

October 3, 2025

**ESERCIZI PER IL CORSO DI MATEMATICA  
CHIMICA-CHIMICA INDUSTRIALE-SCIENZA DEI MATERIALI  
SETTIMANA I**

**Esercizio 1.** Dimostrare che non esiste nessun numero  $x \in \mathbb{Q}$  tale che  $x^2 = 2$ .

**Esercizio 2.** Ricavare la formula risolutiva  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$  per le equazioni di secondo grado  $ax^2 + bx + c = 0$ , dove  $a, b, c \in \mathbb{R}$ ,  $a \neq 0$  e si suppone che  $\Delta = b^2 - 4ac \geq 0$ .

**Esercizio 3.** Dati due vettori  $\vec{v}$  e  $\vec{w}$ , ricordo la definizione *geometrica* del prodotto scalare come  $\vec{v} \cdot \vec{w} = \|\vec{v}\| \|\vec{w}\| \cos(\alpha)$  dove  $\alpha \in [0, \pi]$  è l'angolo compreso tra i due vettori. Dimostrare che valgono le seguenti formule (per ogni scelta di vettori  $\vec{v}$ ,  $\vec{w}$ ,  $\vec{v}_1$ ,  $\vec{v}_2$  e per ogni  $\lambda \in \mathbb{R}$ ):

- (a)  $\vec{v} \cdot \vec{w} = \vec{w} \cdot \vec{v}$ ;
- (b)  $(\lambda \vec{v}) \cdot \vec{w} = \lambda(\vec{v} \cdot \vec{w})$ ;
- (c)  $(\vec{v}_1 + \vec{v}_2) \cdot \vec{w} = \vec{v}_1 \cdot \vec{w} + \vec{v}_2 \cdot \vec{w}$ .

**Esercizio 4.** Calcolare la diagonale del cubo di  $\mathbb{R}^3$  di lato 1.

**Esercizio 5.** Calcolare la diagonale dell'ipercubo di  $\mathbb{R}^4$  di lato 1.

**Esercizio 6.** Calcolare la diagonale dell'ipercubo di  $\mathbb{R}^n$  di lato 1 per ogni intero  $n \geq 2$ .

**Esercizio 7.** (1) Dato il vettore  $\vec{v} = (2, -1, 3)$  di  $\mathbb{R}^3$  scrivere un vettore  $\vec{w}$  che sia perpendicolare a  $\vec{v}$ .

(2) Scrivere un vettore  $\vec{z}$  di  $\mathbb{R}^3$  che sia perpendicolare sia a  $\vec{v}$  che a  $\vec{w}$ .

(3) Trovare un vettore  $\vec{w}'$  che sia perpendicolare a  $\vec{v}$  e non sia multiplo di  $\vec{w}$ .

**Esercizio 8.** Sia  $r$  la retta di equazione cartesiana  $r : 2x - 3y + 4 = 0$  e sia  $P$  il punto  $P = (5, -1)$ . Determinare le equazioni cartesiane e parametriche della retta  $s$  passante per  $P$  e perpendicolare a  $r$ .

**Esercizio 9.** Sia  $r$  la retta di equazione cartesiana  $r : 3x + 5y - 4 = 0$ . Trovare un vettore direttore di  $r$  (ovvero, un vettore parallelo a  $r$ ) e un vettore perpendicolare a  $r$ , verificando che questi due vettori risultano perpendicolari tra loro.