



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI PADOVA



Dipartimento
di Ingegneria Industriale

Progetto: spinta assiale e tenute

Corso di Macchine 1

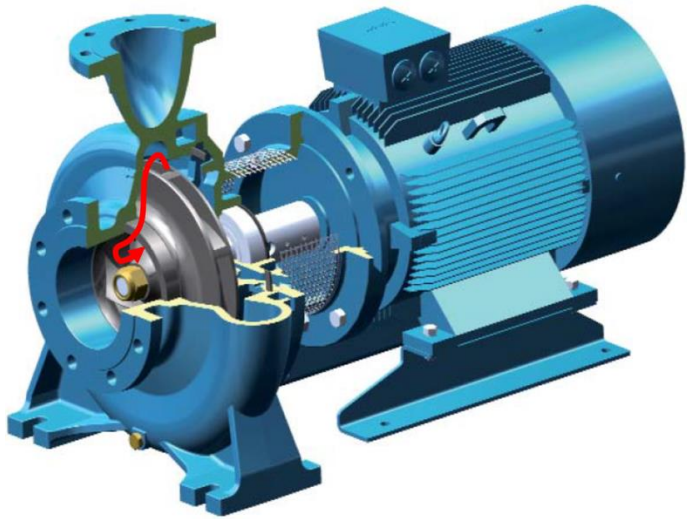
Agenda

- ▶ La spinta assiale
- ▶ Le tenute e il loro dimensionamento



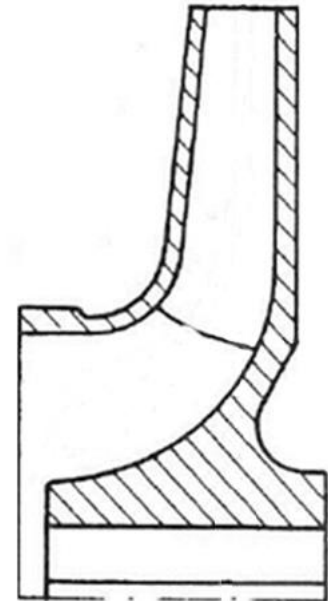
Valutazione della spinta assiale

Spinta assiale

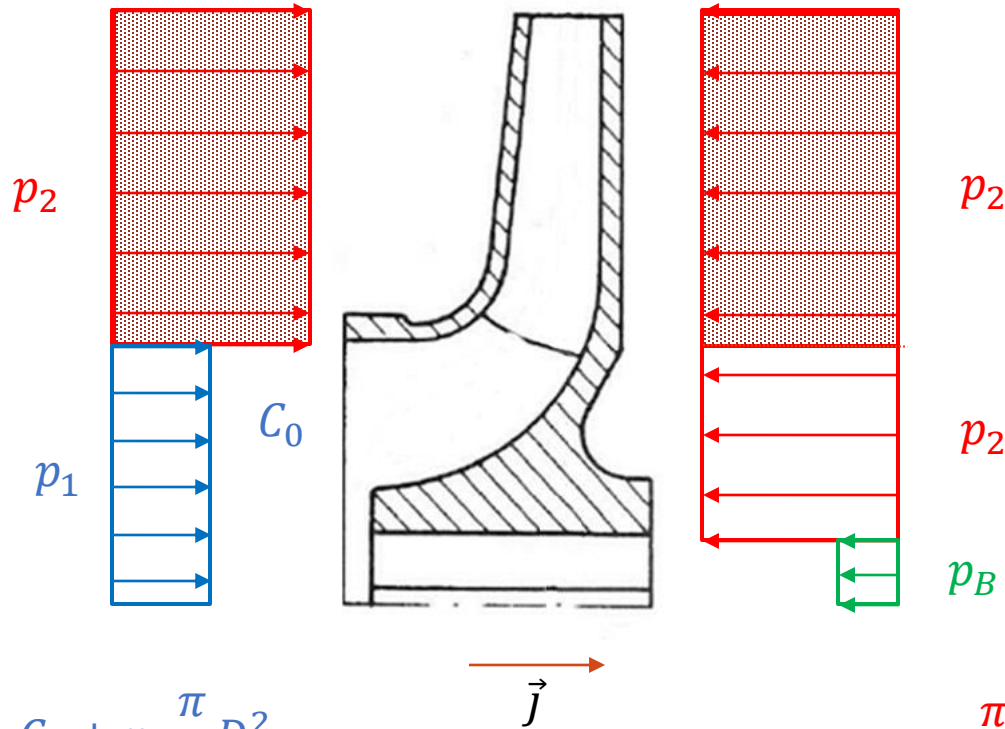


- La girante è soggetta ad una spinta assiale, con supporti che vanno opportunamente dimensionati
- A differenza di quella radiale, la **spinta assiale** può essere determinata in modo relativamente semplice con la procedura di seguito descritta

- La **spinta assiale complessiva** è la composizione di due contributi:
 - Contributo legato alla **variazione della quantità di moto**
 - Contributo legato **alla pressioni sui dischi esterni della girante**



Valutazione della spinta assiale



$$R_{a,SX} = \rho Q_v C_0 + p_1 \frac{\pi}{4} D_0^2$$

$$R_{a,DX} = p_2 \frac{\pi}{4} (D_0^2 - D_{alb}^2) + p_B \frac{\pi}{4} D_{alb}^2$$

- Pertanto, la **spinta assiale complessiva** risulta:

$$R_a = R_{a,SX} - R_{a,DX} = \rho Q_v C_0 + p_1 \frac{\pi}{4} D_0^2 - p_2 \frac{\pi}{4} (D_0^2 - D_{alb}^2) - p_B \frac{\pi}{4} D_{alb}^2$$

Valutazione della spinta assiale

$$R_a = R_{a,SX} - R_{a,DX} = \rho Q_v C_0 + p_1 \frac{\pi}{4} D_0^2 - p_2 \frac{\pi}{4} (D_0^2 - D_{alb}^2) - p_B \frac{\pi}{4} D_{alb}^2$$

- Riorganizzando i termini, si ottiene:

$$R_a = \rho Q_v C_0 - (p_2 - p_1) \frac{\pi}{4} (D_0^2 - D_{alb}^2) + (p_1 - p_B) \frac{\pi}{4} D_{alb}^2$$

- La differenza di pressione $\Delta p = p_2 - p_1$ può essere dedotta **approssimativamente** dalla conservazione della pressione totale della corrente relativa:

$$\left. \frac{p_2 - p_1}{\rho} \right|_{id} = \frac{U_2^2 - U_1^2}{2} + \frac{W_1^2 - W_2^2}{2}$$

- Tale relazione non considera però l'influenza delle perdite idrauliche
- Tali perdite possono in prima approssimazione essere assunte pari a $\frac{W_1^2 - W_2^2}{2}$, essendo tale decelerazione solitamente contenuta per garantire stabilità al flusso
- Si ottiene così:

$$\frac{p_2 - p_1}{\rho} \cong \frac{U_2^2 - U_1^2}{2}$$



Valutazione della spinta assiale

$$R_a = \rho Q_v C_0 - (p_2 - p_1) \frac{\pi}{4} (D_0^2 - D_{alb}^2) + (p_1 - p_B) \frac{\pi}{4} D_{alb}^2$$

- La pressione p_1 è legata alla pressione p_i che a sua volta dipende dalle caratteristiche dell'impianto in cui la macchina verrà installata, condizione solitamente non nota in fase di progetto:

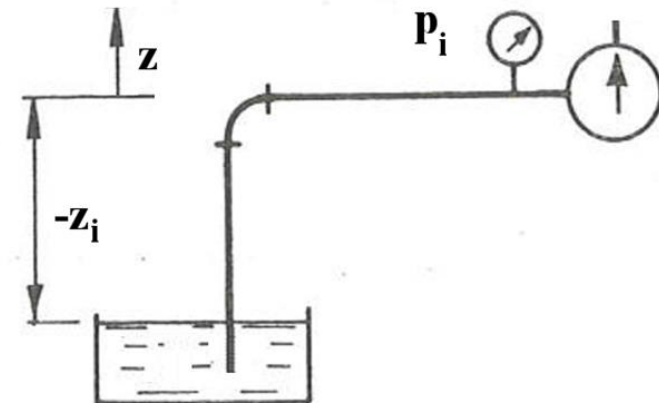
$$\frac{p_B}{\rho g} - z_i = \frac{p_i}{\rho g} + \frac{C_i^2}{2} + h_{ri}$$

- Ipotizzando che $p_1 \cong p_i$ e $C_1 = C_i$ e assumendo opportuni valori di z_i e h_{ri} si può stimare un valore della pressione secondo la seguente relazione:

$$\frac{p_1}{\rho g} = \frac{p_B}{\rho g} - z_i - \frac{C_1^2}{2} - h_{ri}$$

- Per la quota z_i un valore di riferimento può essere determinato a partire dall' $NPSH_R$

$$z_i = \frac{p_B - p_v}{\rho g} - h_{ri} - NPSH_R$$



Valutazione della spinta assiale

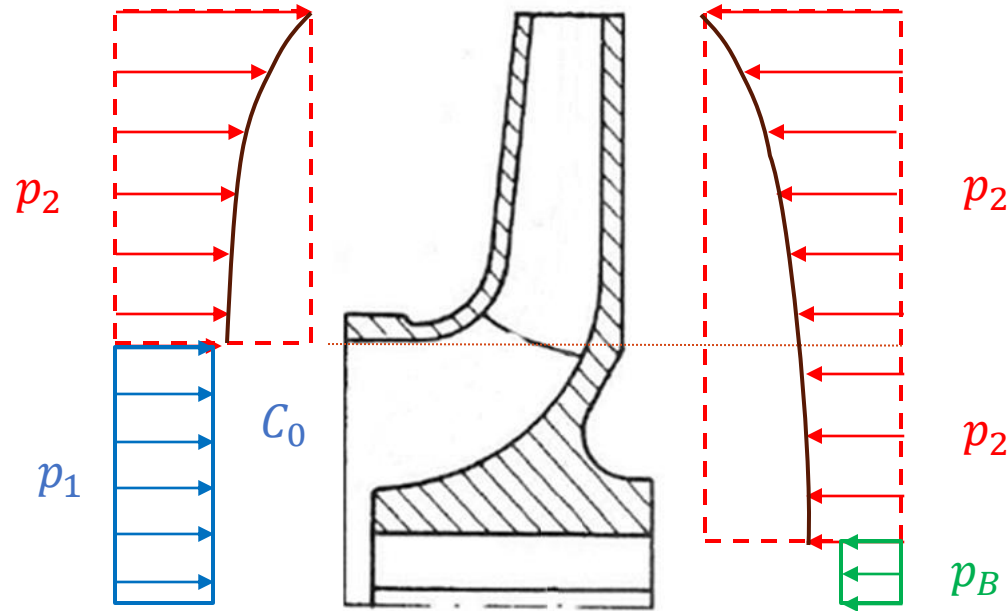
- In realtà nello spazio tra la superficie interna della cassa e superficie esterna dei dischi della girante il **fluido è posto in rotazione** attorno all'asse della girante con una velocità angolare media pari a metà della velocità angolare della girante $\omega/2$
- Questo moto di trascinamento comporta una progressiva **perdita** di pressione del fluido durante il suo trafilamento dalla sezione di uscita **2** a quella di ingresso **1**
- La pressione nella zona di trafilamento ad una distanza radiale r si può stimare pari a:

$$p'_2 \cong p_2 - \rho \frac{\omega^2}{8} (R_2^2 - r^2)$$

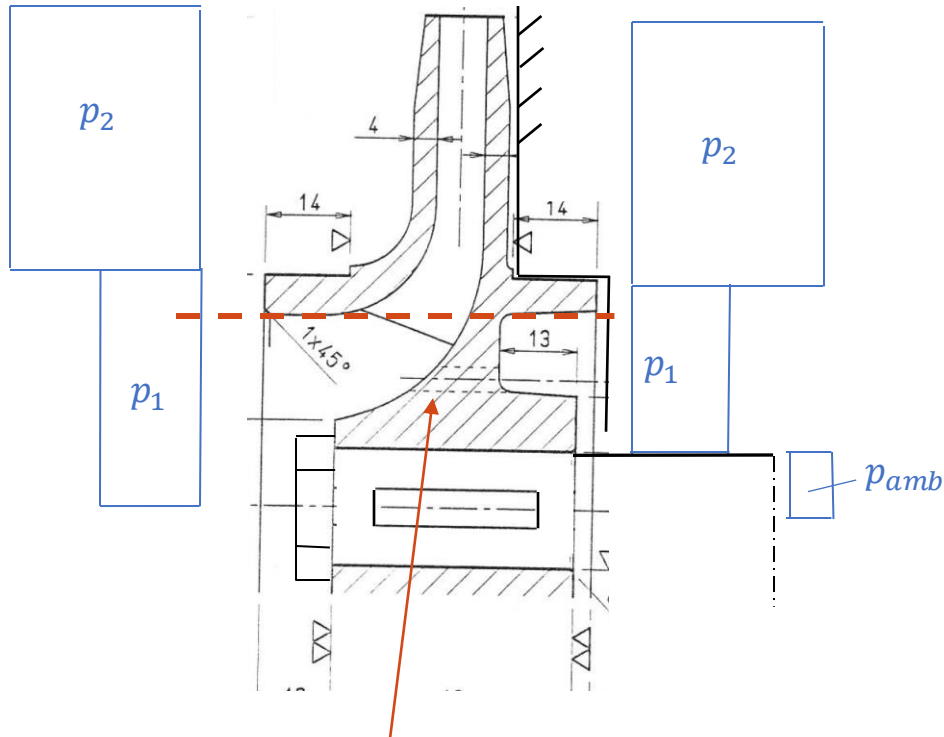
- Se si considera questo aspetto, l'equazione della spinta assiale diventa:

$$R_a = \rho Q_v C_a - (p_2 - p_1) \frac{\pi}{4} (D_0^2 - D_{alb}^2) + (p_1 - p_B) \frac{\pi}{4} D_{alb}^2 + \rho \frac{\omega^2}{8} \left(R_2^2 - \frac{R_0^2 + R_{alb}^2}{2} \right) \pi (R_0^2 - R_{alb}^2)$$

- L'ultimo termine dipende da ω^2 e mette in risalto il contributo legato all'effetto **centrifugo** che **riduce** la spinta legata alla sola differenza di pressione $\Delta p = p_2 - p_1$



Soluzione a fori passanti



Fori di equilibramento della spinta assiale

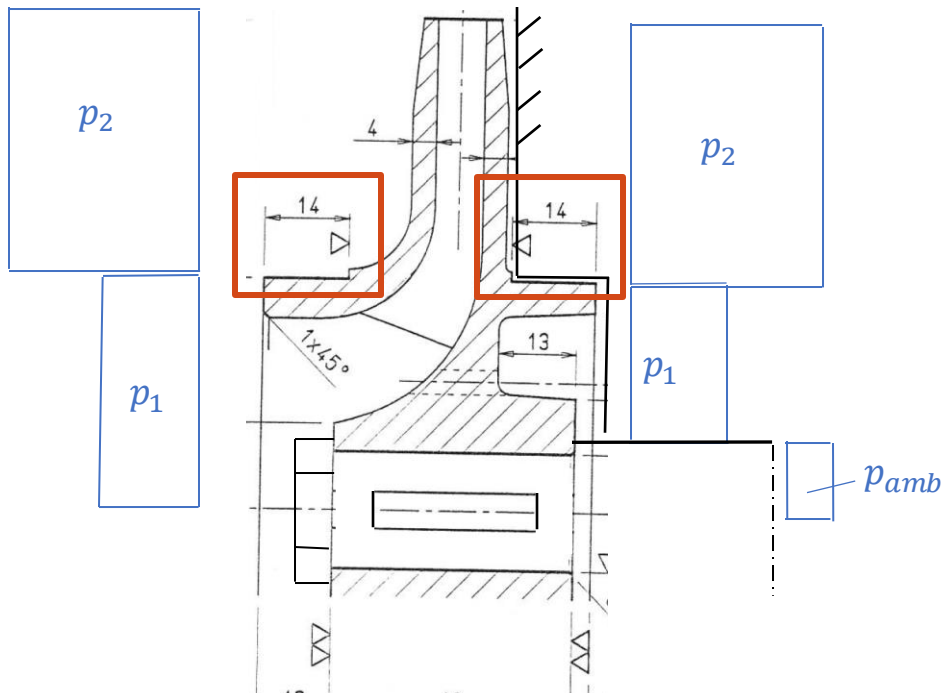
- Per ridurre la spinta assiale sulla girante a valori davvero modesti e pressoché indipendenti dalle condizioni di esercizio si provvede a praticare dei **fori** (da $4 \div 6$ a seconda delle dimensioni della girante) sul disco porta pale nella regione prospiciente la bocca di aspirazione
- La presenza di fori richiede l'**aggiunta** sul retro del disco porta pale di un secondo **elemento di tenuta** per ridurre la pressione p_2 al valore all'incirca della pressione p_1 presente in corrispondenza della bocca di aspirazione della girante

- In questo modo la spinta R_a sulla girante che si scaricherà sui supporti si riduce e diventa:

$$R_a \approx \rho Q_v C_0 + (p_1 - p_B) \frac{\pi}{4} D_{alb}^2$$

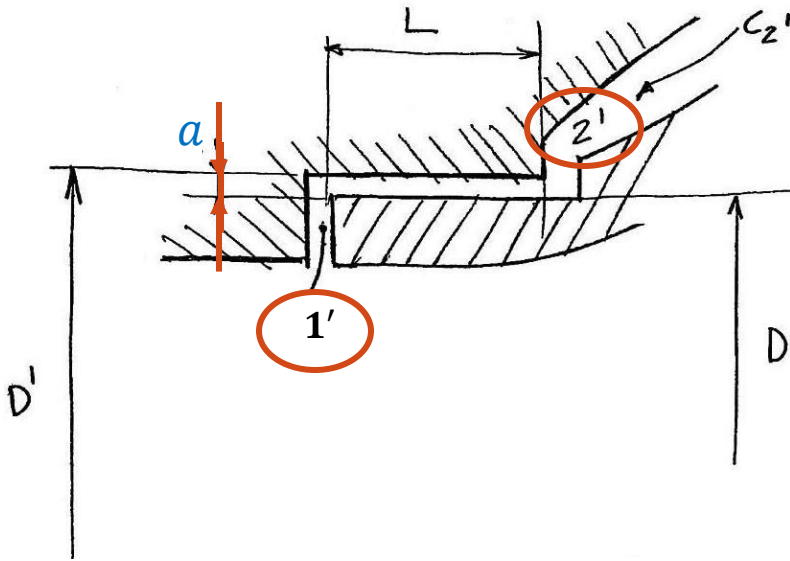
Dimensionamento delle tenute

Le tenute



- La portata di trafilamento $Q_{v,f}$ dipende dal dimensionamento delle tenute tra voluta e girante ed influenza il rendimento volumetrico η_v
- I diagrammi statistici forniscono un valore di riferimento del rendimento volumetrico η_v che viene sfruttato per il dimensionamento
- La lunghezza e lo spessore del meato fluido degli **anelli** di tenuta sono calcolati per ottenere valori di portata di fuga $Q_{v,f}$ in linea con i valori suggeriti dall'esperienza
- La presenza dei **fori di equilibramento** se da una parte porta il vantaggio di contenere la spinta assiale sui supporti, dall'altro **riduce** inevitabilmente il rendimento volumetrico η_v della pompa
- Per questa ragione è bene adottare gli **stessi valori** della **lunghezza** e dello **spessore** del meato di trafilamento per entrambi gli elementi di tenuta, come mostra l'esempio

Dimensionamento delle tenute



- Lo spessore $a = (D' - D)/2$ del meato di trafilamento è legato dalla normativa al valore del diametro D dell'anello di rasamento della girante, e assume orientativamente valori dell'ordine di:

$$a \approx 0,2 \div 0,3 \text{ mm}$$

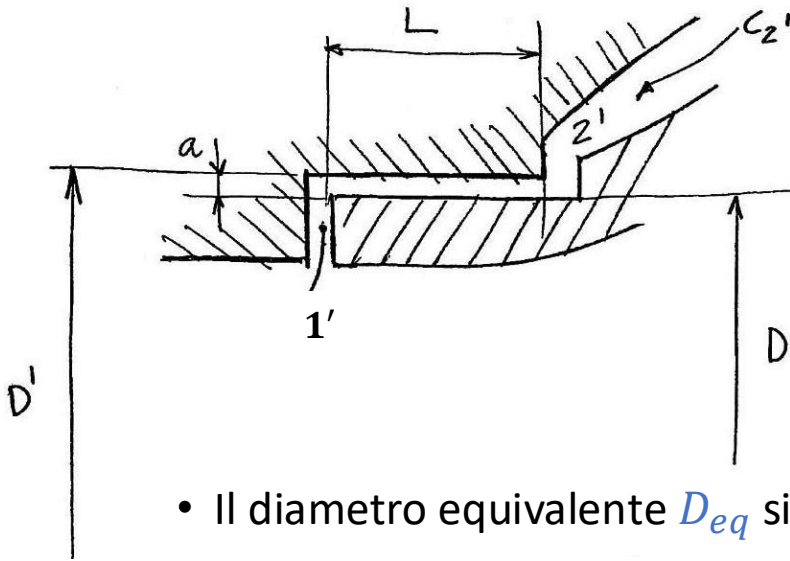
- Per definire la lunghezza della tenuta L è necessario correlare la portata di fuga attraverso la tenuta con le dimensioni della tenuta

- Applicando l'equazione dell'energia tra le sezioni $2'$ e $1'$, si ottiene:

$$\frac{p_{2'}}{\rho g} + \frac{C_{2'}^2}{2} = \frac{p_1}{\rho g} + \frac{C_{1'}^2}{2g} + h_{r,t}$$

- La velocità $C_{2'}$ è piccola rispetto a $C_{1'}$ in quanto la distanza tra girante e voluta nella zona di trafilamento è infatti molto più grande delle dimensioni in gioco con le tenute " a ". Ne consegue che tale velocità può essere trascurata

Dimensionamento delle tenute



$$\frac{p_{2'}}{\rho g} = \frac{p_1}{\rho g} + \frac{C_{1'}^2}{2g} + h_{r,t}$$

- La perdita di carico $h_{r,t}$ attraverso la tenuta vale:

$$h_{r,t} = f \frac{L}{D_{eq}} \frac{C_{1'}^2}{2g} + 0,5 \frac{C_{1'}^2}{2g}$$

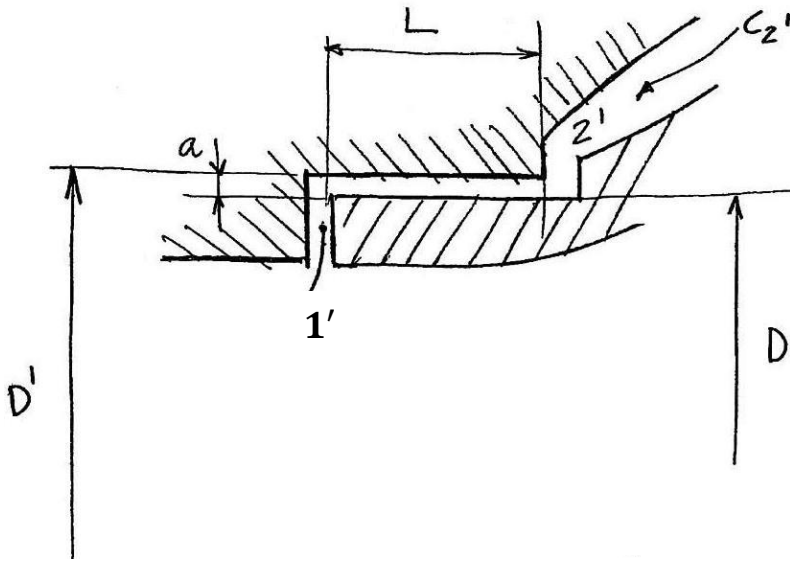
- Il diametro equivalente D_{eq} si determina con la seguente relazione:

$$D_{eq} = 4 \frac{A}{P} = 4 \frac{\frac{\pi}{4} (D'^2 - D^2)}{\pi(D' + D)} = D' - D = 2a$$

- Pertanto, trascurando $C_{2'}$ e portando $\frac{p_1}{\rho g}$ al primo termine, si ottiene:

$$\frac{p_{2'}}{\rho g} = \frac{p_1}{\rho g} + \frac{C_{1'}^2}{2g} \left(1,5 + f \frac{L}{2a} \right)$$

Dimensionamento delle tenute



$$\frac{p_{2'}}{\rho g} = \frac{p_1}{\rho g} + \frac{C_{1'}^2}{2g} \left(1,5 + f \frac{L}{2a} \right)$$

- Si è visto che l'andamento della pressione nella zona di trafilamento è funzione del raggio:

$$p_2' \cong p_2 - \rho \frac{\omega^2}{8} (R_2^2 - r^2)$$

- Ipotezzando $r_{2'} = R_1$, si ottiene:

$$\frac{p_{2'}}{\rho g} = \frac{p_2}{\rho g} - \frac{\omega^2}{8g} (R_2^2 - R_1^2)$$

- Inserendo nell'equazione, si ottiene:

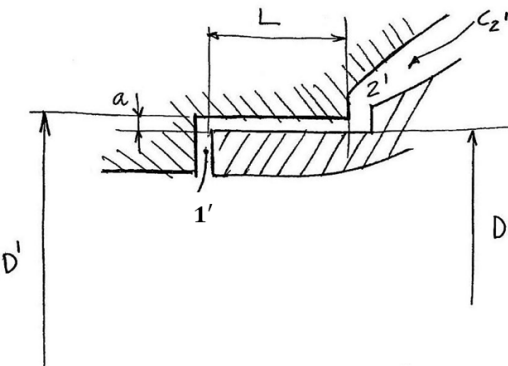
$$\frac{p_2}{\rho g} - \frac{\omega^2}{8g} (R_2^2 - R_1^2) = \frac{p_1}{\rho g} + \frac{C_{1'}^2}{2g} \left(1,5 + f \frac{L}{2a} \right)$$

$$\frac{p_2}{\rho g} - \frac{p_1}{\rho g} - \frac{1}{4} \frac{U_2^2 - U_1^2}{2g} = \frac{C_{1'}^2}{2g} \left(1,5 + f \frac{L}{2a} \right)$$

Dimensionamento delle tenute

$$\frac{p_2 - p_1}{\rho g} - \frac{1}{4} \frac{U_2^2 - U_1^2}{2g} = \frac{C_{1'}^2}{2g} \left(1,5 + f \frac{L}{2a} \right)$$

- Ricordando l'espressione precedentemente vista (spinta assiale) per la stima approssimata di pressione $p_2 - p_1$:



$$\frac{p_2 - p_1}{\rho g} \cong \frac{U_2^2 - U_1^2}{2g}$$

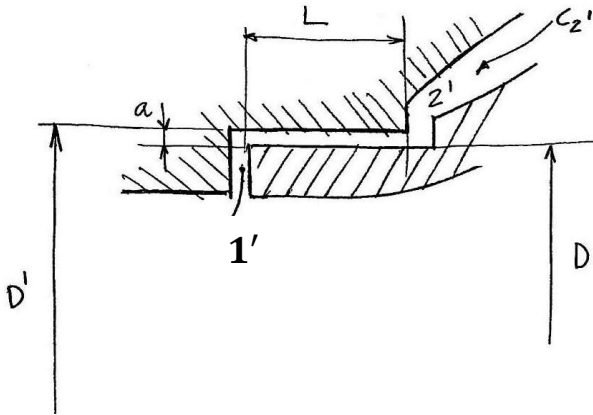
da cui:

$$\frac{U_2^2 - U_1^2}{2g} - \frac{1}{4} \frac{U_2^2 - U_1^2}{2g} = \frac{C_{1'}^2}{2g} \left(1,5 + f \frac{L}{2a} \right)$$

Si trova quindi che:

$$\Rightarrow \frac{3}{4} \frac{U_2^2 - U_1^2}{2g} = \frac{C_{1'}^2}{2g} \left(1,5 + f \frac{L}{2a} \right)$$

Dimensionamento delle tenute



$$\frac{C_{1'}^2}{2g} \left(1,5 + f \frac{L}{2a} \right) = \frac{3}{4} \frac{U_2^2 - U_1^2}{2g}$$

Con la quale è possibile valutare $C_{1'}$:

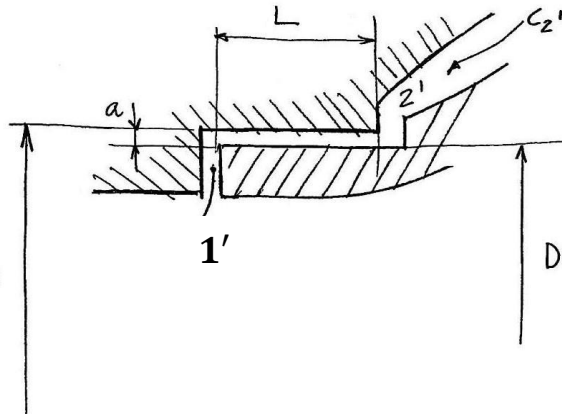
$$C_{1'} = \frac{1}{\sqrt{1,5 + f \frac{L}{2a}}} \sqrt{\frac{3}{4} (U_2^2 - U_1^2)}$$

- Per trovare la portata di fuga $Q_{v,f} = C_{1'} A_t$, si rende necessario definire la sezione A_t di attraversamento attraverso la tenuta:

$$A_t = \frac{\pi}{4} (D'^2 - D^2) = \frac{\pi}{4} (D' + D)(D' - D) = \frac{\pi}{4} (D + 2a + D) 2a = \pi(D + a)a$$

$$\Rightarrow Q_{v,f} = C_{1'} A_t = \frac{\pi(D + a)a}{\sqrt{1,5 + f \frac{L}{2a}}} \sqrt{\frac{3}{4} (U_2^2 - U_1^2)}$$

Dimensionamento delle tenute



- Nella relazione della portata ci sono tre incognite:

$$Q_{v,f} = C_{1'} A_1 = \frac{\pi(D+a)a}{\sqrt{1,5 + f \frac{L}{2a}}} \sqrt{\frac{3}{4}(U_2^2 - U_1^2)}$$

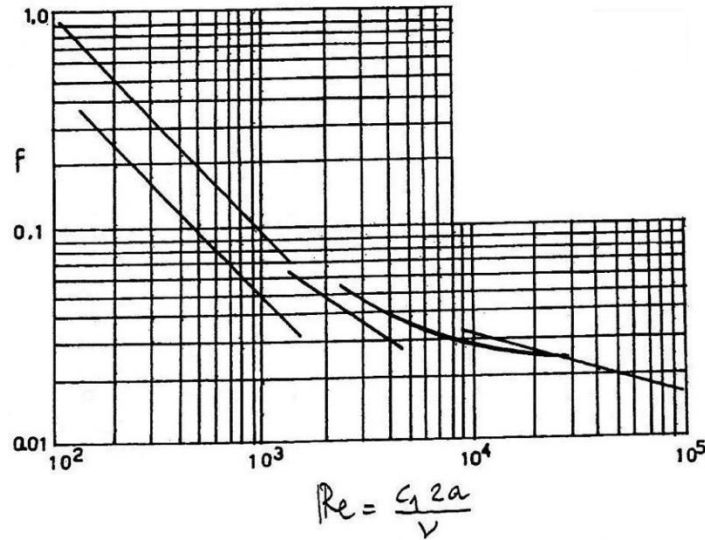
- Il coefficiente di perdita f può essere stimato dal diagramma di Moody ma dipende dal numero di Reynolds:

$$Re = \frac{C_{1'} 2a}{v}$$

- La portata di fuga è invece correlata al rendimento volumetrico per il quale si ha la stima fornita dalla teoria della similitudine:

$$\eta_v = \frac{Q_v}{Q_v + Q_{v,f}}$$

- La procedura è iterativa

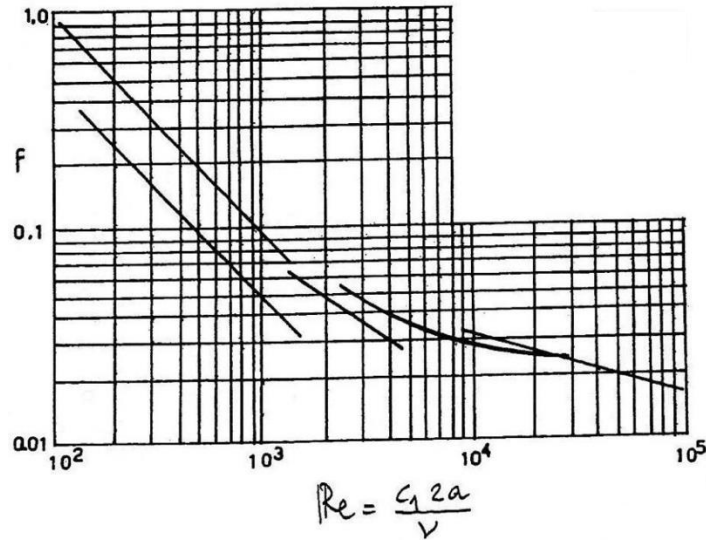
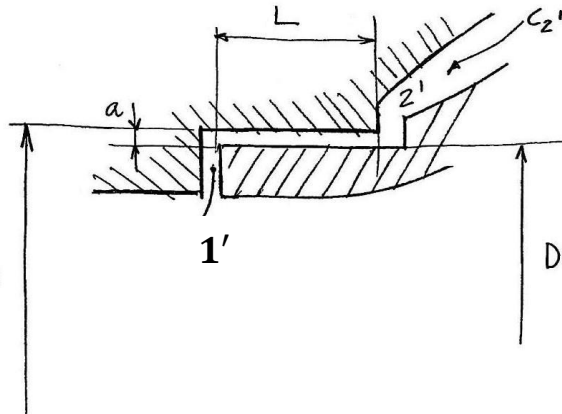


$$(v_{H_2O} = 1,00561 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s} \text{ a } 20^\circ\text{C})$$



Dimensionamento delle tenute

Per il 1° tentativo scelgo L, a e fisso $f = 1$



($\nu_{H_2O} = 1.00561 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ a 20°C)

$$C_{1',j} = \frac{1}{\sqrt{1.5 + f \frac{L}{2a}}} \sqrt{\frac{3}{4}(U_2^2 - U_1^2)}$$

$$Re = \frac{C_{1',j} 2a}{\nu}$$

ricavo f da grafico

$$C_{1',j+1} = \frac{1}{\sqrt{1.5 + f \frac{L}{2a}}} \sqrt{\frac{3}{4}(U_2^2 - U_1^2)}$$

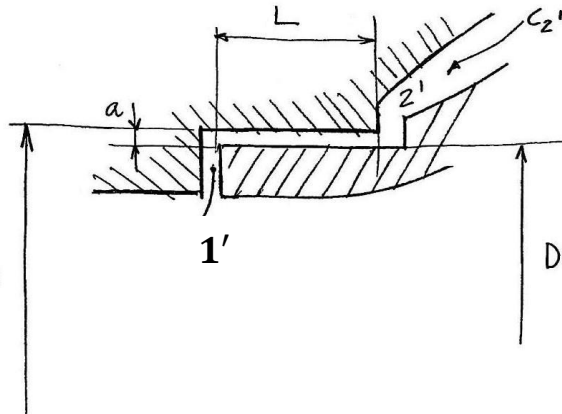
$C_{1',j+1} - C_{1',j} < \varepsilon$ dove ε per esempio pari a 0.1

$$Q_{v,f} = C_{1',j+n} A_t = C_{1',j+n} \pi (D + a) a$$

$$\eta_v = \frac{Q_v}{Q_v + Q_{v,f}} \longrightarrow$$



Dimensionamento delle tenute

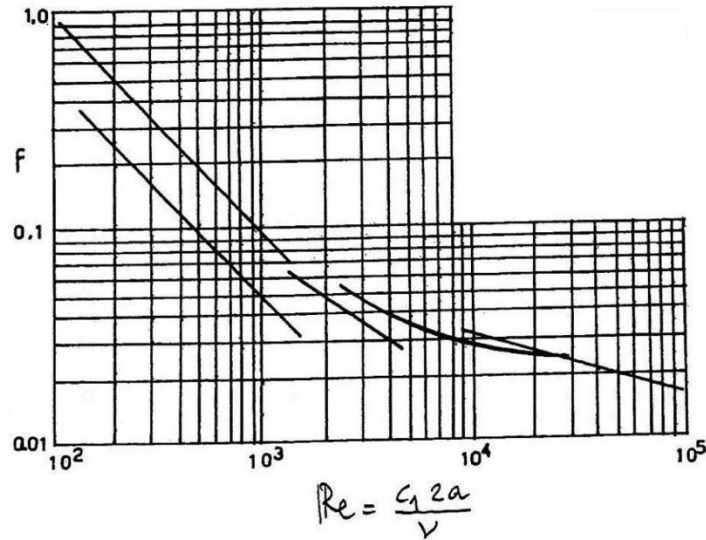


Noto η_v lo confronto con quello ricavato dalla Teor Sim η_{vTS}

se $\eta_v < \eta_{vTS} \rightarrow \uparrow L (\downarrow a)$

se $\eta_v > \eta_{vTS} \rightarrow \downarrow L (\uparrow a)$

Da notare che valori tipici di L sono $10 \div 20 \text{ mm}$



($\nu_{H_2O} = 1.00561 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ a 20°C)



Domande, Curiosità, Dubbi, Perplessità?

