October 9, 2025

ESERCIZI PER IL CORSO DI MATEMATICA CHIMICA-CHIMICA INDUSTRIALE-SCIENZA DEI MATERIALI SETTIMANA II

Rette nel piano.

Exercizio 1. Nel piano $\mathbb{R}^2$ scrivere le equazioni parametriche e l'equazione cartesiana della retta r passante per il punto $A = (1, 2)$ e parallela al vettore $\vec{v} = (3, 1)$.

Exercizio 2. Nel piano $\mathbb{R}^2$ scrivere le equazioni parametriche e l'equazione cartesiana della retta r passante per i punti $A = (2, 1)$ e $B = (3, 4)$.

Exercizio 3. Nel piano $\mathbb{R}^2$ consideriamo la retta r di equazione $2x + y - 3 = 0$. Trovare un vettore direttore della retta r.

Exercizio 4. Nel piano $\mathbb{R}^2$ consideriamo la retta r di equazione $3x - y + 1 = 0$ e la retta s data dalle seguenti equazioni parametriche:

$$\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 4 + 3t. \end{cases}$$

Trovare il punto di intersezione delle rette r e s.

Exercizio 5. Nel piano $\mathbb{R}^2$ consideriamo la retta r di equazione $2x - 3y + 1 = 0$. Scrivere l'equazione cartesiana della retta s passante per il punto $A = (4, 1)$ e parallela alla retta r.

Exercizio 6. Nel piano $\mathbb{R}^2$ sia r la retta di equazione $3x + 2y - 2 = 0$. Scrivere l'equazione cartesiana della retta s passante per il punto $A = (4, 1)$ e perpendicolare alla retta r.

Rette e piani nello spazio.

Exercizio 7. Sia π il piano di $\mathbb{R}^3$ passante per $P = (1, -2, 3)$ e parallelo ai vettori $\vec{v} = (1, 1, 0)$, $\vec{w} = (0, 0, 1)$. Trovare le equazioni parametriche e cartesiane di π.

Exercizio 8. Sia π il piano di $\mathbb{R}^3$ di equazioni cartesiane $\pi : 2x + 4y - 6z = 2$. Trovare le equazioni parametriche di π.

Exercizio 9. Sia r la retta di $\mathbb{R}^3$ passante per il punto $P = (1, 2, -3)$ e parallela al vettore $\vec{v} = (1, -1, 0)$. Trovare le equazioni parametriche e cartesiane di r.

Exercizio 10. Sia r la retta di $\mathbb{R}^3$ di equazioni cartesiane

$$r : \begin{cases} 2x + 3y - z = 0 \\ x - y = 2. \end{cases}$$

Trovare le equazioni parametriche di π.

Exercizio 11. Nello spazio $\mathbb{R}^3$ scrivere le equazioni parametriche e le equazioni cartesiane della retta r passante per il punto $A = (-3, 1, 2)$ e parallela al vettore $\vec{v} = (1, -2, -1)$.

Exercizio 12. Nello spazio $\mathbb{R}^3$ scrivere le equazioni parametriche e le equazioni cartesiane della retta r passante per i punti $A = (2, -1, 1)$ e $B = (3, 2, 3)$.

Exercizio 13. Nello spazio $\mathbb{R}^3$ consideriamo la retta r le cui equazioni cartesiane sono

$$r : \begin{cases} 2x - y + 2z - 3 = 0 \\ x + 2y = 2. \end{cases}$$

Trovare un vettore direttore della retta r.

Exercizio 14. Nello spazio $\mathbb{R}^3$ sia r la retta di equazioni cartesiane

$$r : \begin{cases} x + y + 2z = 0 \\ 2y + z + 1 = 0. \end{cases}$$

Consideriamo la retta s di equazioni parametriche

$$s : \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = -2 - t. \end{cases}$$

Trovare il punto di intersezione delle rette r ed s.

Exercizio 15. Nello spazio $\mathbb{R}^3$ consideriamo la retta r di equazioni cartesiane

$$r : \begin{cases} x - 3y + z - 1 = 0 \\ x - 2z = 3. \end{cases}$$

Scrivere le equazioni parametriche e cartesiane della retta s passante per il punto $A = (4, 1, -2)$ e parallela alla retta r.

Exercizio 16. Nello spazio $\mathbb{R}^3$ scrivere le equazioni parametriche e l'equazione cartesiana del piano π passante per il punto $A = (1, -1, 2)$ e parallelo ai vettori $\vec{v} = (2, 0, -1)$ e $\vec{w} = (1, 2, 1)$.

Exercizio 17. Nello spazio $\mathbb{R}^3$ scrivere le equazioni parametriche e l'equazione cartesiana del piano π passante per i punti $A = (0, 2, 1)$, $B = (2, 1, 2)$ e $C = (1, 2, 3)$.

Exercizio 18. Nello spazio $\mathbb{R}^3$ sia π il piano di equazione $2x - y + z = 3$. Trovare due vettori paralleli al piano π e scrivere le equazioni parametriche di π.

Exercizio 19. Nello spazio $\mathbb{R}^3$ sia π il piano di equazione $x + 2y + z = 0$ e sia r la retta di equazioni parametriche

$$r : \begin{cases} x = -2 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + 2t. \end{cases}$$

Trovare il punto di intersezione di r e π.

Exercizio 20. Nello spazio $\mathbb{R}^3$ sia π il piano di equazione $3x - 2y + z - 2 = 0$. Scrivere le equazioni parametriche della retta passante per $P = (1, -3, 3)$ e perpendicolare al piano π.

Exercizio 21. Nello spazio $\mathbb{R}^3$ sia r la retta di equazioni

$$r : \begin{cases} 2x + y - z + 1 = 0 \\ x - 2y + z = 0. \end{cases}$$

Scrivere l'equazione cartesiana del piano perpendicolare alla retta r passante per il punto $P = (1, 1, 2)$.

Exercizio 22. Nello spazio $\mathbb{R}^3$ sia π il piano di equazione $3x + y - 2z = 2$. Determinare la proiezione ortogonale del punto $P = (4, 4, 0)$ sul piano π.

Exercizio 23. Nello spazio $\mathbb{R}^3$ sia r la retta di equazioni parametriche

$$r : \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 + 2t \\ z = 1 - t. \end{cases}$$

Trovare la proiezione ortogonale del punto $P = (4, 1, 1)$ sulla retta r.

Exercizio 24. Nello spazio $\mathbb{R}^3$ sia r la retta passante per $P = (1, 0, 1)$ e $Q = (0, -2, 1)$. Sia s la retta di equazioni

$$s : \begin{cases} x + y = 2 \\ x - y + z = 0. \end{cases}$$

(a) Scrivere le equazioni parametriche di s.
(b) Scrivere l'equazione cartesiana del piano π contenente la retta s e parallelo alla retta r.
(c) Calcolare la distanza tra le rette r ed s.

Exercizio 25. Trovare l'area del parallelogrammo $\mathcal{P}$ di $\mathbb{R}^2$ i cui lati siano i vettori $\vec{v} = (3, 4, 5)$ e $\vec{w} = (1, 1, 2)$.

Exercizio 26. Provare che per ogni terna di vettori $\vec{v}$, $\vec{w}$ e $\vec{u}$ di $\mathbb{R}^3$ si ha

$$(\vec{v} + \vec{w}) \times \vec{u} = \vec{v} \times \vec{u} + \vec{w} \times \vec{u}.$$

Suggerimento: Per il calcolo del modulo di questi vettori, imitare il metodo utilizzato per un esercizio simile svolto nel caso del prodotto scalare.