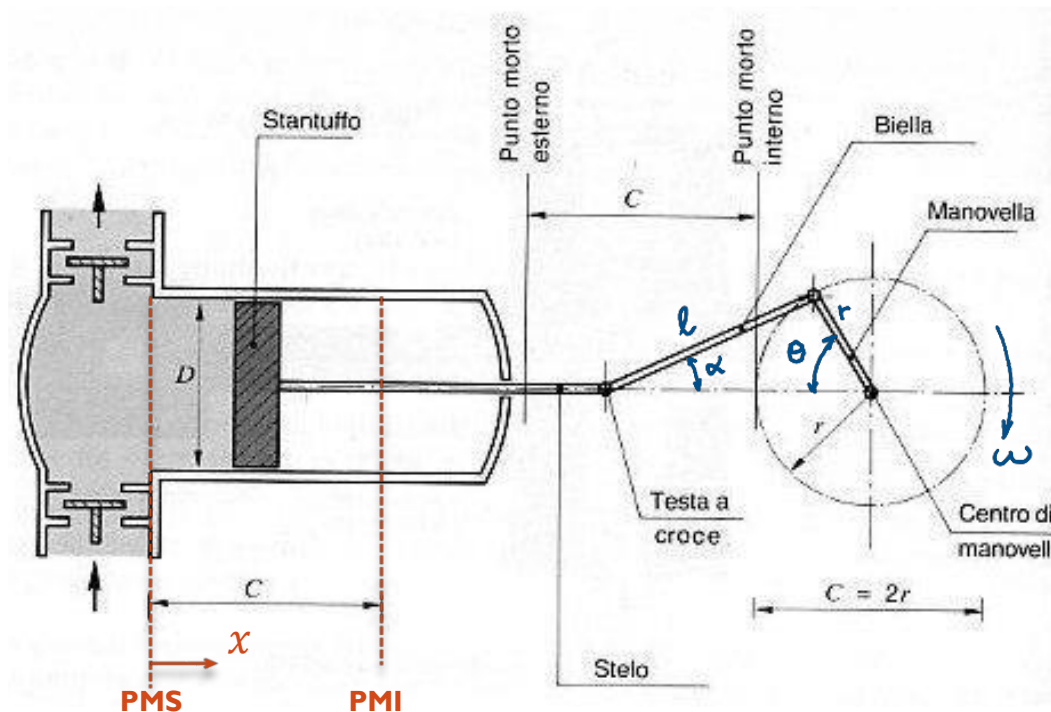


$$q_v = A_P \dot{x}_P = A_P \cdot r\omega \left(\sin \vartheta + \frac{r}{2l} \sin 2\vartheta \right)$$

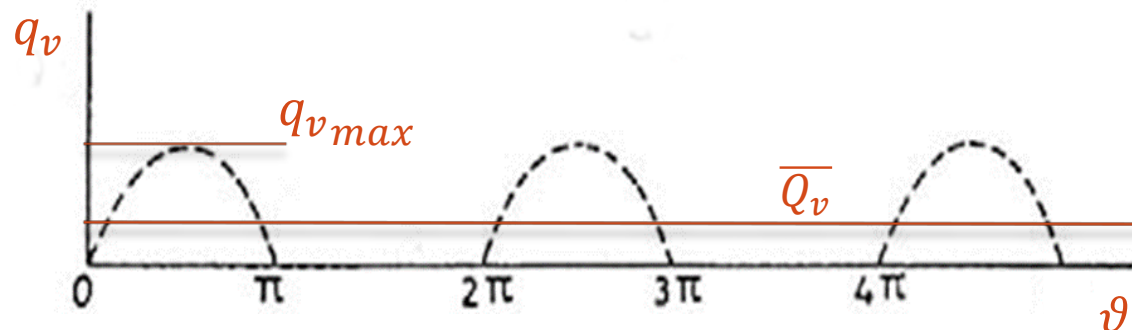
- Si supponga $l/r > 3,5$ così da poter trascurare le armoniche di ordine superiore e ritenere il moto del pistone perfettamente armonico:

$$x_p \approx r(1 - \cos \vartheta) \Rightarrow q_v = A_P \dot{x}_P \approx A_P r\omega \sin \vartheta$$

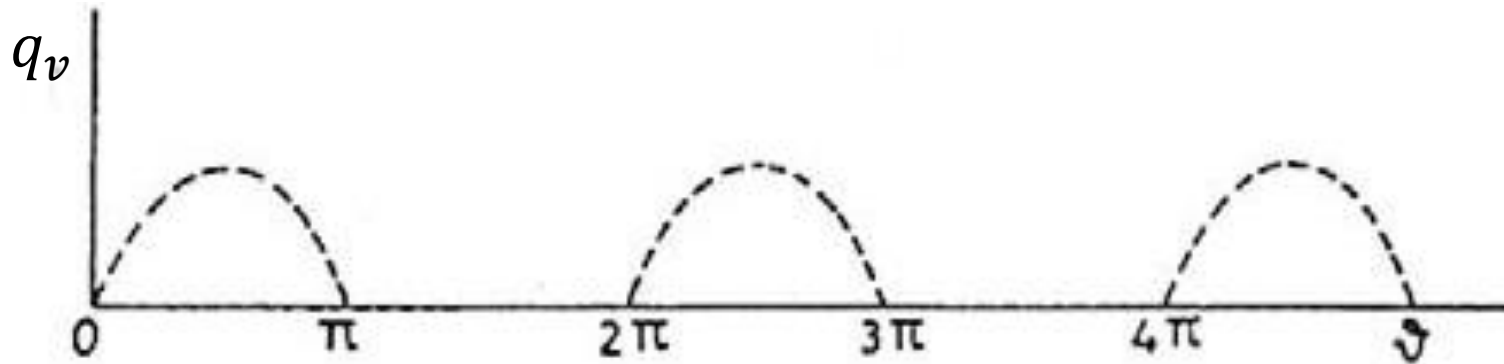
Pompe alternative a singolo effetto: **portata**



$$\overline{Q_v} = \int_0^{2\pi} A_p r \omega \sin \vartheta d\vartheta / (2\pi) \approx 0.318 q_{vmax}$$



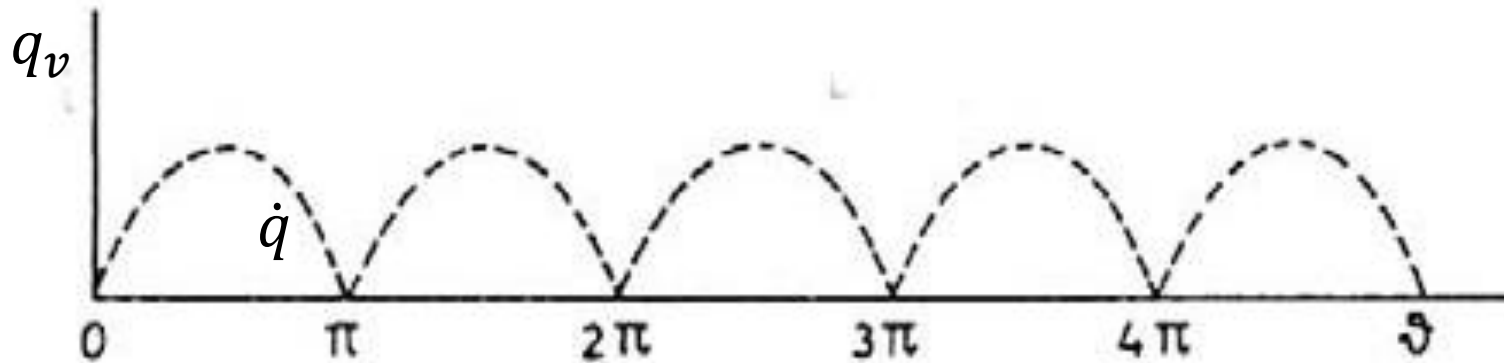
Pompe alternative: andamento della portata a confronto – Singolo vs Doppio Effetto



Singolo effetto



$$\overline{Q_v} \approx \boxed{0.318} q_{v_{max}}$$



Doppio effetto



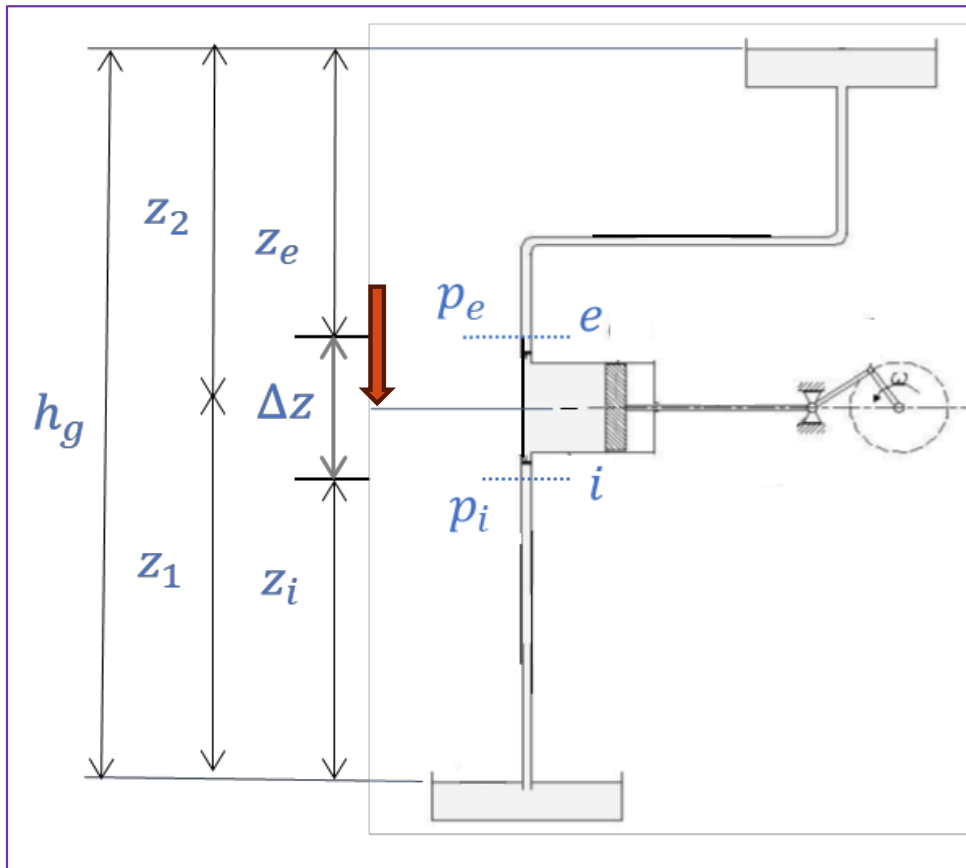
$$\overline{Q_v} \approx \boxed{0.535} q_{v_{max}}$$

Pompe volumetriche alternative: Scambio energetico

Diagramma indicato IDEALE, Diagramma indicato INERZIALE,
Diagramma indicato

Pompe alternative a singolo effetto: **scambio energetico**

Pompa alternativa a Singolo effetto



- Il **carattere pulsante** del moto del liquido all'interno di un impianto, ad esempio di sollevamento, **influenza sensibilmente** l'andamento delle **pressioni** all'interno della pompa
- Tale andamento deve essere determinato al fine di garantire **adequate prestazioni** della pompa e per motivazioni **strutturali**



DIAGRAMMA INDICATO

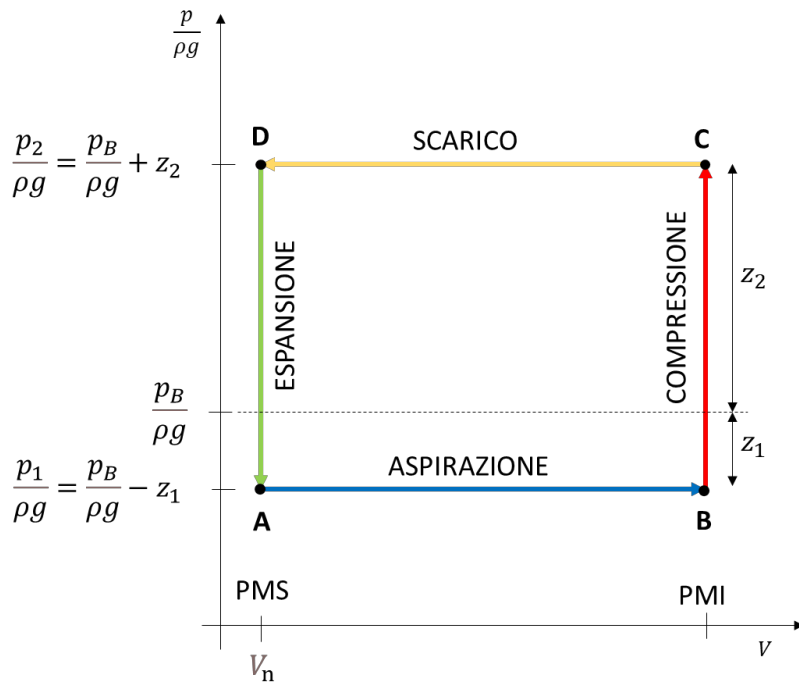
- Nel **DIAGRAMMA INDICATO** le pressioni all'interno della pompa sono riferite **all'asse del cilindro**

Pompe volumetriche alternative: Scambio energetico

Diagramma indicato «IDEALE»

Diagramma indicato «IDEALE» – Lavoro ideale per unità di massa

- Nelle ipotesi di ciclo «ideale», il lavoro ideale richiesto dalla pompa coincide con l'energia fornita al fluido, data dalla differenza tra l'energia del fluido tra la sezione d'uscita e e la sezione di ingresso i della pompa:



$$gh = \frac{p_e^0}{\rho} - \frac{p_i^0}{\rho}$$

$$gh = \left[\frac{p_e}{\rho} + g(z_i + \Delta z) + \frac{C_e^2}{2} \right] - \left(\frac{p_i}{\rho} + gz_i + \frac{C_i^2}{2} \right)$$

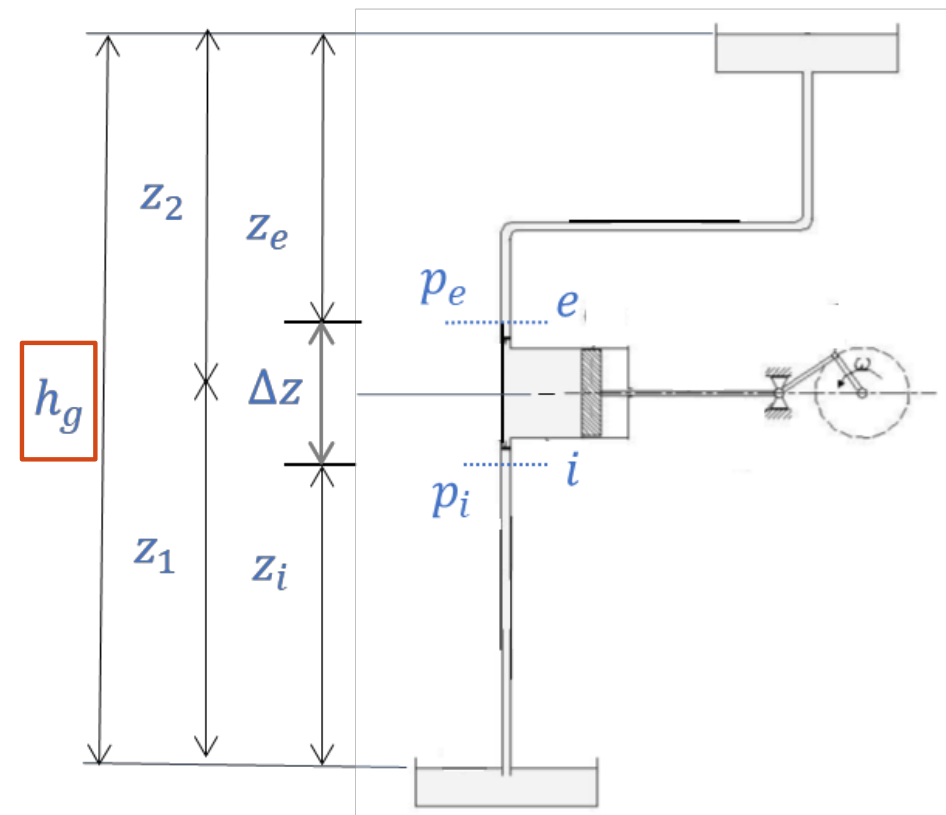
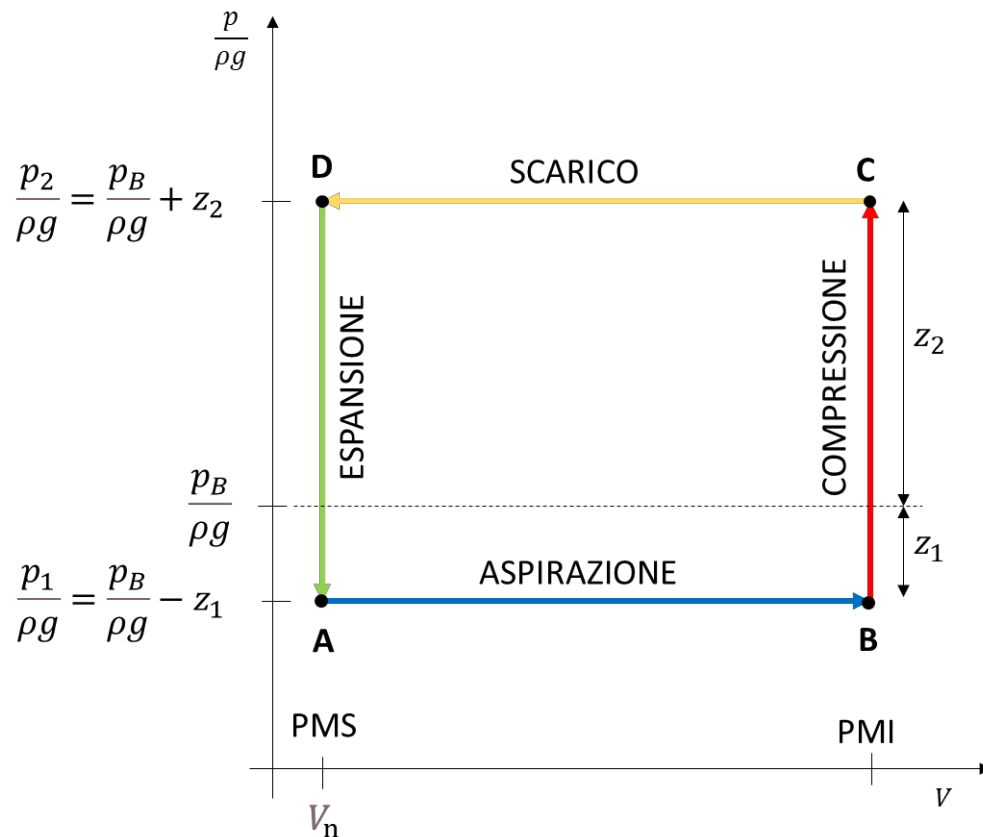
- Assumendo trascurabile la variazione di energia cinetica:

$$gh = \left[\left(\frac{p_B}{\rho} + g z_e \right) + g(z_i + \Delta z) \right] - \left[\left(\frac{p_B}{\rho} - g z_i \right) + g z_i \right]$$

Diagramma indicato «IDEALE» – Lavoro ideale per unità di massa

$$gh = \left[\left(\cancel{\frac{p_B}{\rho}} + g z_e \right) + g (z_i + \Delta z) \right] - \left[\left(\cancel{\frac{p_B}{\rho}} - \cancel{g z_i} \right) + \cancel{g z_i} \right] = g(z_e + z_i + \Delta z)$$

$$= g(z_1 + z_2) = g h_g \Rightarrow \boxed{g h = g h_g}$$

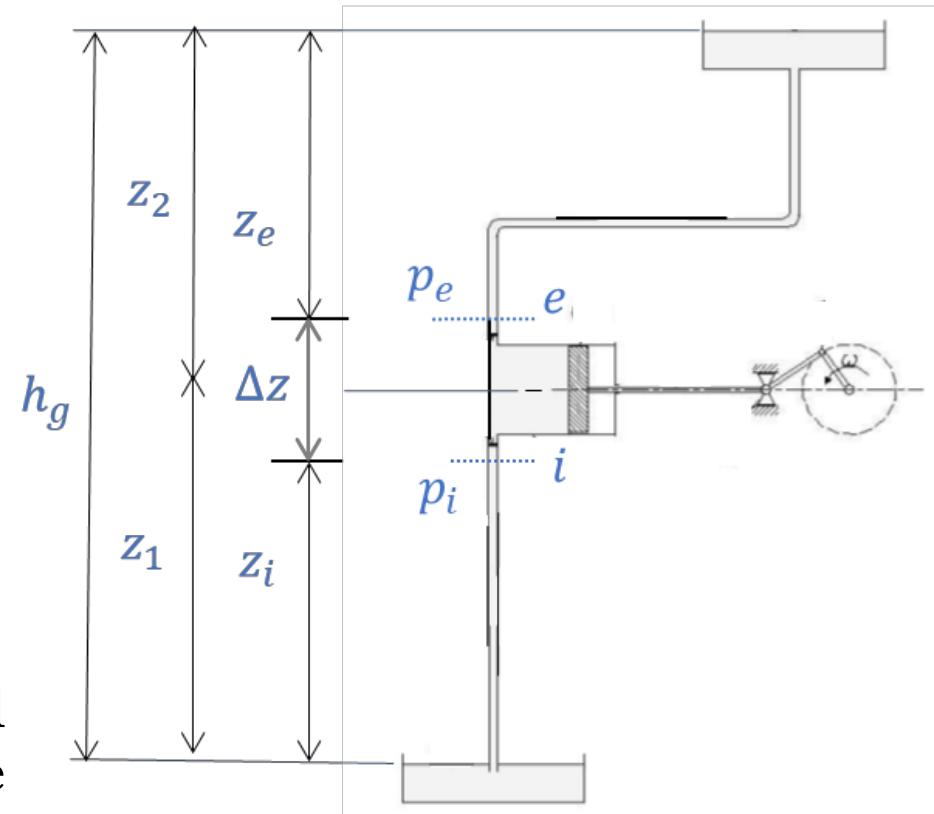
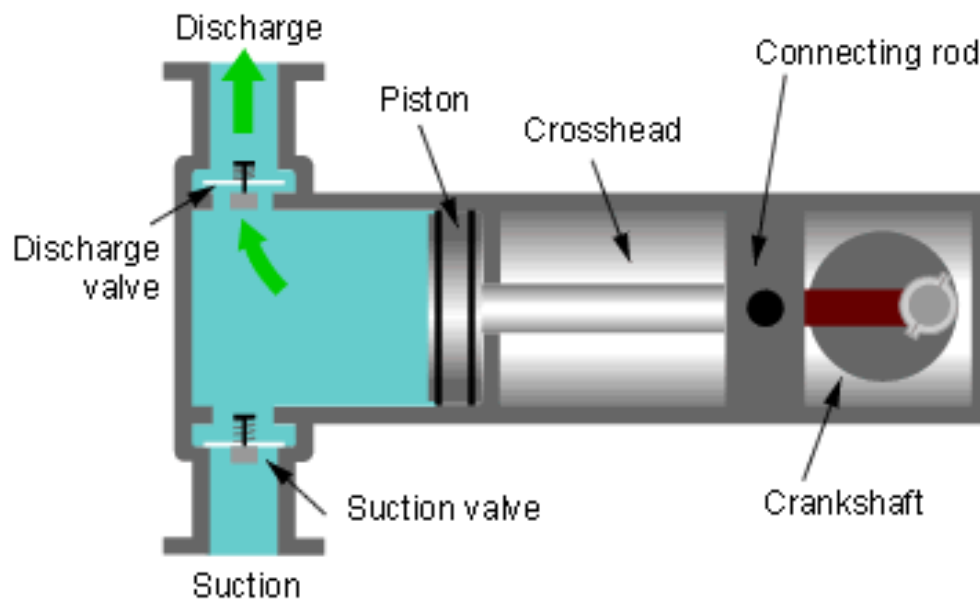


Pompe volumetriche alternative: Scambio energetico

Diagramma indicato «INERZIALE»

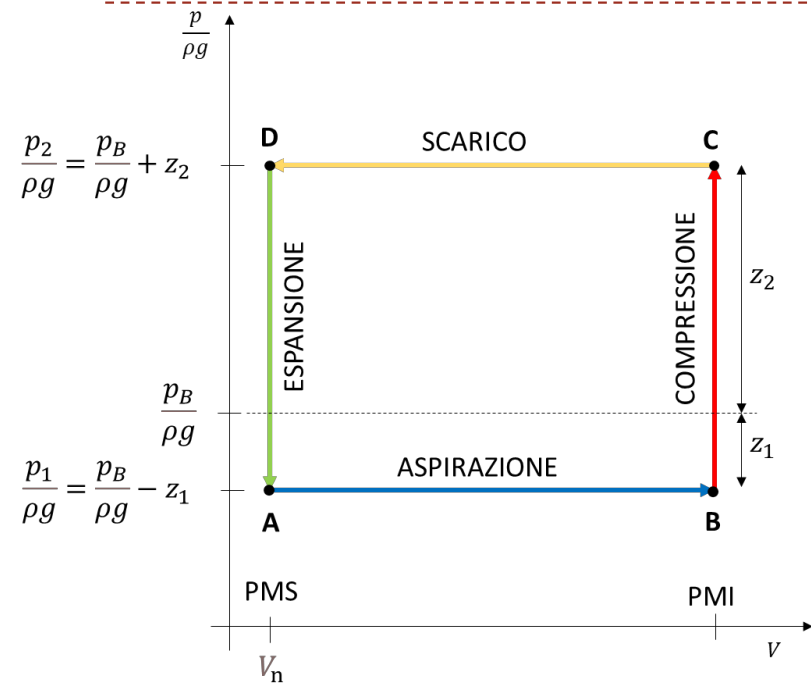
Diagramma indicato «**INERZIALE**» – Ipotesi semplificative: fluido perfetto

- Si considerino adesso gli **effetti inerziali** ma il fluido rimane perfetto!!!!



- L'azione combinata del moto del pistone e dell'apertura/chiusura delle valvole **costringe** il **fluido** nelle condotte ad alterare il suo **stato** di moto/quiete

Diagramma indicato «**INERZIALE**» – Ipotesi semplificative: fluido perfetto



- Nel valutare il diagramma, si devono quindi considerare gli **effetti inerziali** dovuti al **carattere non stazionario del campo di moto**
- Durante la fase di aspirazione, per la legge di Newton, la forza d'inerzia F_{iin} è pari a:

$$F_{iin} = m_c a_{ci} = (\rho A_{ci} l_{ci}) a_{ci}$$

Sezione condotta di aspirazione

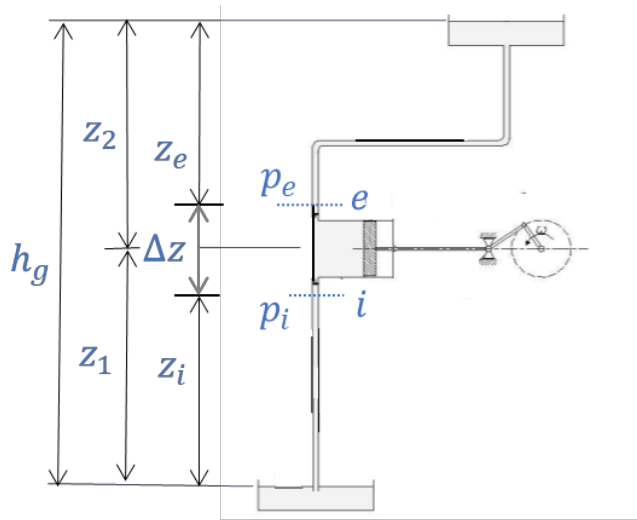
Lunghezza condotta di aspirazione

- L'accelerazione a_{ci} può essere determinata sfruttando l'**equazione di continuità** e l'**incomprimibilità** del fluido:

$$\underbrace{A_{ci} \dot{x}_{ci}}_{Q_{v, condotta}} = \underbrace{A_p \dot{x}_p}_{Q_{v, cilindro}} \rightarrow \dot{x}_{ci} = \dot{x}_p \frac{A_p}{A_{ci}} \rightarrow \ddot{x}_{ci} = \ddot{x}_p \frac{A_p}{A_{ci}}$$



Diagramma indicato «**INERZIALE**» – Ipotesi semplificative: fluido perfetto



$$A_{ci} \dot{x}_{ci} = A_p \dot{x}_p \rightarrow \dot{x}_{ci} = \dot{x}_p \frac{A_p}{A_{ci}} \rightarrow \ddot{x}_{ci} = \ddot{x}_p \frac{A_p}{A_{ci}}$$

- Assumendo per semplicità il moto del pistone perfettamente armonico, si ottiene:

$$x_p \approx r[1 - \cos(\omega t)] \rightarrow \dot{x}_p = r \omega \sin(\omega t) \rightarrow a_p = r \omega^2 \cos(\omega t)$$

$$\Rightarrow F_{iin} = m_c a_{ci} = (\rho A_{ci} l_{ci}) \ddot{x}_p \frac{A_p}{A_{ci}}$$

$$= \rho l_{ci} r \omega^2 \cos(\omega t) A_p$$

- Dal momento che la pressione che determina l'ingresso del fluido è quella in corrispondenza della valvola stessa, il **contributo in pressione** delle forze inerziali, si ottiene dividendo F_{iin} per la sezione della condotta A_{ci} , ottenendo:

$$\Delta p_{1in} = \frac{F_{iin}}{A_{ci}} = \rho l_{ci} r \omega^2 \frac{A_p}{A_{ci}} \cos(\omega t)$$



Diagramma indicato «**INERZIALE**» – Ipotesi semplificative: fluido perfetto

- La pressione all'interno del cilindro varierà quindi di un contributo **uguale e contrario** a quello derivante dalle forze di inerzia:
- La pressione dell'interno del cilindro durante l'**aspirazione** sarà pari a:

$$p_{asp} = p_1 - \Delta p_{1,in}$$



$$\frac{p_{asp}}{\rho g} = \frac{p_1}{\rho g} - \frac{\Delta p_{1,in}}{\rho g}$$



$$\frac{p_{asp}}{\rho g} = \frac{p_1}{\rho g} - \frac{l_{ci}}{g} r \omega^2 \frac{A_p}{A_{ci}} \cos(\omega t)$$

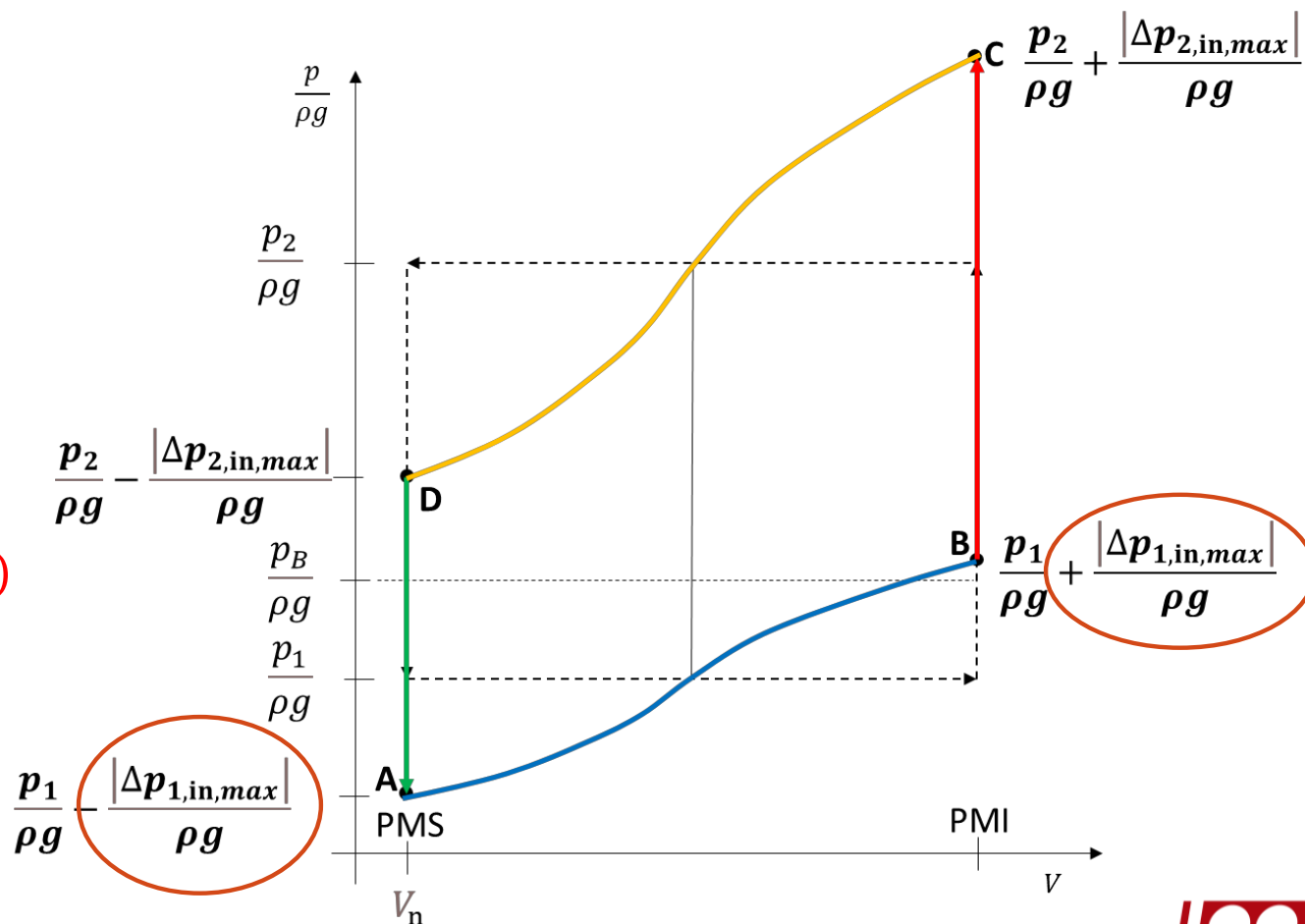


Diagramma indicato «**INERZIALE**» – Ipotesi
semplificative: fluido perfetto

- Allo **scarico** si ha un analogo contributo di pressione dovuto alle forze inerziali:

$$\Delta p_{2in} = \rho l_{ce} r \omega^2 \frac{A_p}{A_{ce}} \cos(\omega t)$$

- La pressione dell'interno del cilindro sarà quindi pari a:

$$p_{scarico} = p_2 - \Delta p_{2in}$$



$$p_{scarico} = \frac{p_2}{\rho g} - \frac{\Delta p_{2,in}}{\rho g}$$



$$p_{scarico} = \frac{p_2}{\rho g} - \frac{l_{ce}}{g} r \omega^2 \frac{A_p}{A_{c_e}} \cos(\omega t)$$

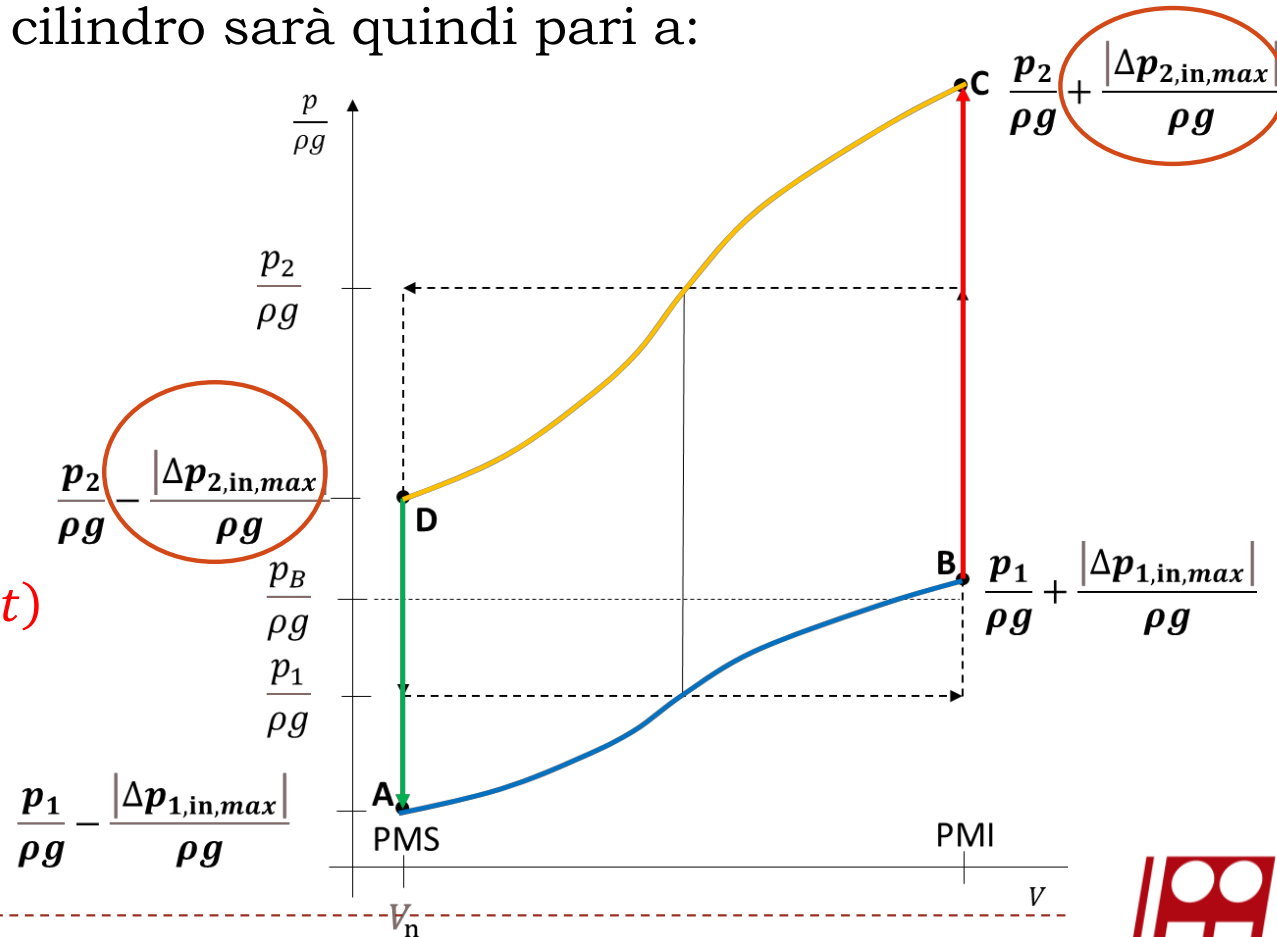


Diagramma indicato «**INERZIALE**» – Ipotesi semplificative: fluido perfetto

- Il diagramma indicato «**INERZIALE**» assume quindi la forma:

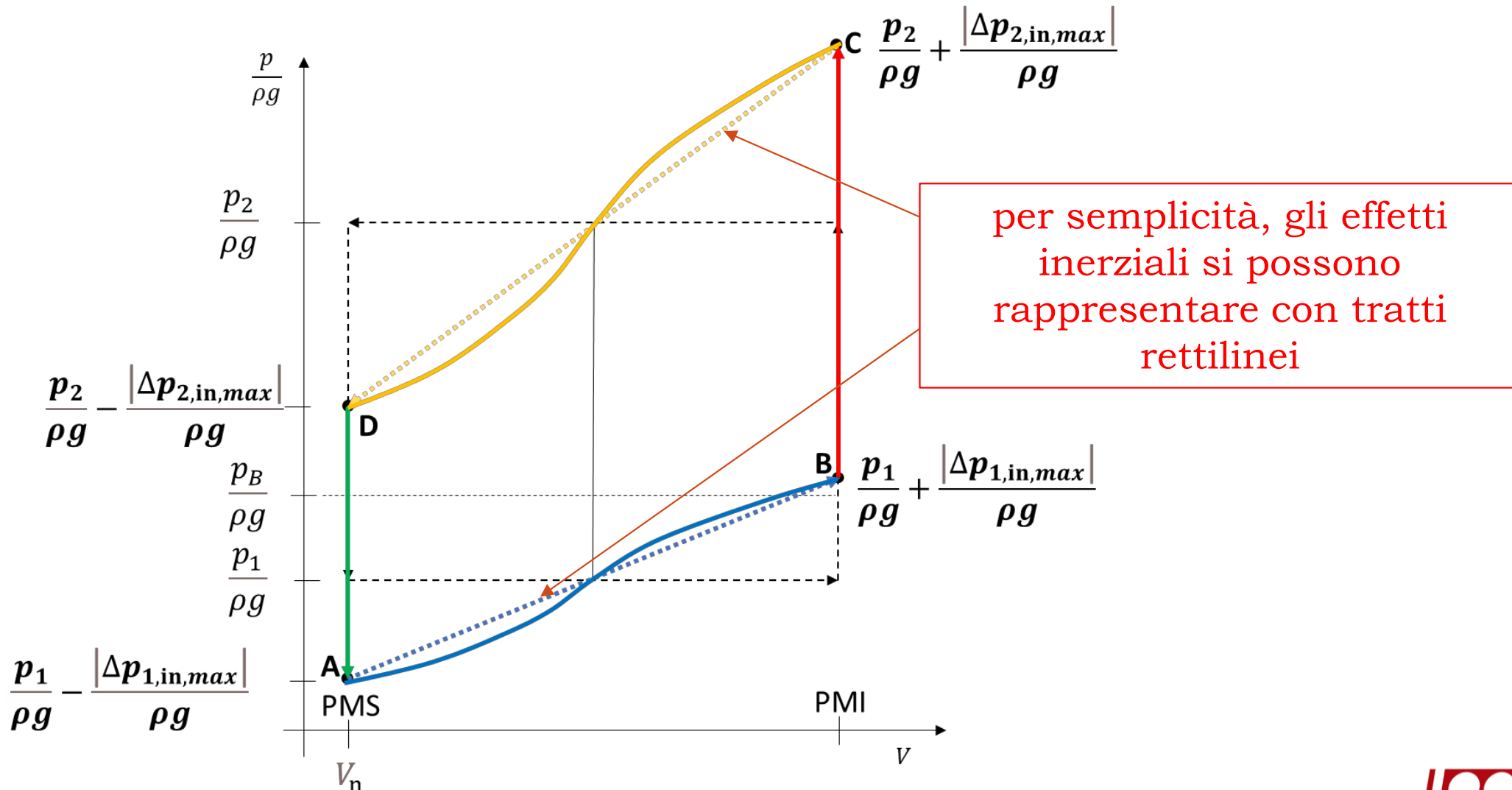
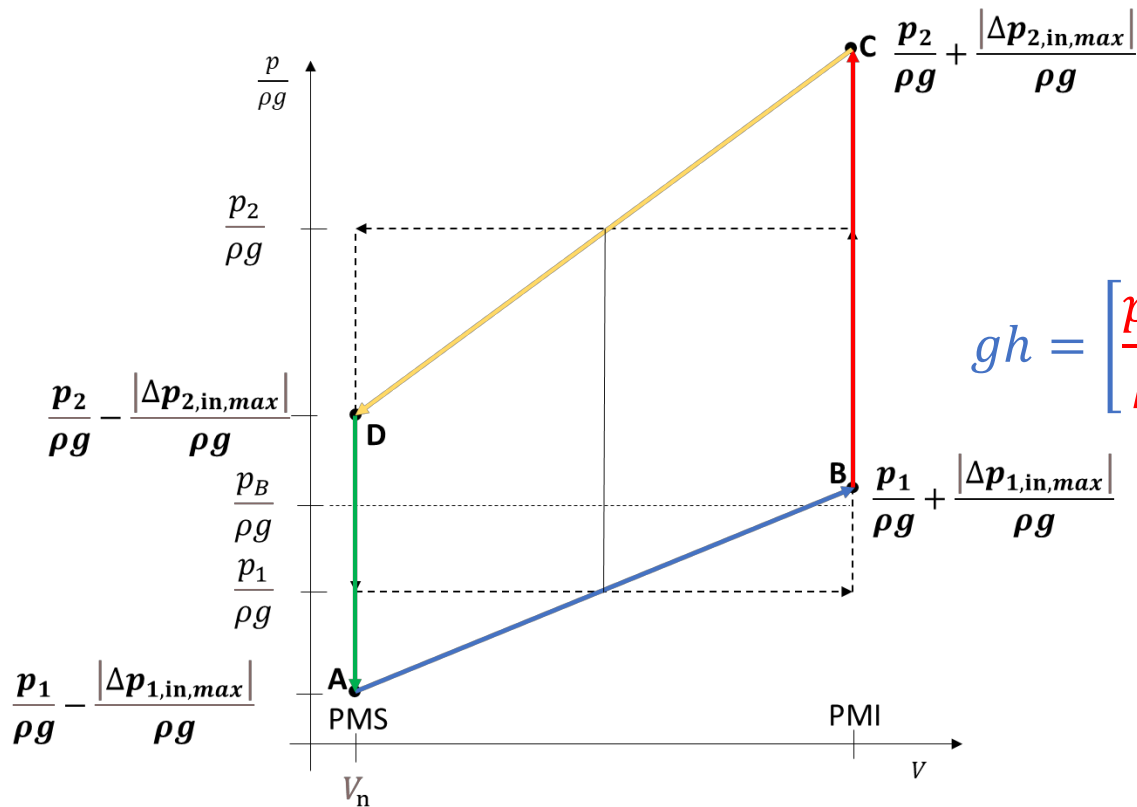


Diagramma indicato «**INERZIALE**» – Ipotesi semplificative: fluido perfetto

Che impatto hanno gli effetti inerziali sullo scambio energetico?



$$gh = \frac{p_e^0}{\rho} - \frac{p_i^0}{\rho}$$



$$gh = \left[\frac{p_e}{\rho} + g(z_i + \Delta z) + \frac{C_e^2}{2} \right] - \left(\frac{p_i}{\rho} + gz_i + \frac{C_i^2}{2} \right)$$

Si tratta di valori medi di pressione!!



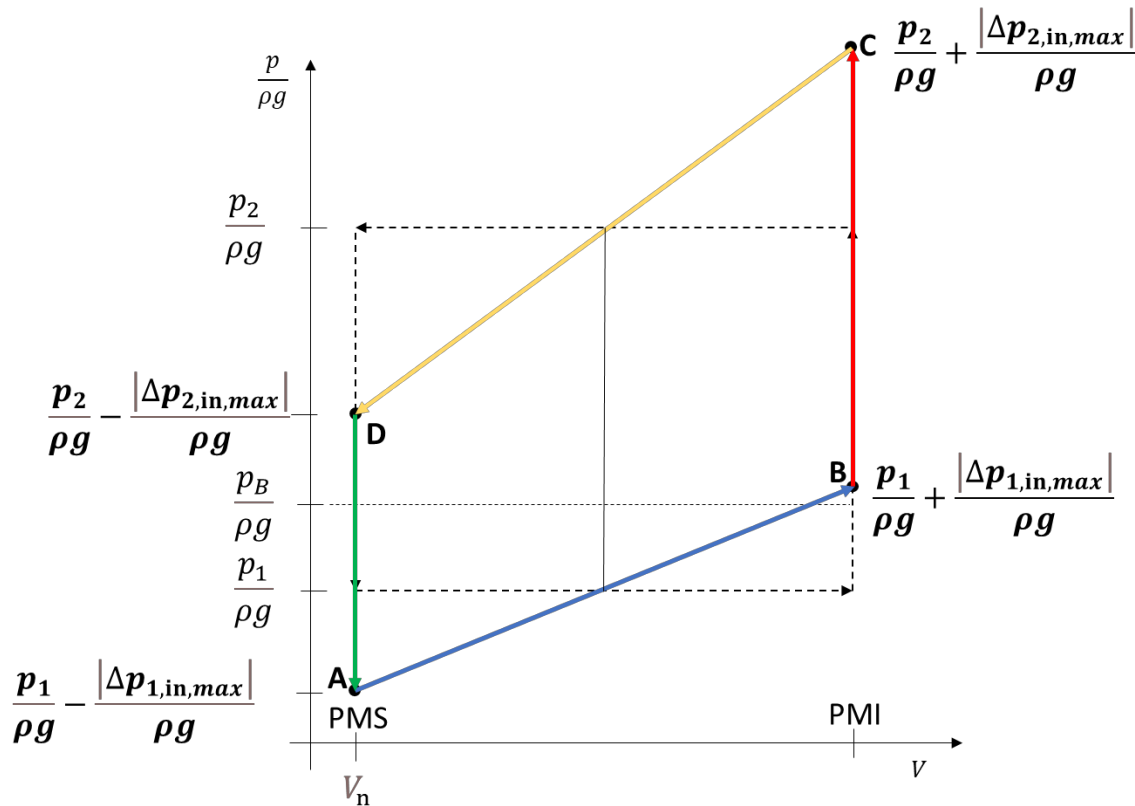
$$gh = g(z_1 + z_2)$$

Non c'è nessuna influenza sullo scambio energetico!



Diagramma indicato «**INERZIALE**» – Ipotesi semplificative: fluido perfetto

Perché sono da conteggiare?



Danno informazioni sui valori massimi e minimi di pressione all'interno del cilindro

- La pressione minima del ciclo **non deve scendere** al di sotto di p_v , per non rischiare l'insorgere della **cavitazione**:

$$\frac{p_1}{\rho g} - \frac{\Delta p_{1,in,max}}{\rho g}$$

- La pressione massima non deve superare il limite strutturale

$$\frac{p_2}{\rho g} + \frac{\Delta p_{2,in,max}}{\rho g}$$



Pompe volumetriche alternative: Scambio energetico

Diagramma indicato

Diagramma indicato – Caso Reale – Nessuna ipotesi semplificativa

Hp: FLUIDO PERFETTO

$$gh = g(z_1 + z_2) = gh_g$$

- Il trasferimento del fluido dal serbatoio di aspirazione a quello di mandata richiede alla pompa un **lavoro** per unità di massa **maggiore** rispetto a quello corrispondente al dislivello geodetico h_g

- Occorre infatti sopperire alle **perdite di carico continue** e **localizzate** lungo le condotte e le **perdite interne alla macchina**, tipicamente le perdite localizzate attraverso le valvole di aspirazione e di mandata

- Le **perdite di carico** dipendono dalla **velocità** del **fluido** nella **condotta**:

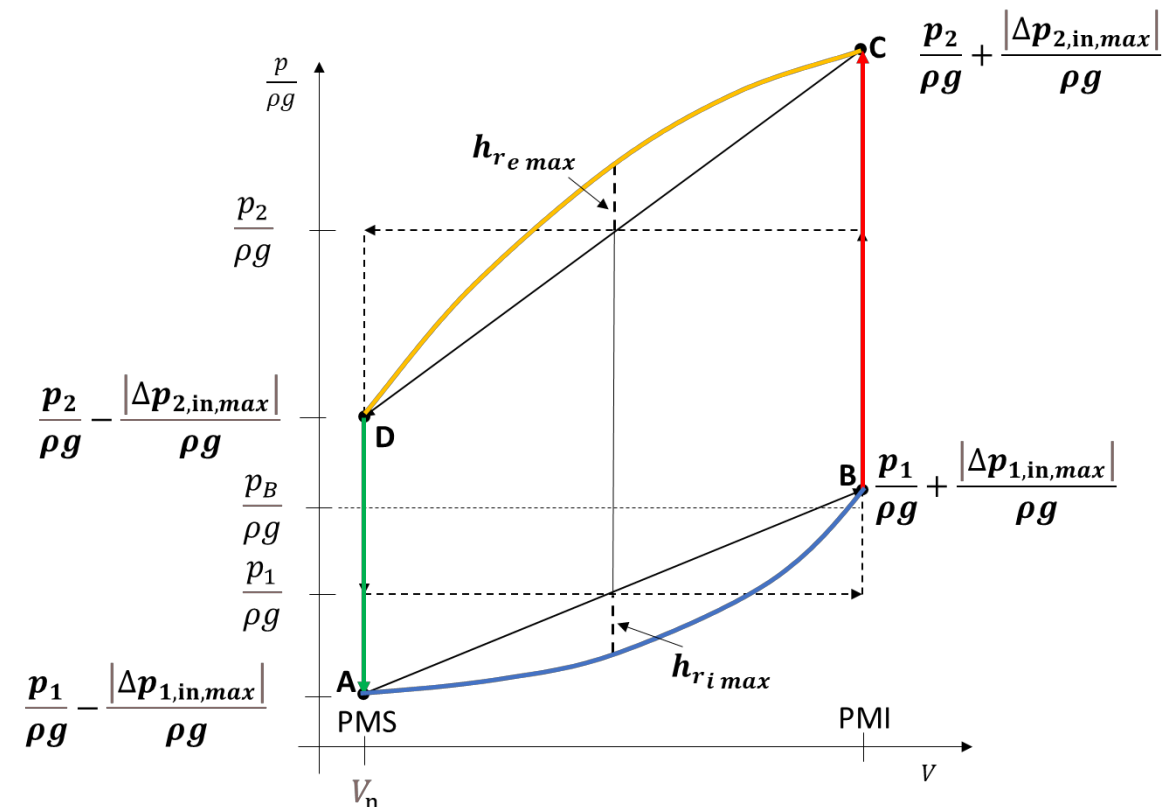
$$\dot{x}_c = \dot{x}_p \frac{A_p}{A_c}$$

Diagramma indicato – Perdite di carico per attriti viscosi e turbolenti lungo le condotte

- Alle **perdite continue** lungo le condotte di aspirazione corrisponde una perdita di pressione pari a:

$$h_{r_i} = \frac{p_{r_i}}{\rho g} = \frac{f}{\rho g} \frac{l_{c_i}}{d_{c_i}} \rho \frac{\dot{x}_{c_i}^2}{2} = \frac{f}{\rho g} \frac{l_{c_i}}{d_{c_i}} \rho \frac{1}{2} \left(\dot{x}_p \frac{A_p}{A_{c_i}} \right)^2$$

$$\dot{x}_p = r \omega \sin(\omega t)$$

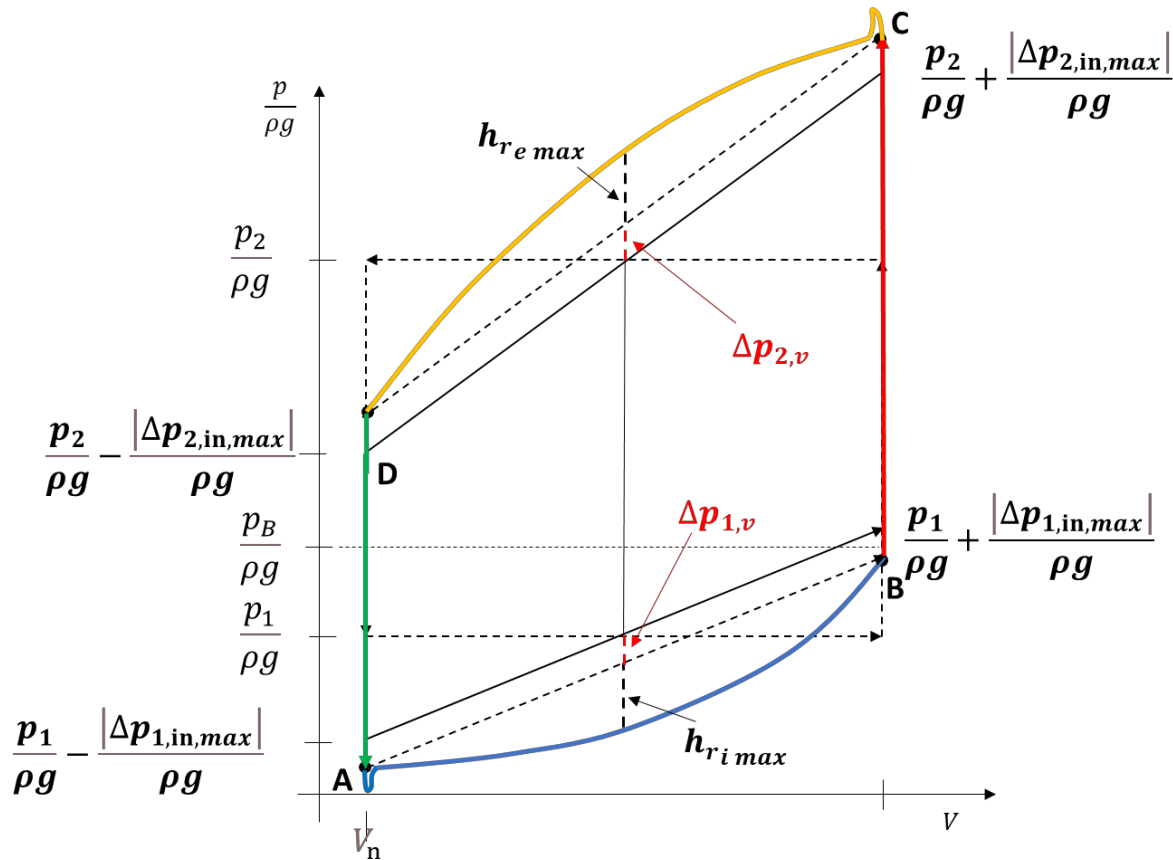


- Alle perdite continue lungo le condotte di aspirazione corrisponde una sovrappressione pari a:

$$h_{r_e} = \frac{p_{r_e}}{\rho g} = \frac{f}{\rho g} \frac{l_{c_e}}{d_{c_e}} \rho \frac{1}{2} \left(\dot{x}_p \frac{A_p}{A_{c_e}} \right)^2$$



Diagramma indicato – Perdite di carico localizzate attraverso le valvole



- L'andamento delle pressioni all'interno del cilindro è condizionato anche dalle **perdite** di carico **localizzate** attraverso le valvole di aspirazione e di mandata

- Queste perdite, indicate con Δp_{1v} e Δp_{2v} per le valvole di aspirazione e di mandata, sono rappresentate qualitativamente in **figura**

- Gli andamenti di entrambe le perdite Δp_{1v} e Δp_{2v} presentano un valore **più elevato all'inizio** delle rispettive corse, non essendo le valvole ancora completamente aperte

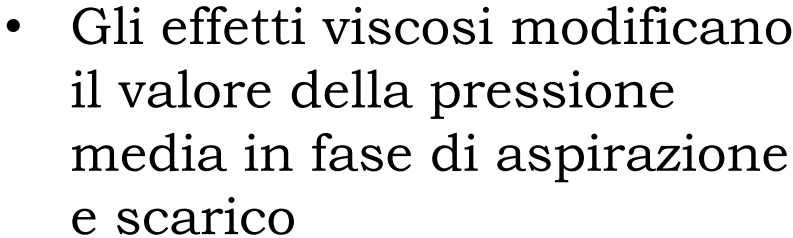
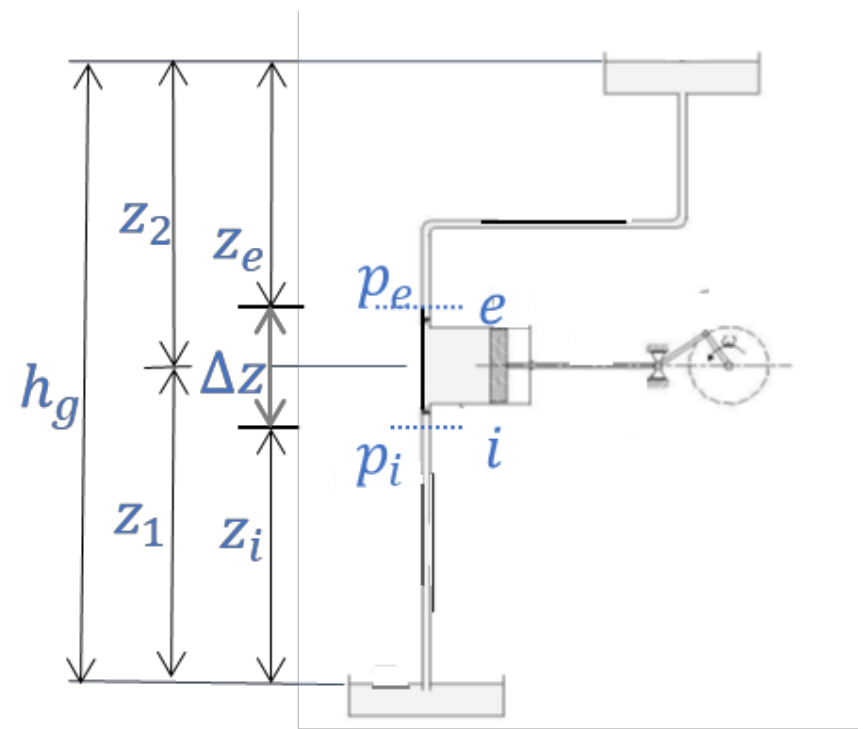
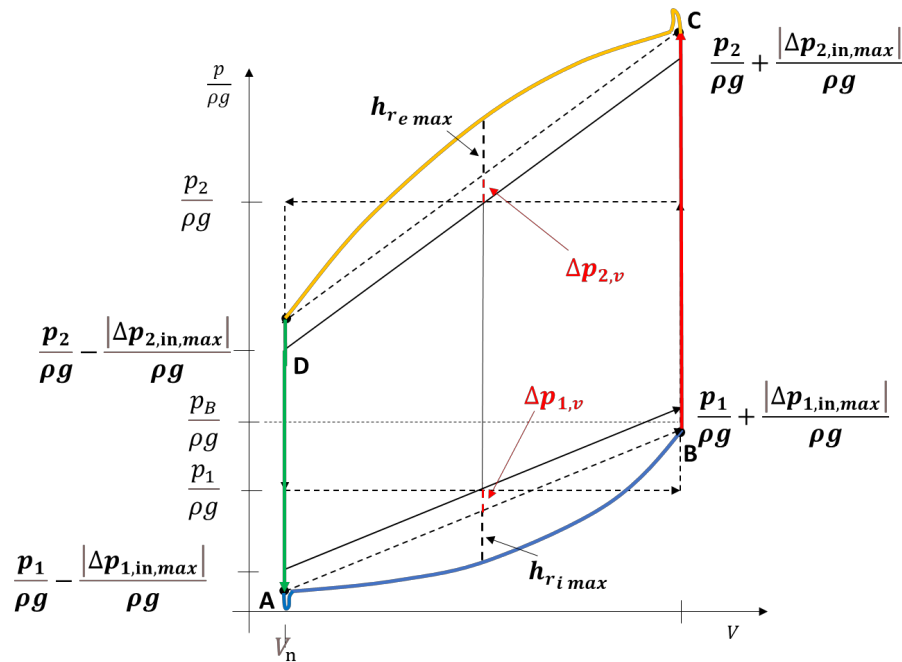

$$gh = \frac{p_e^0}{\rho} - \frac{p_i^0}{\rho} = \left[\frac{p_e}{\rho} + g(z_i + \Delta z) \right] - \left(\frac{p_i}{\rho} + gz_i \right)$$

Diagramma indicato



$$gh = \left[\frac{p_e}{\rho} + g(z_i + \Delta z) \right] - \left(\frac{p_i}{\rho} + gz_i \right)$$

$$gh = \left[\left(\frac{p_B}{\rho} + gz_e \right) + g h_{re} + g(z_i + \Delta z) \right] - \left[\left(\frac{p_B}{\rho} - g z_i \right) - g h_{ri} + g z_i \right] =$$

Le perdite di carico variano al variare della posizione del pistone (e quindi del tempo)

Diagramma indicato

$$gh = \left[\left(\frac{p_B}{\rho} + g z_e \right) + g h_{r_e} + g (z_i + \Delta z) \right] - \left[\left(\frac{p_B}{\rho} - g z_i \right) - g h_{r_i} + g z_i \right] =$$

- Per semplificare si considera un valor medio della perdita di carico nelle rispettive condotte: $\overline{h_r} = \frac{2}{3} h_{r_{max}}$

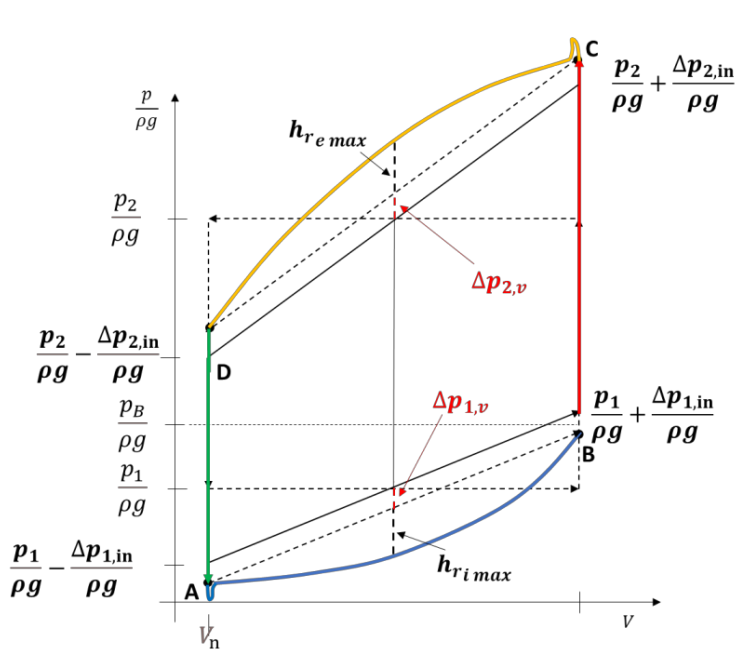
$$gh = \left[\left(\frac{p_B}{\rho} + g z_e \right) + \frac{2}{3} g h_{r_{e max}} + g (z_i + \Delta z) \right] - \left[\left(\frac{p_B}{\rho} - g z_i \right) - \frac{2}{3} g h_{r_{i max}} + g z_i \right] =$$

$$= g(z_e + z_i + \Delta z) + \frac{2}{3} g (h_{r_{e max}} + h_{r_{i max}})$$

$$= g \left[h_g + \frac{2}{3} (h_{r_{e max}} + h_{r_{i max}}) \right]$$

Stima dell'incremento di scambio energetico dovuto agli effetti viscosi

Diagramma indicato



$$g h = g \left[h_g + \frac{2}{3} (h_{re\ max} + h_{ri\ max}) \right]$$

energia ricevuta dal fluido

- Per ottenere l'energia richiesta alla pompa L_{pompa} , è necessario aggiungere le perdite idrauliche interna alla pompa, di difficile quantificazione

- Pertanto, il lavoro della pompa si determina solitamente assumendo un valore plausibile per il rendimento idraulico e meccanico:

$$L_{alb} = \frac{g h}{\eta_{id} \eta_m} \quad [J/kg]$$

- Per le pompe alternative $\eta_{id} \approx 0,85 \div 0,95$ e $\eta_m \approx 0,88 \div 0,95$

Diagramma indicato

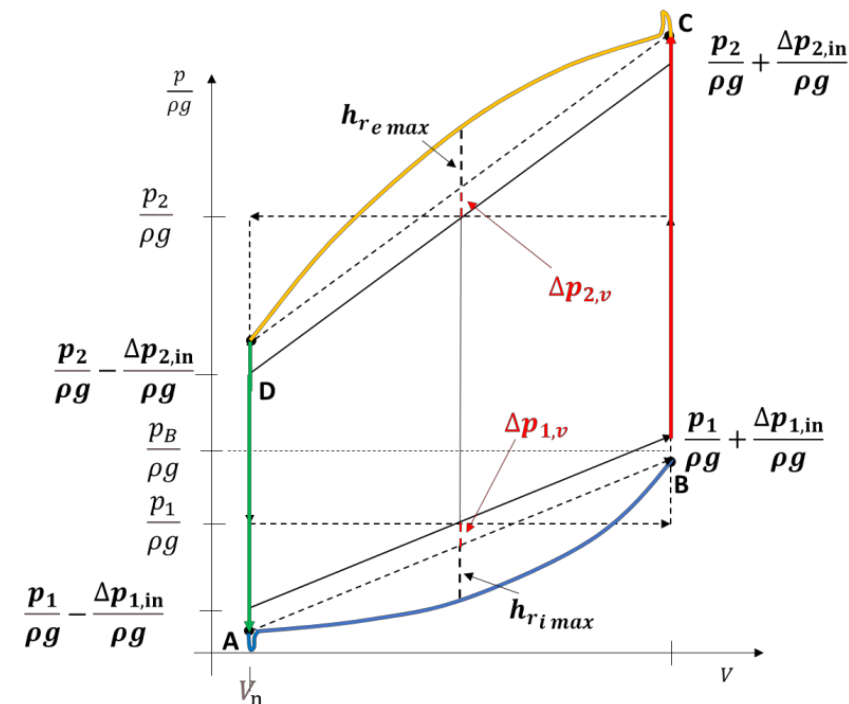
- Definito il lavoro, la **potenza assorbita** dalla macchina può essere determinata tramite la seguente relazione:

$$P_{alb} = L_{alb} \rho Q_{vi} = \frac{\rho Q_{vi} g h}{\eta_{id} \eta_m} = \frac{\rho Q_v g h}{\eta_{id} \eta_m \eta_v} [\text{W}]$$

dove η_m il rendimento meccanico e Q_{vi} è la portata geometrica aspirata:

$$Q_{vi} = V_g \frac{n}{60} \quad [\text{m}^3/\text{s}]$$

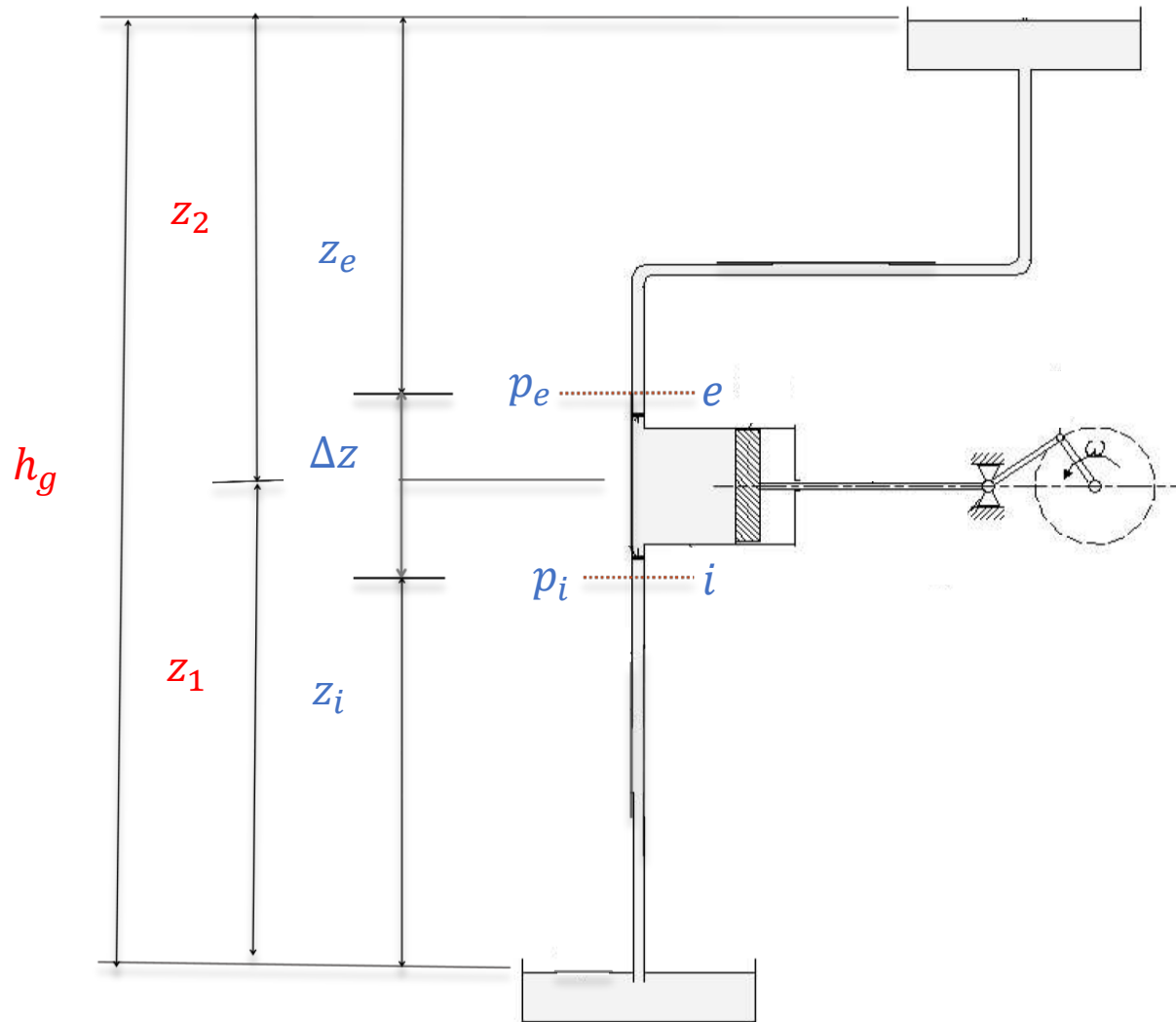
$$\begin{aligned} \eta_{id} &\approx 0,85 \div 0,95 \\ \eta_m &\approx 0,88 \div 0,95 \\ \eta_v &\approx 0,9 \div 0,98 \end{aligned}$$



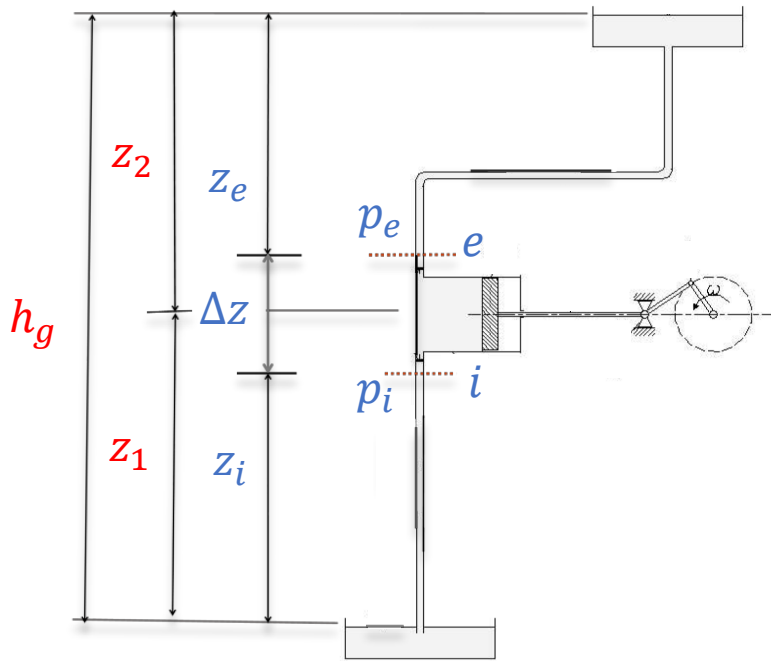


Pompe volumetriche alternative: Esercizio

Esercizio: schema



Esercizio: testo del problema



Una pompa alternativa a semplice effetto ha diametro $D_p = 200 \text{ mm}$, corsa $C_p = 340 \text{ mm}$ (raggio di manovella $r = C_p/2 = 170 \text{ mm}$) e regime di rotazione $n = 30 \text{ giri/min}$ (ne consegue: $\omega = \pi n/30 = \pi$).

L'altezza statica all'aspirazione è $z_1 = 2 \text{ m}$ rispetto all'asse della macchina.

La lunghezza e il diametro della condotta di aspirazione sono, rispettivamente, $l_{ci} = 8 \text{ m}$ e $d_{ci} = 100 \text{ mm}$.

L'altezza statica alla mandata è $z_2 = 20 \text{ m}$ rispetto all'asse della macchina.

La lunghezza e il diametro della condotta di mandata sono, rispettivamente, $l_{ce} = 22 \text{ m}$ e $d_{ce} = 100 \text{ mm}$.

Esercizio: quesiti

- a) Tracciare il diagramma indicato trascurando le perdite localizzate nelle valvole. Per le perdite continue si consideri $f = 0,04$. Si valorizzino le perdite idrauliche localizzate all'interno di quelle continue, maggiorando la lunghezza effettiva della condotta di 4 e 5 m rispettivamente.
- b) Determinare lo scambio energetico.
- c) Determinare la potenza assorbita, assumendo $\eta_{id} = 0,85$, $\eta_m = 0,9$ e $\eta_v = 0,92$
- d) determinare la quota z_1 di installazione in modo che la pressione minima abbia un battente di sicurezza pari a $0,7\text{ m}$ rispetto alla tensione di vapore, assumendo pari a $20\text{ }^\circ\text{C}$ la temperatura della acqua ($p_v = 2343\text{ Pa}$).
- e) Determinare il numero di giri n limite per il quale la pressione minima all'aspirazione, oppure alla mandata raggiunge alla tensione di vapore $p_v = 2343\text{ Pa}$ ($T = 20\text{ }^\circ\text{C}$).
- f) Determinare la lunghezza l_{ce} massima della condotta di mandata per evitare l'insorgere della cavitazione durante il trasferimento della portata ($p_v = 2343\text{ Pa}$, $T = 20\text{ }^\circ\text{C}$).





Pompe volumetriche alternative: Campi di Impiego

Campi di impiego e condizioni di esercizio

- Le pompe volumetriche alternative raramente superano il **centinaio di giri/min** a causa delle pulsazioni di pressione che si manifestano in seno al fluido durante il funzionamento, che potrebbero dare origine a cavitazione e a fenomeni dinamici pericolosi per l'integrità strutturale dell'impianto (per le pompe rotative il limite era 1000 giri/min)
- Le pompe volumetriche sono impiegate quando le portate sono piccole a fronte della prevalenza
- Si fa ancora riferimento alle macchine volumetriche quando è necessario che la portata e quindi la velocità del fluido alla mandata debbano rimanere costanti al variare della pressione di esercizio
- Devono inoltre essere dotate di una valvola di sicurezza per impedire che la pressione raggiunga valori inammissibili per la resistenza strutturale delle condotte qualora si verificassero ostruzioni accidentali nell'impianto