

**Programma del Corso di
FONDAMENTI DI ALGEBRA LINEARE E GEOMETRIA
a.a. 2025-2026**

INGEGNERIA MECCANICA
CANALI A, B, C

DOCENTI: **Luisa Fiorot, Sergej Monavari**

- Campi, Numeri reali. Numeri complessi: forma algebrica, trigonometrica ed esponenziale. Formule di De Moivre. Enunciato del Teorema fondamentale dell'algebra.
- K -spazi vettoriali: definizione ed esempi.
- Lo spazio vettoriale $\mathbb{R}^n$; lo spazio vettoriale $M_{m,n}(\mathbb{R})$ delle matrici m, n ad entrate reali. Lo spazio vettoriale dei polinomi in una variabile a coefficienti reali. Lo spazio vettoriale delle funzioni.
- Sottospazi vettoriali. Esempi e controesempi.
- Combinazioni lineari e generatori di uno spazio vettoriale.
- Spazi vettoriali finitamente generati: esempi e controesempi.
- Vettori linearmente indipendenti.
- Lemma dello scambio.
- Basi di uno spazio vettoriale. Esistenza di una base di uno spazio vettoriale finitamente generato.
- Teorema della base incompleta.
- Dimensione di uno spazio vettoriale.
- Intersezione e somma di sottospazi.
- Somma diretta di sottospazi vettoriali.
- Teorema del completamento della base.
- Formula di Grassmann e sue applicazioni.
- Applicazioni lineari tra spazi vettoriali: definizione, esempi e controesempi.
- Costruzione di applicazioni lineari, condizioni di esistenza e/o unicità.
- Teorema delle dimensioni e sue conseguenze.
- Studio di una applicazione lineare: nucleo e immagine.
- Immagine di un sottospazio del dominio tramite un'applicazione lineare. Controimmagine di un sottospazio del codominio tramite un'applicazione lineare.
- Matrici associate ad una applicazione lineare.

- Iniettività e suriettività di una applicazione lineare.
- Rango di una matrice.
- Sistemi lineari.
- Teorema di Rouché Capelli.
- Operazioni elementari sulle righe di una matrice.
- Riduzione di una matrice in forma a scala (metodo di riduzione di Gauss). Applicazione alla risoluzione dei sistemi lineari.
- Sistemi lineari parametrici.
- Metodo di riduzione di Gauss.
- Composizione di applicazioni lineari e matrice associata.
- Prodotto di matrici.
- Matrici invertibili e calcolo dell'inversa di una matrice.
- Determinante e sue proprietà.
- Cambiamenti di base.
- Matrici simili.
- Determinante e sue proprietà.
- Autovalori e autovettori.
- Autospazi e loro proprietà.
- Molteplicità algebrica e molteplicità geometrica di un autovalore e relazione fra di esse.
- Matrici diagonalizzabili: definizione, esempi, controesempi.
- Diagonalizzabilità su $\mathbb{R}$: condizioni necessarie e sufficienti.
- Studio della diagonalizzabilità di una matrice dipendente da uno o più parametri.
- Prodotto scalare. Prodotto scalare euclideo su $\mathbb{R}^n$.
- Norma di un vettore. Disuguaglianza di Cauchy-Schwarz. Disuguaglianza triangolare. Angolo tra due vettori.
- Ortogonalità, complemento ortogonale di un sottospazio.
- Procedimento di ortonormalizzazione di Gram-Schmidt. Basi ortonormali.
- Proiezioni ortogonali.
- Isometrie, matrici ortogonali.

- Matrici simmetriche: definizione ed esempi.
- Diagonalizzazione di matrici simmetriche.
- Il piano affine $A^2(\mathbb{R})$.
- Lo spazio affine tridimensionale $A^3(\mathbb{R})$.
- Sottovarietà lineari in $A^2(\mathbb{R})$ e $A^3(\mathbb{R})$.
- Posizione reciproca di sottovarietà lineari in $A^2(\mathbb{R})$ e $A^3(\mathbb{R})$.
- Fasci di piani e rette.
- Proprietà metriche nel piano e nello spazio: generalità.
- Ortogonalità di sottovarietà lineari.
- Prodotto vettoriale.
- Distanza tra sottovarietà lineari nel piano e nello spazio euclideo; punti di minima distanza.