



Ricerca Operativa

1. Introduzione

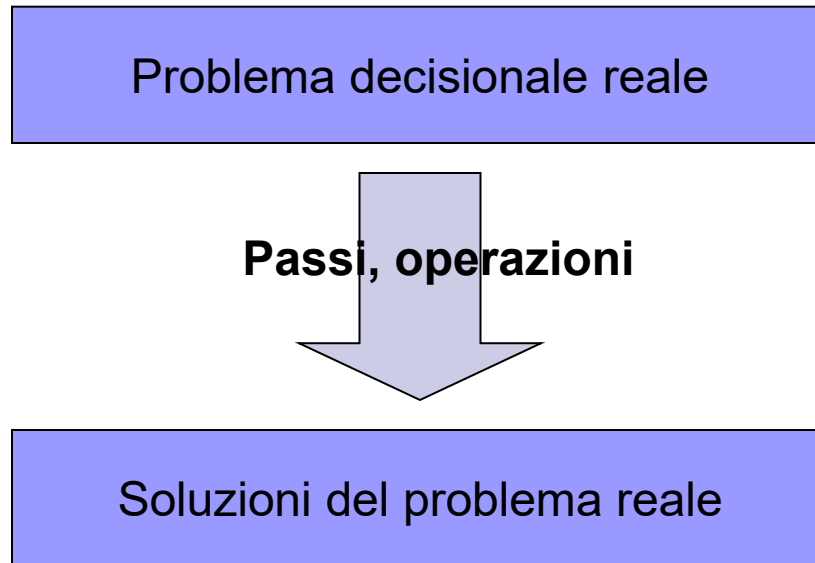
Docente

- Luigi De Giovanni
- Dipartimento di Matematica
(Torre Archimede) – uff. 4CD3
- Tel. 049 827 1349 – **Meeting su Zoom**
- email: luigi@math.unipd.it
- www.math.unipd.it/~luigi

- **Ricevimento:** giovedì, h 10.30 – 12.30 (o altro)
(su appuntamento via e-mail) – **Ufficio o Zoom**

Cosa è la Ricerca Operativa?

- Supporto ai processi decisionali in sistemi complessi



**Ricerca delle
operazioni con
metodo scientifico**

Una definizione (ispirata a [wikipedia](https://en.wikipedia.org/wiki/Operations_research))

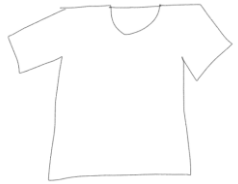
La **ricerca operativa** (nota anche come **teoria delle decisioni**, **scienza della gestione** o, in inglese, **operations research** -"Operational Research" in Europa- e indicata con le sigle RO o OR) fornisce strumenti **matematici** di supporto alle attività decisionali in cui occorre gestire e coordinare attività e risorse limitate al fine di **massimizzare o minimizzare** una funzione obiettivo.

La ricerca operativa si occupa di **formalizzare** un problema in un **modello matematico** e calcolarne una soluzione ottima, quando possibile, o approssimata (detta anche subottima).

Essa costituisce un **approccio scientifico** alla risoluzione di problemi complessi, si può ricondurre all'ambito della matematica applicata ma presenta forti caratteristiche **interdisciplinari** relative in prevalenza a matematica, **informatica**, economia e finanza, ingegneria ed altre. Inoltre la ricerca operativa ha molte applicazioni commerciali soprattutto negli ambiti economico, infrastrutturale, logistico, militare, della progettazione di servizi e di sistemi di trasporto e nelle tecnologie. (...)

La ricerca operativa riveste un ruolo importante nelle attività decisionali perché permette di operare le **scelte migliori** per raggiungere un determinato obiettivo rispettando **vincoli** che sono imposti dall'esterno e non sono sotto il controllo di chi deve compiere le decisioni.

Problemi di ottimizzazione: un “gioco”



10 **M**agliette



15 **B**orse



32 riquadri



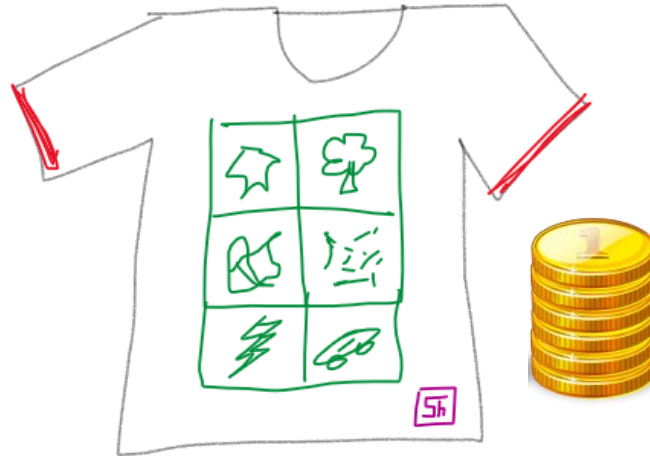
24 etichette



40 profili



15 bottoni



Obiettivo:



Decisioni:

- Quante **M**?
- Quante **B**?

Problemi di ottimizzazione

- Determinare la migliore configurazione di sistemi complessi sotto condizioni di utilizzo di risorse scarse
 - Mix ottimo di produzione
 - Pianificazione della produzione, schedulazione di processi
 - Determinazione dei turni del personale
 - Determinazione di percorsi ottimali
 - Organizzazione dei flussi di dati in una rete di telecom.
 - Individuazione di sequenze genomiche
 - Pianificazione e gestione operativa di reti di trasporto
 - etc. etc. etc.

Gli scopi della Ricerca Operativa

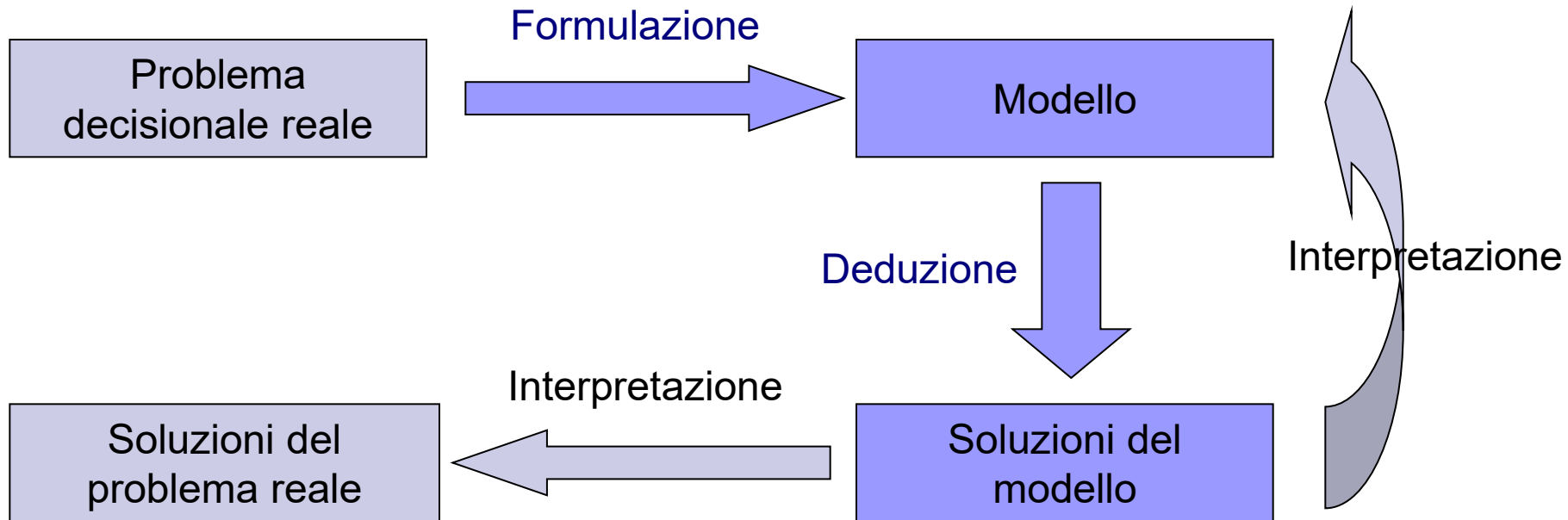
- E' spesso "facile" generare soluzioni ammissibili
- E' spesso "facile" proporre soluzioni "ragionevoli"

Ma...

- Come **certificare** che una soluzione proposta è la migliore in assoluto (ottima)?
- Come valutare il **valore intrinseco** delle risorse (e.g. un riquadro)
- Come valutare la **stabilità** della soluzione proposta in funzione di variazioni dei dati (ricavi, risorse disponibili etc.)?
- Come stabilire le soluzioni ottime in problemi simili (prospettiva **modellistica** e **algoritmica**)?

Uso di **strumenti** matematici e algoritmici: Ricerca Operativa!

Il metodo della Ricerca Operativa



- **Formulazione:** modelli matematici, su grafo, di simulazione, teoria dei giochi, data-driven (intelligenza artificiale) etc.
- **Deduzione:** metodi quantitativi, algoritmi efficienti

Esempio

Un coltivatore ha a disposizione 11 ettari di terreno da coltivare a lattuga o a patate. Le risorse a sua disposizione, oltre al terreno, sono: 70 kg di semi di lattuga, 18 t di tuberi, 145 mc di fertilizzante. Supponendo che il mercato sia in grado di assorbire tutta la produzione e che i prezzi siano stabili, la resa stimata per la coltivazione di lattuga è di 3000 €/ettaro e quella delle patate è di 5000 €/ettaro. Il consumo di risorse per ogni tipo di coltivazione è di 7 kg di semi e 10 mc di fertilizzante per ettaro di lattuga, e 3 t di tuberi e 20 mc di fertilizzante per le patate. Stabilire quanto terreno destinare a lattuga e quanto a patate in modo da massimizzare la resa economica e sfruttando al meglio le risorse disponibili.

Costruzione del modello

- Quali sono gli elementi coinvolti e i dati?
⇒ insiemi e parametri
- Cosa bisogna decidere?
⇒ variabili decisionali (incognite)
- Quale è l'obiettivo?
⇒ funzione obiettivo
- Come sono caratterizzate le soluzioni ammissibili?
⇒ vincoli del problema (relazioni tra incognite)

Modelli matematici:

funzione obiettivo e vincoli sono espressi come relazioni matematiche tra le variabili decisionali

Modello matematico

■ Insiemi e parametri:

$\{L,P\}$; {terreno,semi,tuberi,fertil} – 3000,5000 - 11,70,10,145 - 1,1,7,0,0,3,10,20

■ Variabili decisionali:

x_L : quantità in ettari da destinare a lattuga

x_P : quantità in ettari da destinare a patate

■ Funzione obiettivo:

$\max 3000 x_L + 5000 x_P$ (ricavo totale da massimizzare)

■ Sistema dei vincoli:

$1 x_L + 1 x_P \leq 11$ (ettari disponibili)

$7 x_L \leq 70$ (semi disponibili)

$3 x_P \leq 18$ (tuberi disponibili)

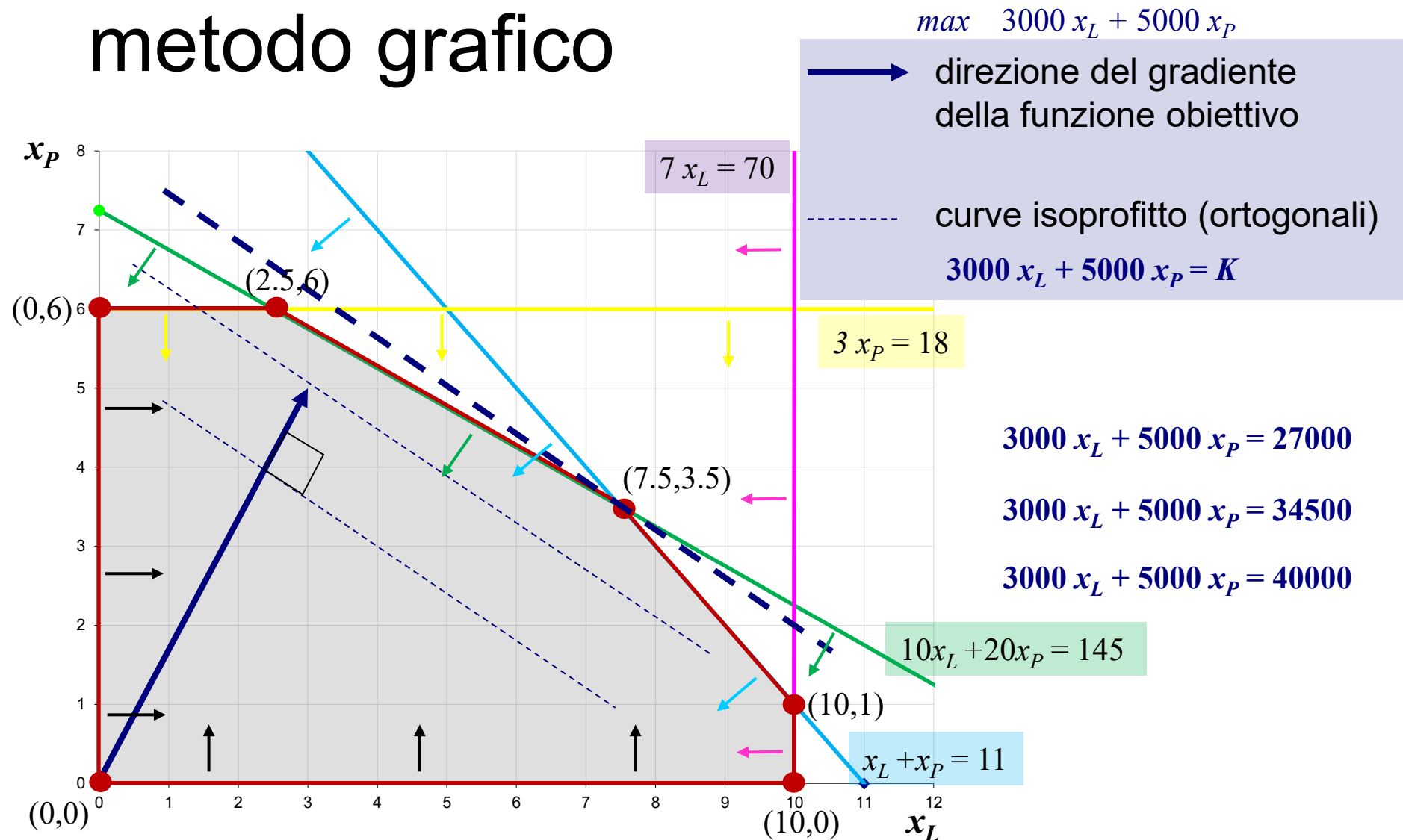
$10 x_L + 20 x_P \leq 145$ (fertilizzante disponibile)

$x_L \geq 0, x_P \geq 0$ (dominio)

Soluzione

- Soluzione empirica con foglio elettronico
- Facile ottenere soluzioni ammissibili...
- ...ma abbiamo la soluzione **ottima**?

Soluzione: metodo grafico



Modelli di programmazione lineare

- Il metodo grafico funziona grazie a:
 - ⇒ linearità della funzione obiettivo
 - ⇒ linearità dei vincoli
- Si parla in questi casi di modelli di programmazione lineare (PL)
- Sotto queste ipotesi (come vedremo meglio in seguito), una soluzione si trova su un vertice della regione ammissibile: l'ultimo toccato traslando le rette isoprofitto nella direzione del gradiente
- Con più variabili... geometria $\approx$ algebra

Soluzione: sw di ottimizzazione

- Risolutore per fogli di calcolo (Excel, Calc etc.)
- Software di ottimizzazione
 - APIs e wrapper di linguaggi di programmazione (Python Gurobi, Docplex, Cplex C-APIs etc.)
 - Linguaggi di modellazione matematica (AMPL, OPL, Mosel, Lingo, GAMS etc.)
 - Motori di ottimizzazione (Cplex, Gurobi, Xpress, Scip, CoinOR, GPLK, LPsolve etc.)
- Importante disporre di un buon modello matematico: considereremo modelli di programmazione lineare (PL)

Programma di massima (**6** CFU)

1. **Problemi di ottimizzazione: modellazione e soluzione con software off-the-shelf**
 - formulazione di modelli di programmazione matematica;
 - soluzione con l'utilizzo di pacchetti software (**laboratorio**).
2. **Programmazione lineare:**
 - teoria e metodo del simplesso;
 - teoria della dualità e applicazioni.
3. **Ottimizzazione su grafi:** modelli e algoritmi per
 - problema del cammino minimo;
 - problemi di flusso su reti (flusso massimo, flusso di costo minimo).
4. **Introduzione alla Programm. Lineare Intera e all'Ottimizzazione Combinatoria:**
 - metodo del Branch & Bound per PLI;
 - cenni sui metodi euristici e metaeuristici (ricerca locale e varianti).

TESTI DI RIFERIMENTO

- **Dispense fornite dal docente.**
- Matteo Fischetti, "Lezioni di Ricerca Operativa", II/III edizione, Edizioni Libreria Progetto, Padova, 1999/2013 (*per consultazione*).

Organizzazione del corso

- Orario (**salvo variazioni** comunicate tempestivamente*)
 - mercoledì 8.30 – 10.30 LuM250 o LabP140*
 - giovedì 8.30 – 10.30 LuM250 o LabP140*
 - venerdì 14.30 – 16.30 LuM250 o LabP140* alle 12:30
*(vedi avvisi su Moodle)
- Modalità d'esame (regole)
 - Scritto (integrabile con la discussione di un mini-progetto)
- **Materiali e avvisi su Moodle**

<https://stem.elearning.unipd.it/course/view.php?id=14150>

(raggiungibile da www.math.unipd.it/~luigi/courses/ricop/ricop.html)