



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI PADOVA



Dipartimento
di Ingegneria Industriale

Il progetto di una pompa centrifuga

Corso di Macchine 1

Agenda

- ▶ La macchina da progettare
- ▶ Studio di fattibilità: scelta della velocità di rotazione
- ▶ Dimensionamento della macchina scelta → La girante
 - ▶ Diametro del Mozzo e Diametro dell'albero
 - ▶ Condotto meridiano
 - ▶ Posizionamento del bordo di ingresso
 - ▶ Angolo costruttivo del bordo di ingresso
 - ▶ Numero e spessore delle pale
 - ▶ Angolo costruttivo all'uscita
 - ▶ Disegno della pala nella vista circonferenziale



La macchina da progettare

La macchina da progettare

Si vuole dimensionare una macchina caratterizzata da

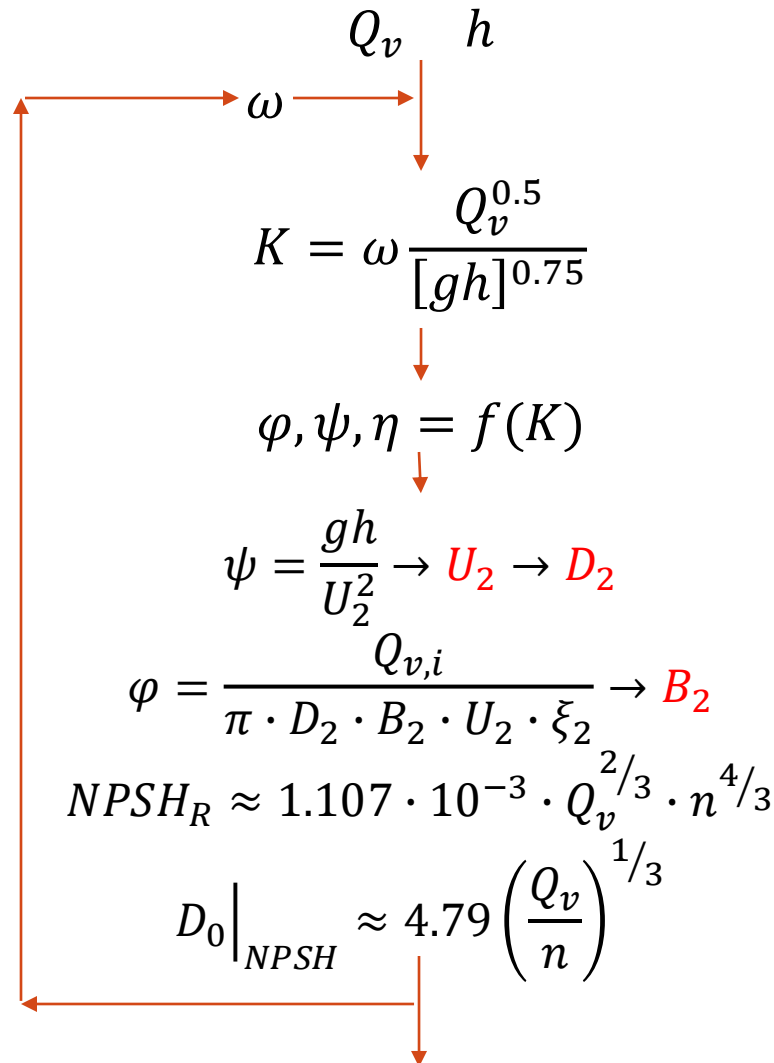
- $Q_v = 44 \frac{l}{s}$
- $h = 40 m$
- Acqua
- Tipo di motore: motore elettrico

Le fasi del progetto

- Studio di fattibilità → Scelta del regime di rotazione → Ingombro della macchina
- Dimensionamento della macchina scelta → Girante e Voluta

Studio di fattibilità: scelta del
regime di rotazione

Studio di fattibilità: scelta della velocità di rotazione della macchina



Controlli:

- U_2 compatibile con il materiale scelto
- $B_2/D_2 \geq 0.02$



Studio di fattibilità: scelta della velocità di rotazione della macchina

Per il dimensionamento della macchina si considerano 3 velocità di rotazione standard

- $n = 2910 \frac{\text{giri}}{\text{min}} \rightarrow \text{Motore elettrico a 1 coppia polare}$
- $n = 1450 \frac{\text{giri}}{\text{min}} \rightarrow \text{Motore elettrico a 2 coppie polari}$
- $n = 970 \frac{\text{giri}}{\text{min}} \rightarrow \text{Motore elettrico a 3 coppie polari}$

Studio di fattibilità: scelta della velocità di rotazione della macchina

Dimensionamento della macchina utilizzando $n = 2910 \frac{\text{giri}}{\text{min}}$

- Calcolo del numero tipico di macchina

$$K = \omega \frac{Q_v^{0.5}}{[gh]^{0.75}} = \frac{2\pi n}{60} \frac{Q_v^{0.5}}{[gh]^{0.75}} = 304.73 \frac{0.044^{0.5}}{[9.806 \cdot 40]^{0.75}} = 0.72$$

- Dai diagrammi statistici, noto il numero tipico di macchina K si ricavano i numeri di flusso e di pressione ed i vari rendimenti

$$\varphi = 0.125 \quad \psi = 0.452 \quad \eta = 0.76$$

- Dal numero di pressione, si determina la velocità periferica U_2 e, di conseguenza, il diametro esterno della girante D_2

$$\psi = \frac{gh}{U_2^2} \rightarrow U_2 = \left(\frac{9.806 \cdot 40}{0.542} \right)^{0.5} = 29.45 \frac{m}{s} \rightarrow D_2 = \frac{2 \cdot U_2}{\omega} = 193.3 \text{ mm}$$



Studio di fattibilità: scelta della velocità di rotazione della macchina

Dimensionamento della macchina utilizzando $n = 2910 \frac{\text{giri}}{\text{min}}$

- Dal numero di flusso è quindi possibile determinare la larghezza della bocca di uscita

$$\varphi = \frac{Q_v}{\pi \cdot D_2 \cdot B_2 \cdot U_2 \cdot \xi_2 \cdot \eta_v} \rightarrow B_2 = \frac{0.044}{\pi \cdot 0.1933 \cdot 29.45 \cdot 0.125 \cdot 1 \cdot 1} = 19.68 \text{ mm}$$

- Verifico il rapporto $\frac{B_2}{D_2} = 0.1018 \rightarrow OK$ ($\frac{B_2}{D_2} > 0.02$) Accettabile durante lo studio di fattibilità
- Si stima quindi il valore di $NPSH_R \approx 1.107 \cdot 10^{-3} \cdot Q_v^{2/3} \cdot n^{4/3} = 5.73 \text{ m}$
- Si stima anche il diametro della bocca di aspirazione tramite la formulazione

$$D_0 \Big|_{NPSH} \approx 4.79 \left(\frac{Q_v}{n} \right)^{1/3} = 118 \text{ mm}$$

- Procedo a testare una o più velocità di rotazione



Studio di fattibilità: scelta della velocità di rotazione della macchina

Riassumendo: lo studio di fattibilità, che evolve secondo il flow-chart, ha consentito di costruire la seguente tabella comparativa

n [giri/min]	K	φ	ψ	η	U_2 [m/s]	D_2 [mm]	B_2 [mm]	$NPSH_R$ [m]	$D_0 _{NPSH}$ [mm]
970	0.24	0.081	0.544	0.655	26.85	528.7	12.18	1.33	171
1450	0.36	0.095	0.521	0.713	27.43	361.3	14.87	2.26	149
2910	0.72	0.125	0.452	0.760	29.45	193.3	19.68	5.73	118

Osservazione: la soluzione a **970 giri/min** risulta essere caratterizzata da un rendimento atteso basso! → Non conviene prendere in considerazione questa macchina!!!

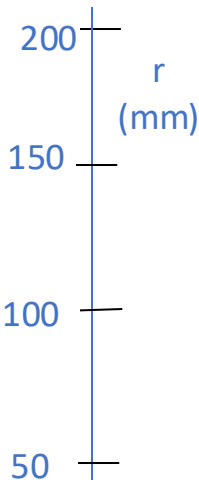
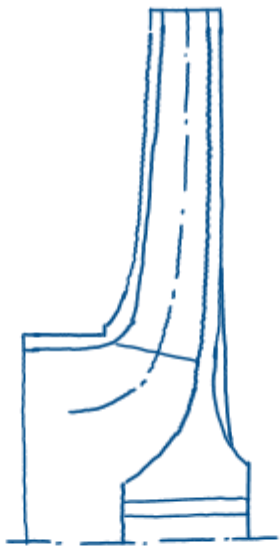
Conviene quindi **focalizzare l'attenzione** sulle macchine con velocità di rotazione pari a **1450 e 2910 giri/min!!!** → Confrontiamole!!!



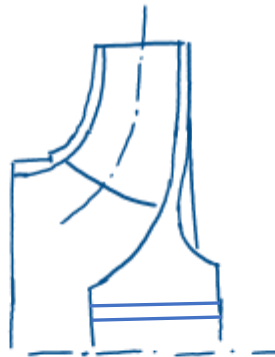
Studio di fattibilità: scelta della velocità di rotazione della macchina

n [giri/min]	K	φ	ψ	η	U_2 [m/s]	D_2 [mm]	B_2 [mm]	$NPSH_R$ [m]	$D_0 _{NPSH}$ [mm]
970	0.24	0.081	0.544	0.655	26.85	528.7	12.18	1.33	171
1450	0.36	0.095	0.521	0.713	27.43	361.3	14.87	2.26	149
2910	0.72	0.125	0.452	0.760	29.45	193.3	19.68	5.73	118

$n = 1450 \text{ giri/min}$



$n = 2910 \text{ giri/min}$

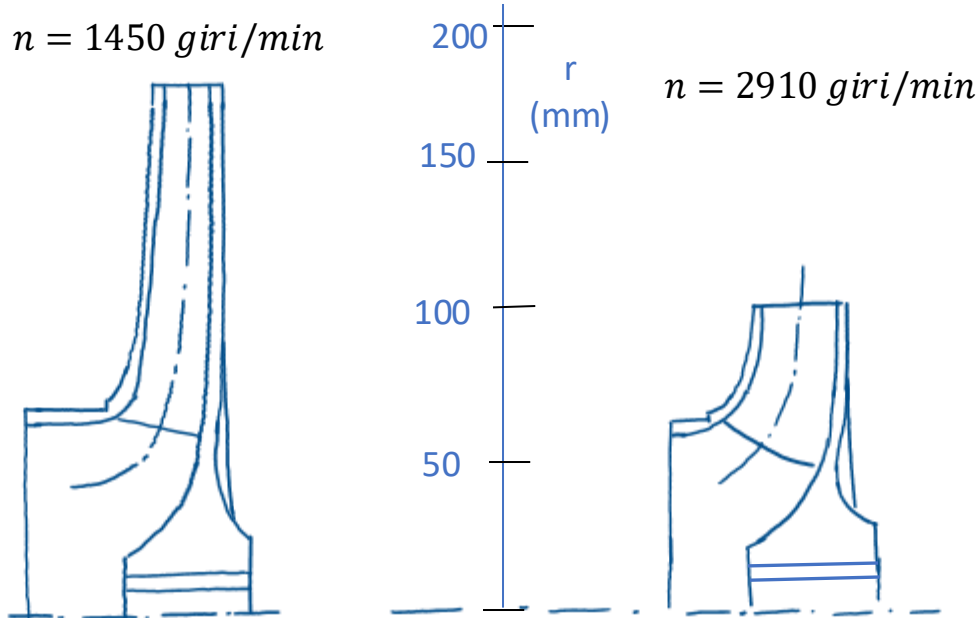


- Per **effettuare una scelta**, è conveniente eseguire uno schizzo delle giranti delle potenziali soluzioni per poterne dedurre in prima approssimazione la **complessità geometrica** e l'impegno **progettuale** ed **economico** che ne potrebbero derivare

Fig. – Soluzioni a confronto



Studio di fattibilità: scelta della velocità di rotazione della macchina

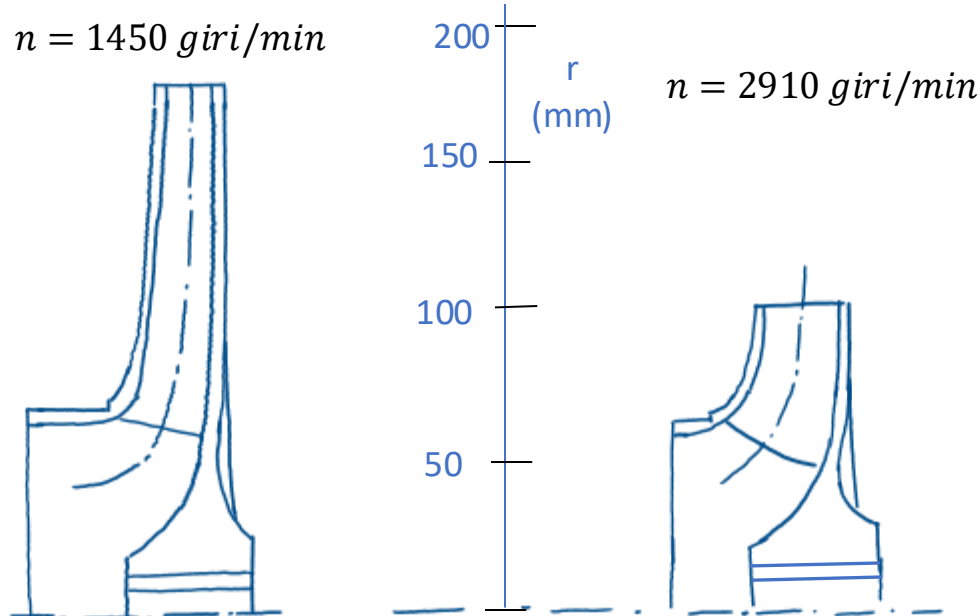


A tal riguardo, si possono svolgere le **seguenti osservazioni**:

- Nei riguardi del valore dell'***NPSH*** la scelta propenderebbe decisamente a favore della soluzione con **$K = 0.36$** e **$n = 1450 \text{ giri/min}$** , che offre una maggiore flessibilità di esercizio
- I valori dell'***NPSH*** **non è detto siano veritieri** sotto l'aspetto numerico in sé, ma offrono una chiara indicazione in termini di variazione percentuale (**$NPSH_{2910}/NPSH_{1450} = 2.5$**)

n [giri/min]	K	η	$NPSH_R$ [m]	Geometria pala
1450	0.36	0.713	2.26	Semplice curvatura
2910	0.72	0.760	5.73	Doppia curvatura

Studio di fattibilità: scelta della velocità di rotazione della macchina

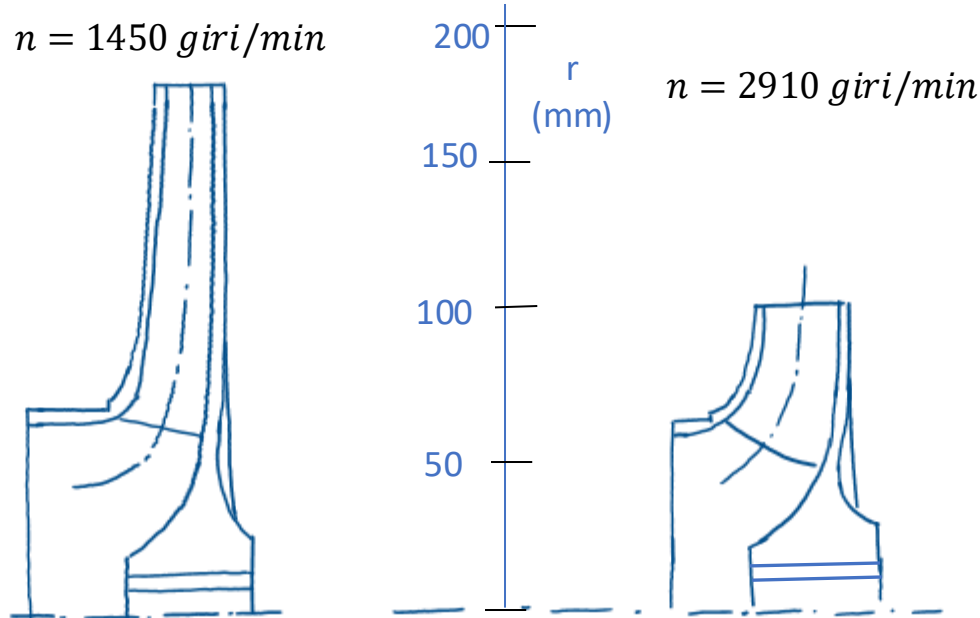


- La soluzione con $K = 0.72$ e $n = 2910 \text{ giri/min}$ appare più onerosa economicamente nei riguardi dell'impegno progettuale e di fabbricazione a causa della necessità di adottare geometria palari a doppia curvatura (progettazione di diverse sezioni palari) per ottenere il valore di rendimento $\eta = 0.76$ suggerito dall'esperienza



n [giri/min]	K	η	$NPSH_R$ [m]	Geometria pala
1450	0.36	0.713	2.26	Semplice curvatura
2910	0.72	0.760	5.73	Doppia curvatura

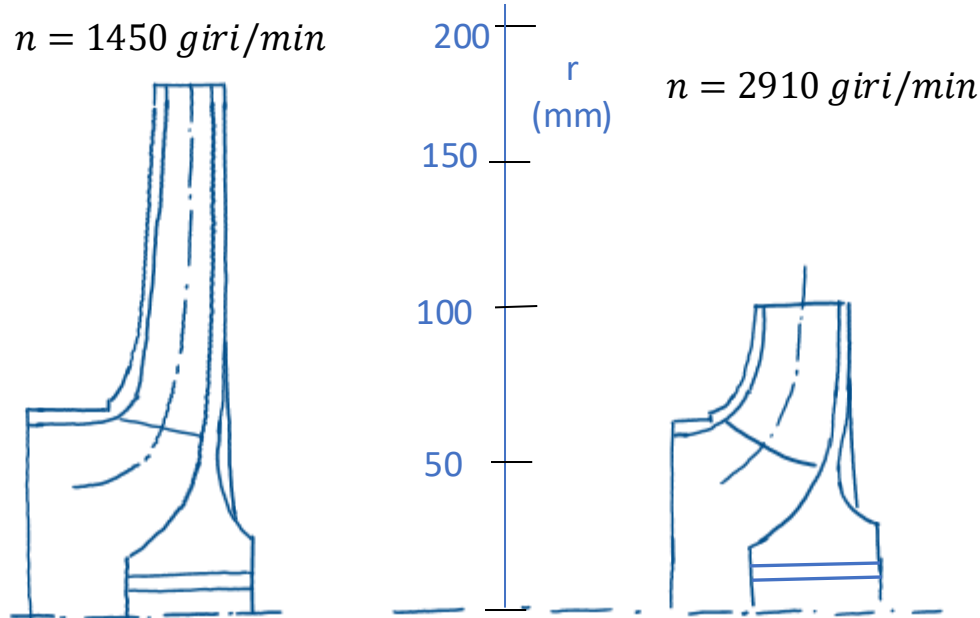
Studio di fattibilità: scelta della velocità di rotazione della macchina



- Sempre con riferimento alla macchina con $K = 0.72$ e $n = 2910 \frac{\text{giri}}{\text{min}}$, in caso contrario le perdite per incidenza all'ingresso della girante, inevitabili con la semplice curvatura per le sezioni diverse da quella media, impedirebbero di ottenere i valori di rendimento η suggeriti dall'esperienza, e che ammonterebbe nel caso in esame a circa l'80%

n [giri/min]	K	η	$NPSH_R$ [m]	Geometria pala
1450	0.36	0.713	2.26	Semplice curvatura
2910	0.72	0.760	5.73	Doppia curvatura

Studio di fattibilità: scelta della velocità di rotazione della macchina



- Occorre anche aggiungere che il rendimento η dipende sensibilmente dalle dimensioni della macchina, ovvero dalla portata Q_v , che in questo caso sono modeste
- Non è perciò detto che l'ordine di grandezza del rendimento, comunque superiore rispetto alla soluzione con $K = 0.36$ sia veritiero per il caso in esame
- Si potrebbe perciò concludere, qualora non sussistano altre esigenze/obiettivi, che soluzione con $K = 0.36$ rappresenta la miglior soluzione di compromesso tra η , $NPSH$ e semplicità costruttiva

n [giri/min]	K	η	$NPSH_R$ [m]	Geometria pala
1450	0.36	0.713	2.26	Semplice curvatura
2910	0.72	0.760	5.73	Doppia curvatura

La macchina da progettare

Si vuole dimensionare una macchina caratterizzata da

- $Q_v = 44 \frac{l}{s}$
- $h = 40 m$
- Acqua
- Tipo di motore: motore elettrico

Le fasi del progetto

- Studio di fattibilità → Scelta del regime di rotazione → Ingombro della macchina → 1450 giri/min
- Dimensionamento della macchina scelta → Girante e Voluta → Girante
 - Una volta scelto il regime di rotazione, si riprendono i calcoli iniziali procedendo con gli arrotondamenti necessari



Dimensionamento della macchina

$$K = 0.36 \quad \varphi = 0.095 \quad \psi = 0.521$$

$$n = 1450 \frac{\text{giri}}{\text{min}}$$

- Si correggono le stime di rendimento per tenere conto della portata (vedi foglio excel)

$$\eta = 0.7465 \quad \eta_v = 0.939 \quad \eta_{mv} = 0.964 \quad \eta_{id} = 0.8246$$

- Dal numero di pressione, si determina la velocità periferica U_2 e, di conseguenza, il diametro esterno della girante D_2

$$\psi = \frac{gh}{U_2^2} \rightarrow U_2 = 27.43 \frac{m}{s} \rightarrow D_2 = \frac{2 \cdot U_2}{\omega} = 361.3 \text{ mm}$$

- Si arrotondano i valori e si ricalcolano le grandezze correlate:

$$\rightarrow D_2 = 361 \text{ mm} \rightarrow U_2 = 27.33 \frac{m}{s} \rightarrow \psi = 0.525$$

- Si procede in modo analogo con la larghezza $B_2 = 15 \text{ mm}$



Dimensionamento della macchina scelta: la girante

Dimensionamento del diametro dell'albero e del mozzo

Dimensionamento dell'albero e del mozzo

- Prima di procedere con il dimensionamento del condotto interpalare è necessario **assegnare un valore plausibile al diametro dell'albero e del mozzo**
- A tal riguardo, si può adottare in prima approssimazione lo schema seguente:

$$P_{alb,kW} = \frac{\rho Q_v g h}{\eta \cdot 1000} \rightarrow M_{alb} = M_t = \frac{30 \cdot 1000 P_{alb,kW}}{\pi n} \quad [Nm]$$

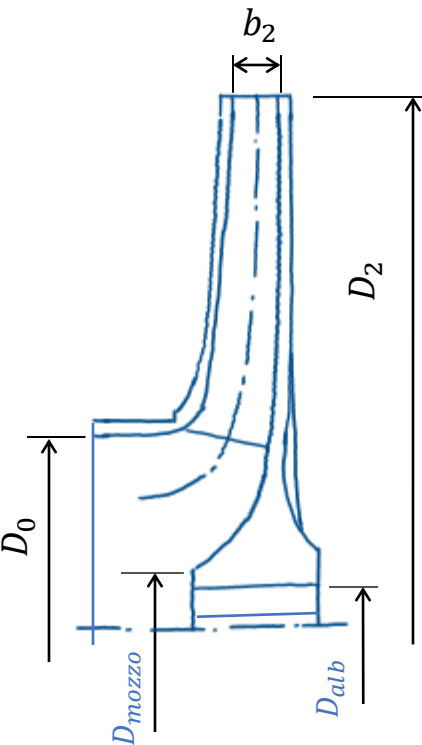
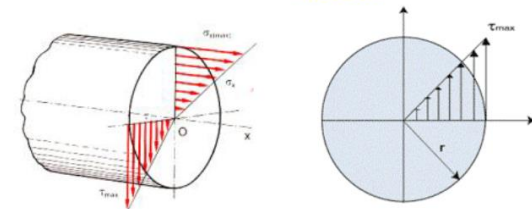
$$\tau_{max} = \frac{M_t}{J_{p,alb}} \cdot \frac{D_{alb}}{2} = \frac{16 M_t}{\pi D_{alb}^3} \rightarrow D_{alb} = \sqrt[3]{\frac{16 M_t}{\pi \tau_{amm}}}$$

assumendo: $\tau_{amm} \approx 30 \text{ N/mm}^2 = 30 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$

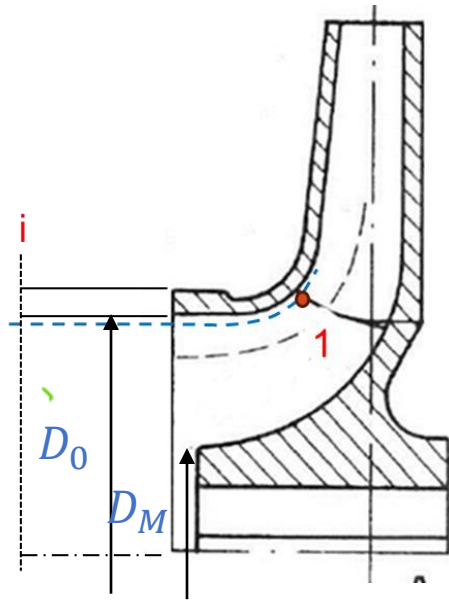
$$J_{p,alb} = \frac{\pi D_{alb}^4}{32}$$

$$D_{alb} = \sqrt[3]{\frac{16 M_t}{\pi \tau_{amm}}} = 29.57 \text{ mm} \cong 30 \text{ mm}$$

$$\rightarrow \frac{D_{Mozzo}}{D_{alb}} \approx 1.4 \div 1.5 \rightarrow D_{Mozzo} = 45 \text{ mm}$$



Scelta del diametro D_0



$$D_{0NPSH_i} = 2 \left(\frac{2 Q_v^2 k_m^2}{\eta_v^2 \pi^2 \omega^2 \xi_0^2} \frac{1 + \lambda_m + \lambda_w}{\lambda_w} \right)^{1/6}$$

- Posto:

$$\lambda_m \approx 0.04 \quad \lambda_w \approx 0.23 \quad k_m \approx 1.2$$

e considerando:

$$\eta_v \approx 0.939 \quad (\text{Derivante dai diagrammi statistici})$$

$$D_M/D_0 \approx 0.295 \quad (\text{Determinato con processo iterativo})$$

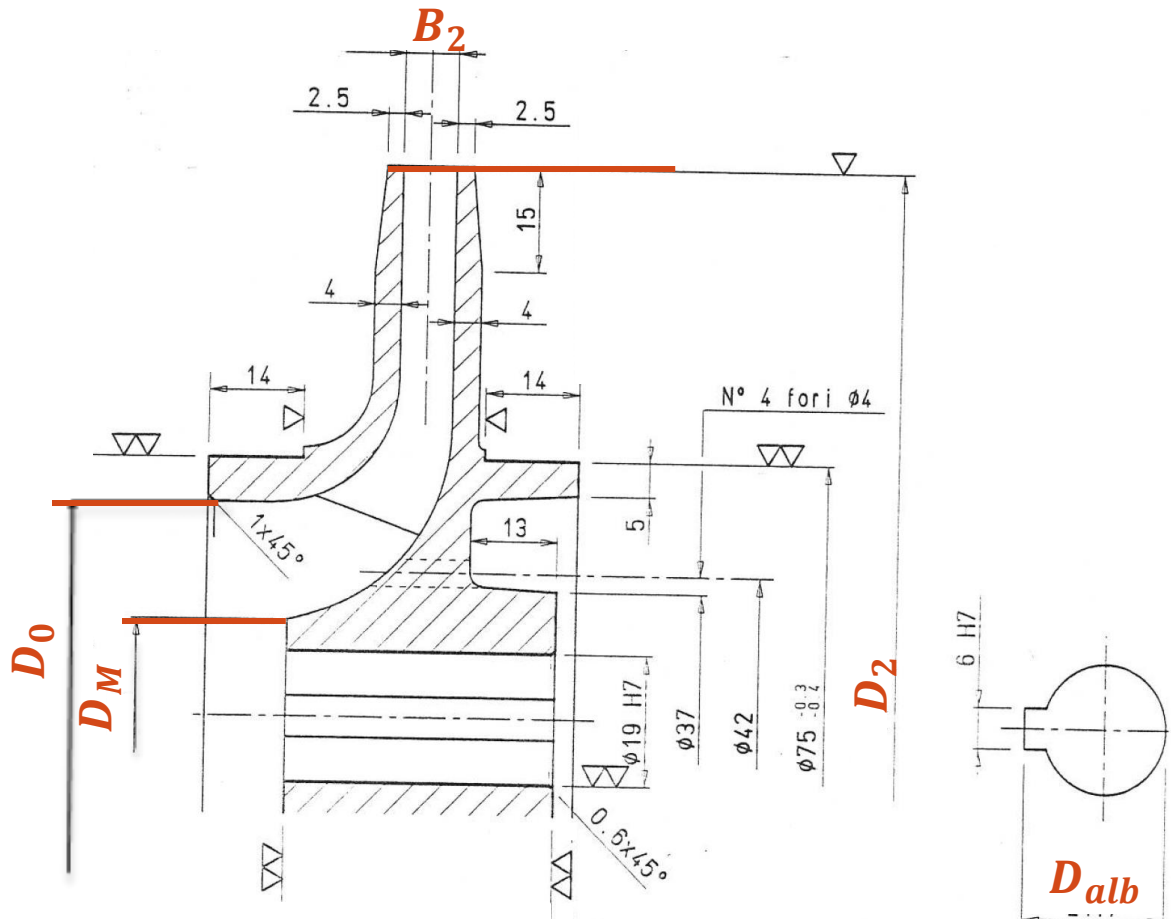
si ottiene:

$$D_{0NPSH_i} \approx 149 \text{ mm} \rightarrow NPSH_i \approx 2.268 \text{ m}$$

Dimensionamento della macchina scelta: la girante

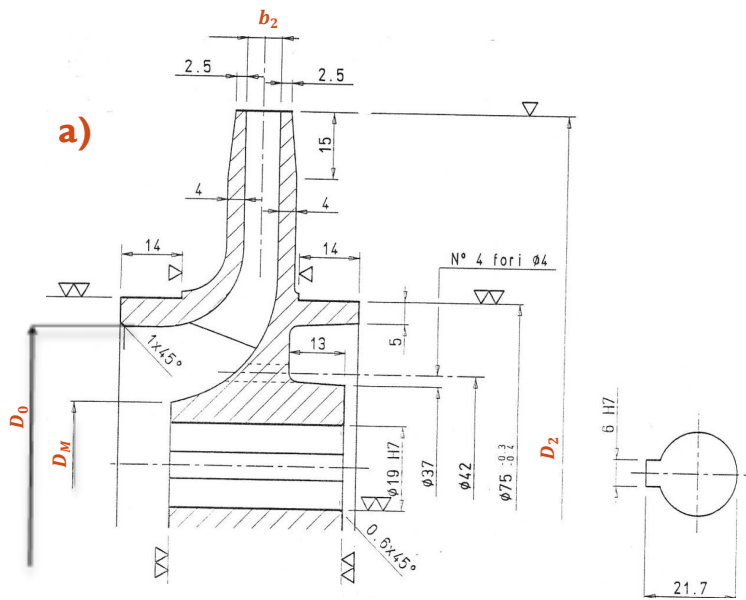
Condotta meridiano

Condotto meridiano

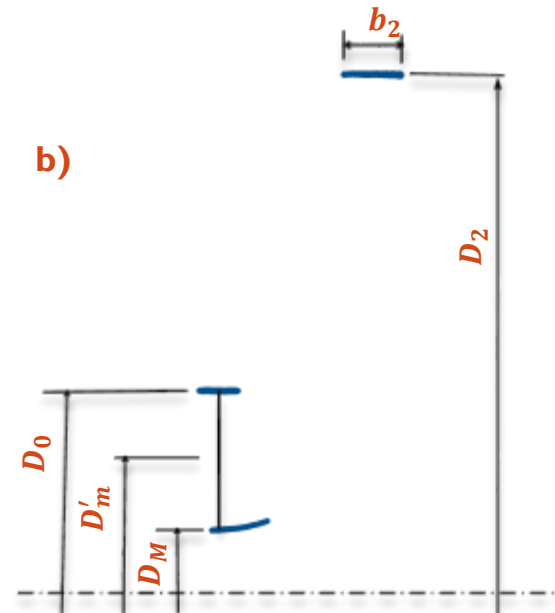


- La **geometria** del condotto meridiano è definita dal progettista una volta che per la girante siano stati stabiliti il diametro D_0 della bocca di aspirazione, il diametro esterno D_2 , il diametro del mozzo D_M e la larghezza B_2
- Vi sono numerosi **gradi di libertà** a cui deve sopperire il progettista con proprie scelte per ottenere geometrie adeguate del condotto meridiano
- All'abilità propria del progettista possono essere affiancati semplici ma efficaci **criteri di proporzionamento**, simili a quello di seguito descritto e basati su una ragionevole distribuzione delle aree di attraversamento del fluido

Condotto meridiano

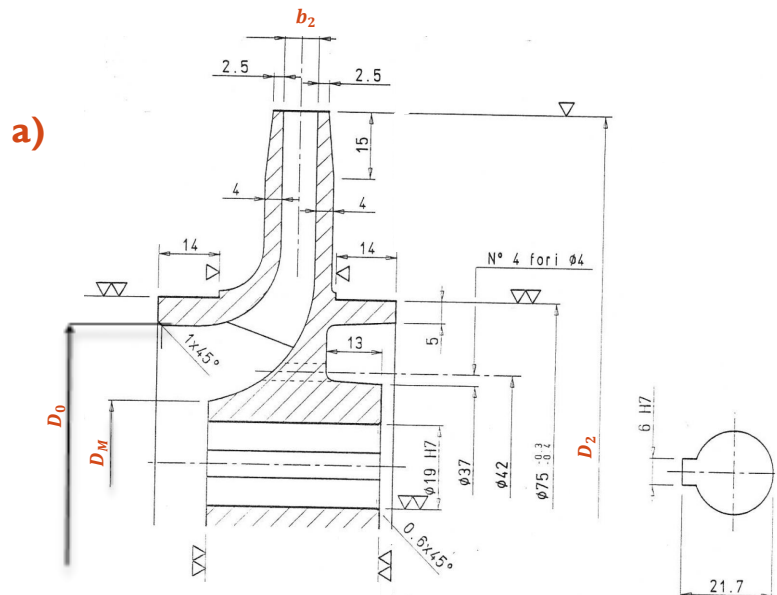


SEZIONE MERIDIANA

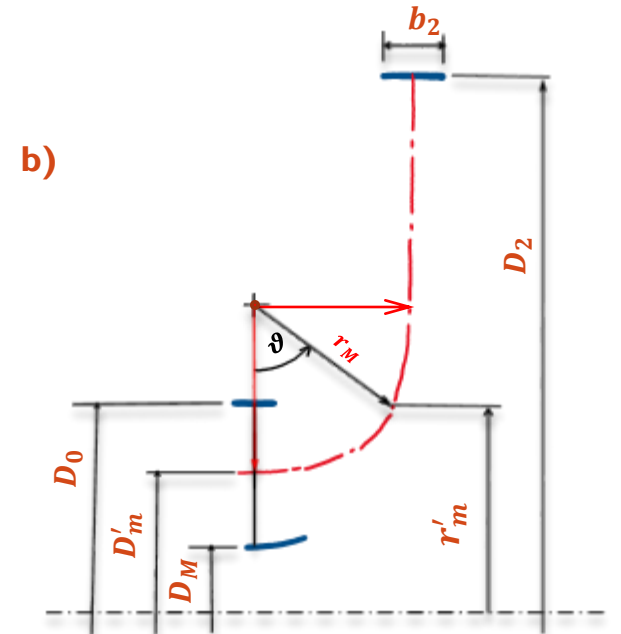


DATI INIZIALI DISPONIBILI

- E' palese la **carena di informazioni** disponibili all'inizio del progetto (b) rispetto alla forma definitiva della sezione meridiana della girante (a) e dunque, per differenza, a ciò che deriva dalle scelte e dai criteri di dimensionamento adottati del progettista

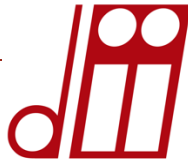


SEZIONE MERIDIANA



CRITERIO DIMENSIONAMENTO

- Un **criterio semplice** consiste nel **disegnare** dapprima **la linea media del condotto meridiano** (Fig. b), adottando una curva **composita** costituita per i casi più semplici, come quello di Fig. b ad esempio, da un arco di circonferenza e da un tratto rettilineo

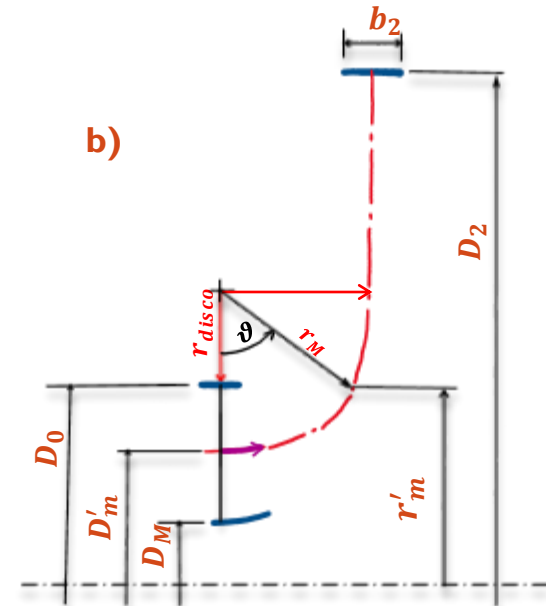
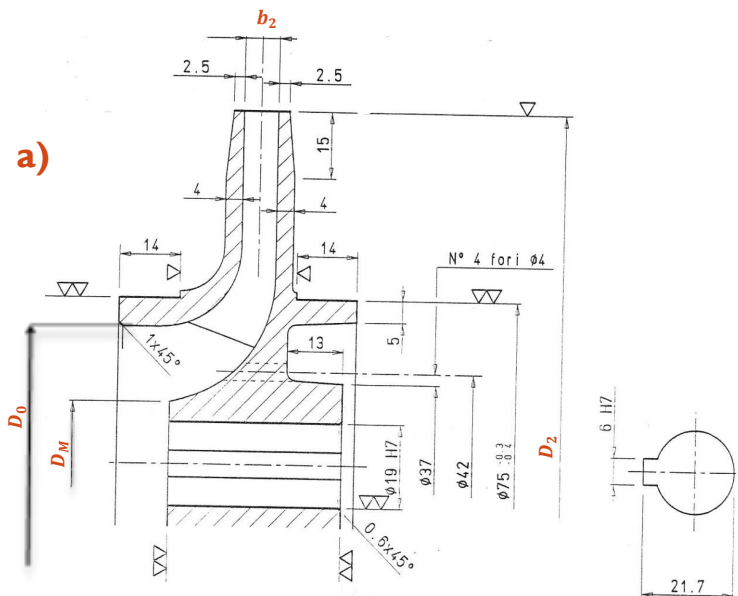


a)



-

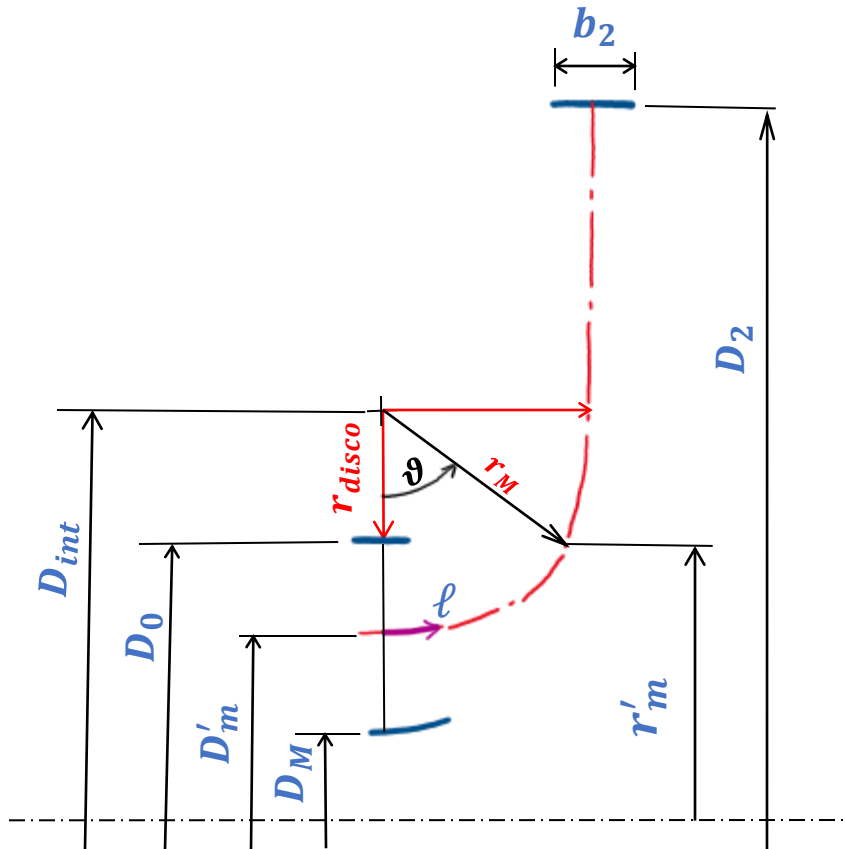
Condotto meridiano



- E' opportuno legare il raggio di curvatura r_M della linea media al raggio di curvatura del disco di ricoprimento (Fig. b) perché r_{disco} condiziona la **transizione del moto da assiale a radiale** e dunque la stabilità delle corrente meridiana
- L'esperienza suggerisce:

$$r_{disco}/D_2 = 0.05 \div 0.1$$

Condotto meridiano



$$D'_m = \frac{D_0 + D_M}{2}$$

$$\frac{r_{disco}}{D_2} \approx 0.05 \div 0.1$$

$$D_{int} = D_0 + 2 r_{disco}$$

$$r_M = \frac{D_{int} - D'_m}{2}$$

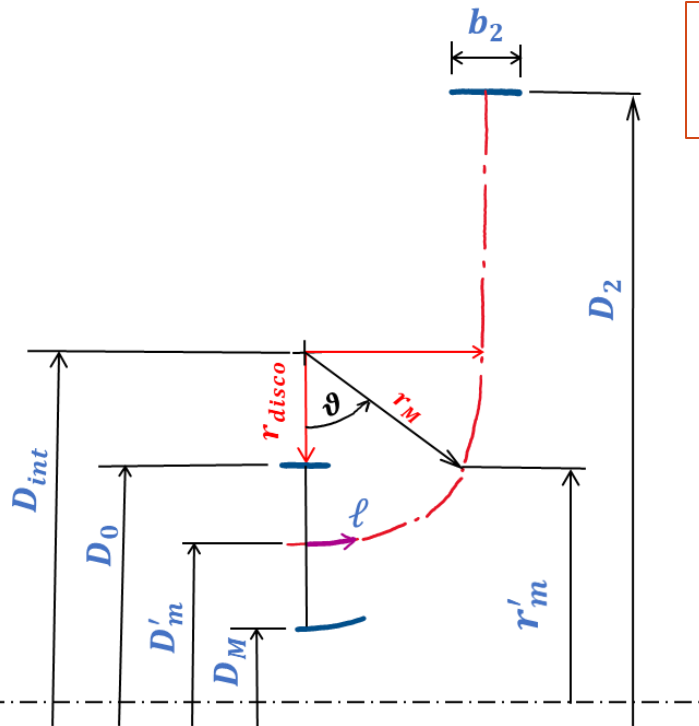
$$L_M = \frac{\pi}{2} r_M + \frac{D_2 - D_{int}}{2}$$

lunghezza complessiva
della linea media

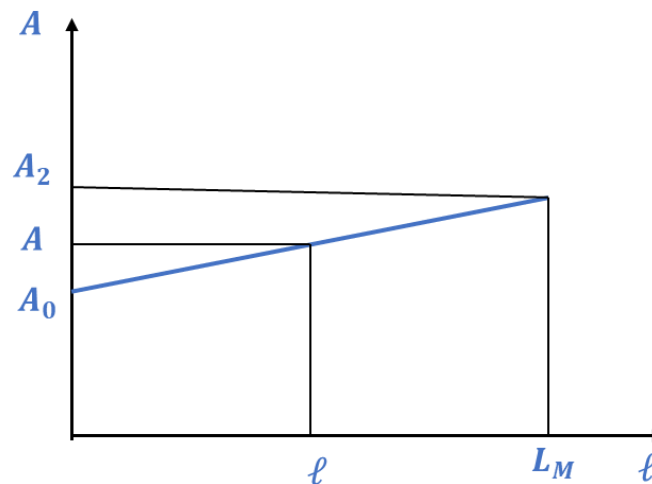
Condotto meridiano

Come definire le aree delle sezioni di flusso lungo la linea media?

- Per assicurare alla corrente meridiana un **deflusso regolare**, senza cioè improvvise accelerazioni e/o decelerazioni conseguenti ad una inappropriata **sagomatura** del condotto meridiano, conviene distribuire le **aree** delle sezioni di flusso in modo opportuno, ad esempio lineare, tra A_0 e A_2 in funzione dell'ascissa curvilinea ℓ



Si trascura il coefficiente di ostruzione



$$A_0 = \frac{\pi}{4} (D_0^2 - D_M^2)$$

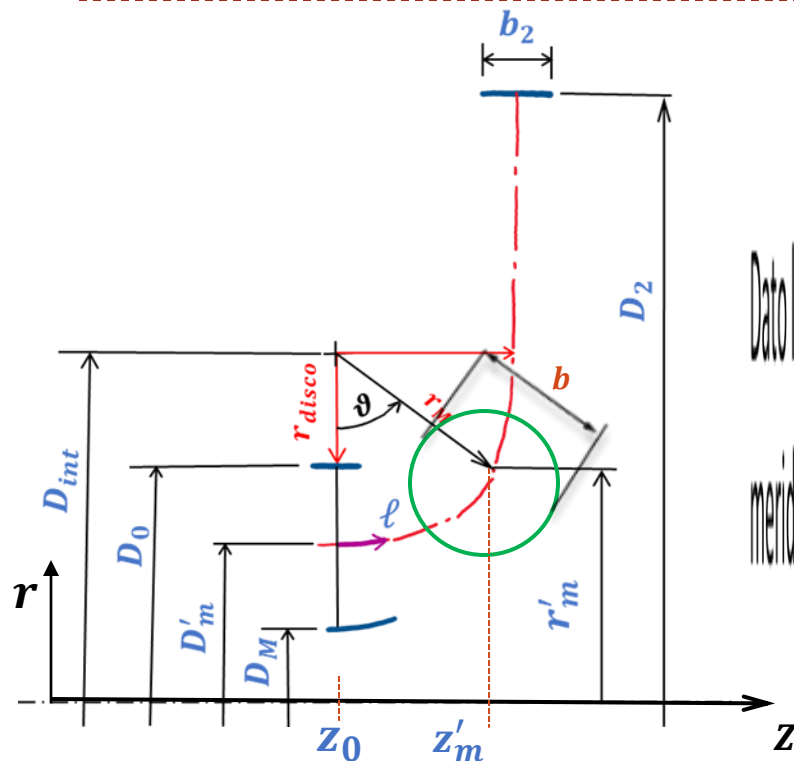
$$A_2 = \pi D_2 b_2$$

$$A = A_0 + \frac{A_2 - A_0}{L_M} \ell$$



Condotto meridiano

Come definire le aree delle sezioni di flusso lungo la linea media?



Dato l'angolo ϑ associato all'ascissa curvilinea ℓ , è possibile definire la larghezza del condotto

$$A_0 = \frac{\pi}{4} (D_0^2 - D_M^2)$$

$$A_2 = \pi D_2 b_2$$

meridiano b a partire dall'assegnata area di attraversamento A :

$$A = A_0 + \frac{A_2 - A_0}{L_M} \ell$$

Dato l'angolo ϑ associato all'ascissa curvilinea ℓ , è possibile definire la larghezza del condotto meridiano b a partire dall'assegnata area di attraversamento A :

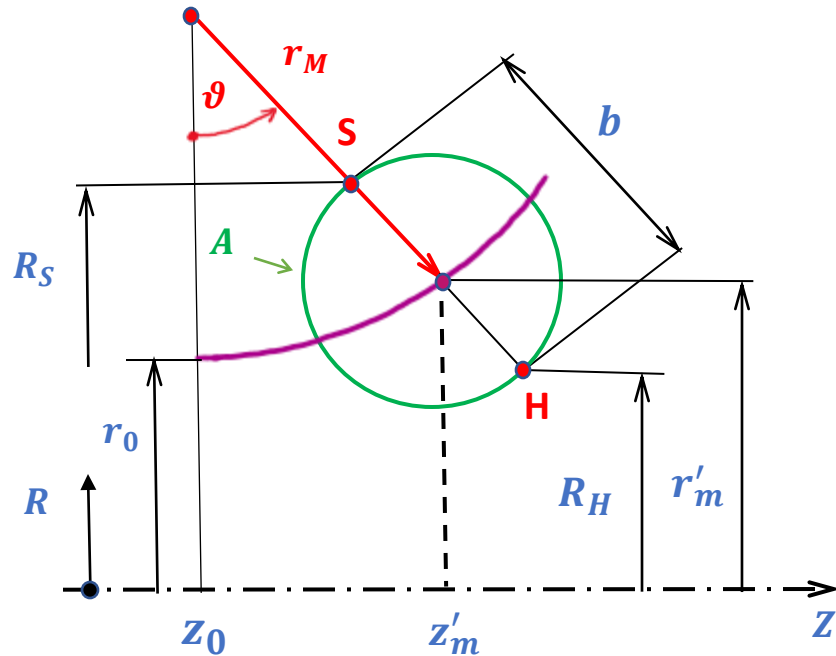
$$r'_m = \frac{D_{int}}{2} - r_M \cos \vartheta$$

$$A = 2 \pi r'_m b \rightarrow b = \frac{A}{2 \pi r'_m}$$

$$z'_m = z_0 + r_M \sin \vartheta$$



Condotto meridiano



$$R_S = r'_m + \frac{b}{2} \cos \vartheta$$

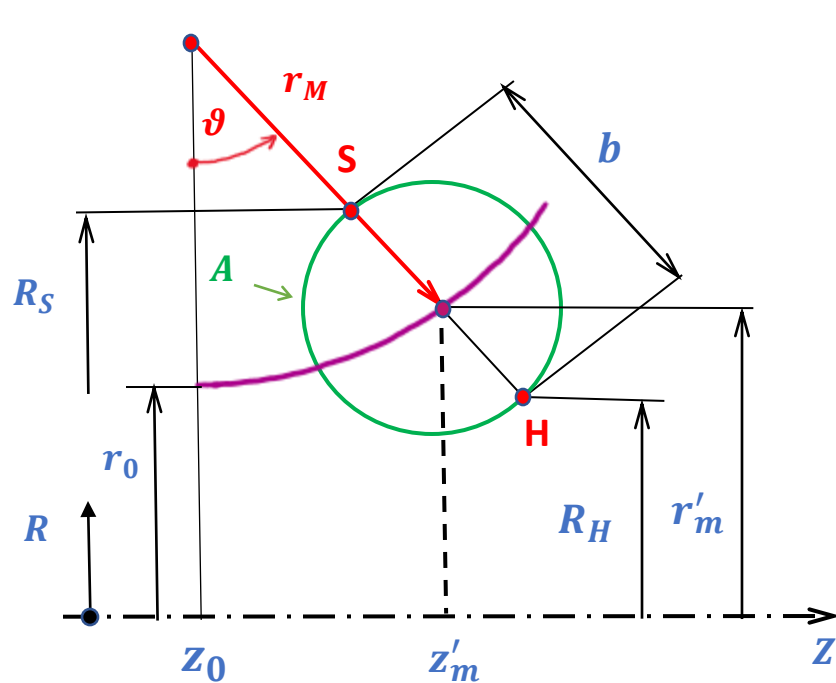
$$Z_S = z'_m - \frac{b}{2} \sin \vartheta$$

$$R_H = r'_m - \frac{b}{2} \cos \vartheta$$

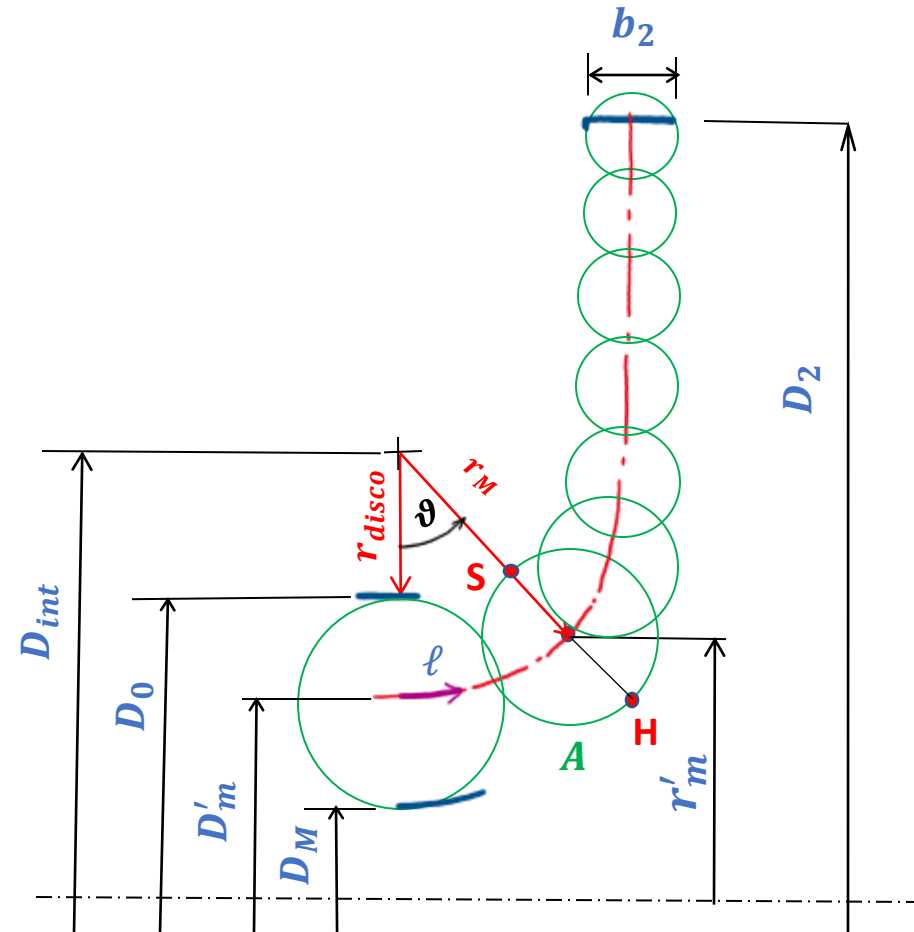
$$Z_H = z'_m + \frac{b}{2} \sin \vartheta$$

- Definita la larghezza del condotto meridiano si possono individuare graficamente o per via numerica le coordinate dei punti S e H appartenenti al mozzo e alla corona

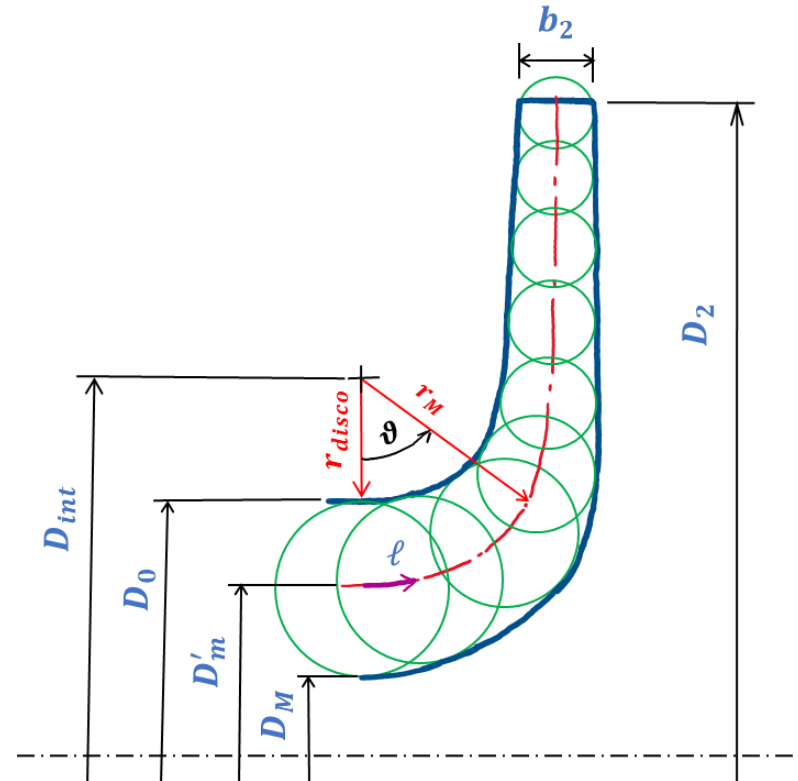
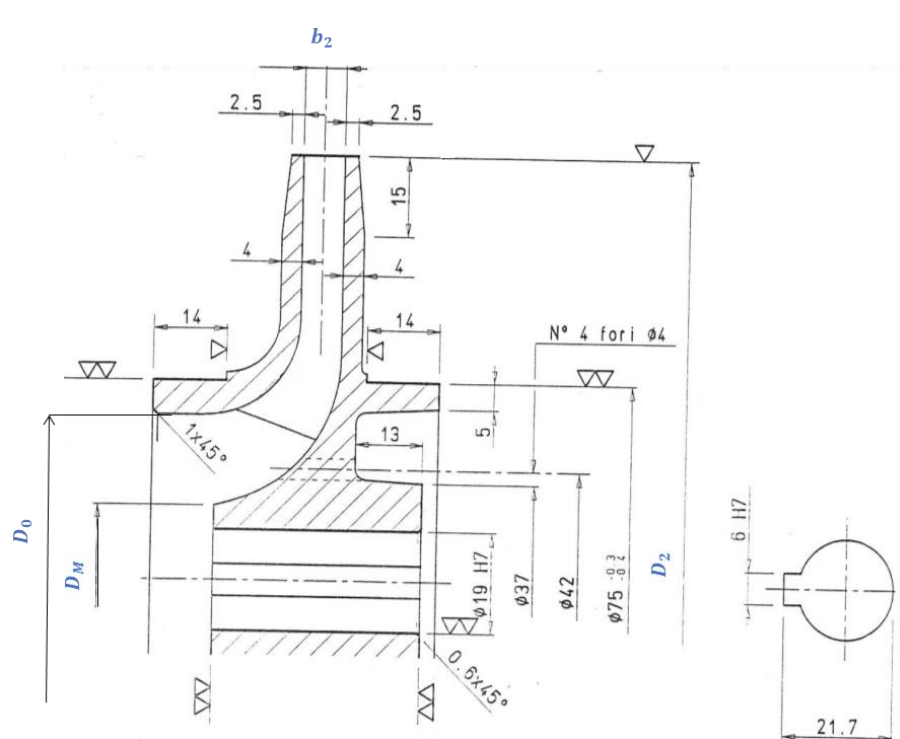
Condotto meridiano



- E' infine possibile disegnare il condotto meridiano con le **curve involuppo** dei punti **S** e **H** lungo il contorno del mozzo e della corona.



Condotto meridiano



- La scelta iniziale del raggio di curvatura r_{disco} del disco di ricoprimento condiziona sensibilmente la forma del condotto meridiano e lo sviluppo assiale della girante come mostrano le figure che seguono

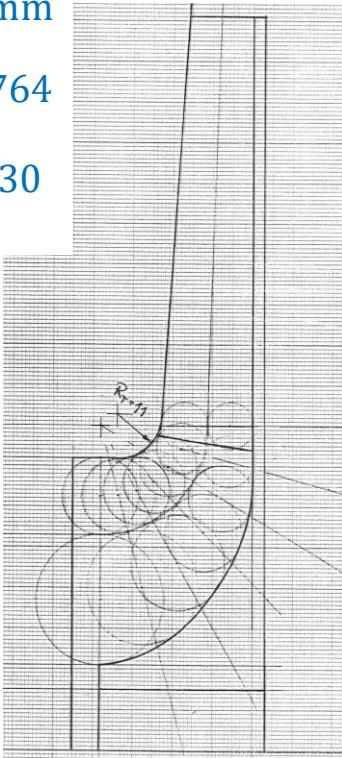
Condotto meridiano

$$\alpha = 4^\circ$$

$$r_{disco} = 11 \text{ mm}$$

$$\frac{r_{disco}}{D_0} = 0.0764$$

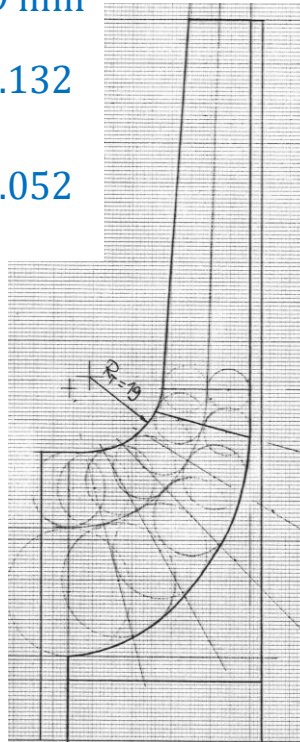
$$\frac{r_{disco}}{D_2} = 0.030$$



$$r_{disco} = 19 \text{ mm}$$

$$\frac{r_{disco}}{D_0} = 0.132$$

$$\frac{r_{disco}}{D_2} = 0.052$$



$$r_{disco} = 22 \text{ mm}$$

$$\frac{r_{disco}}{D_0} = 0.153$$

$$\frac{r_{disco}}{D_2} = 0.061$$



$$r_{disco}/D_2 = 0.05 \div 0.1$$

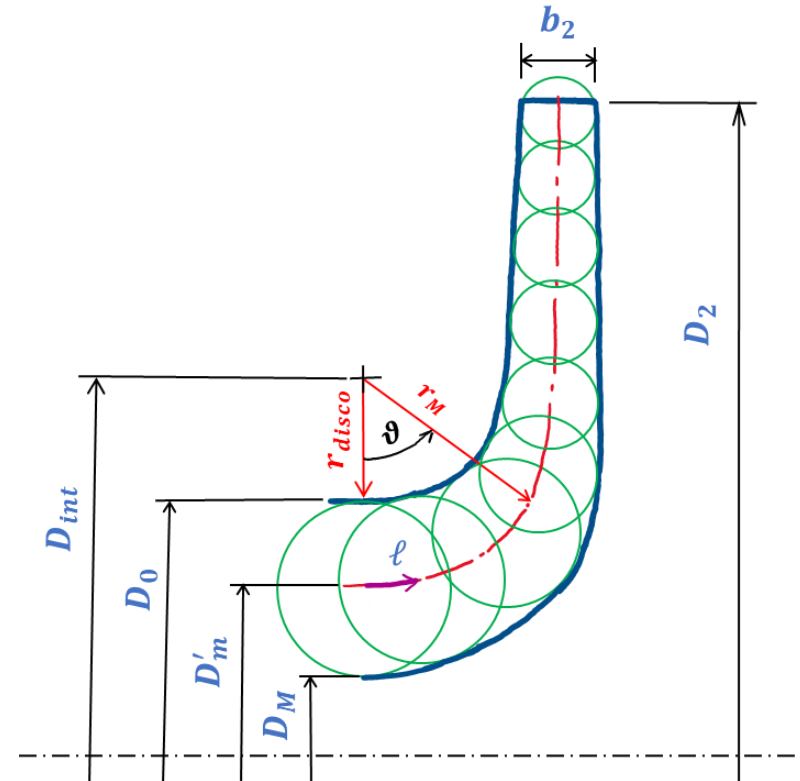
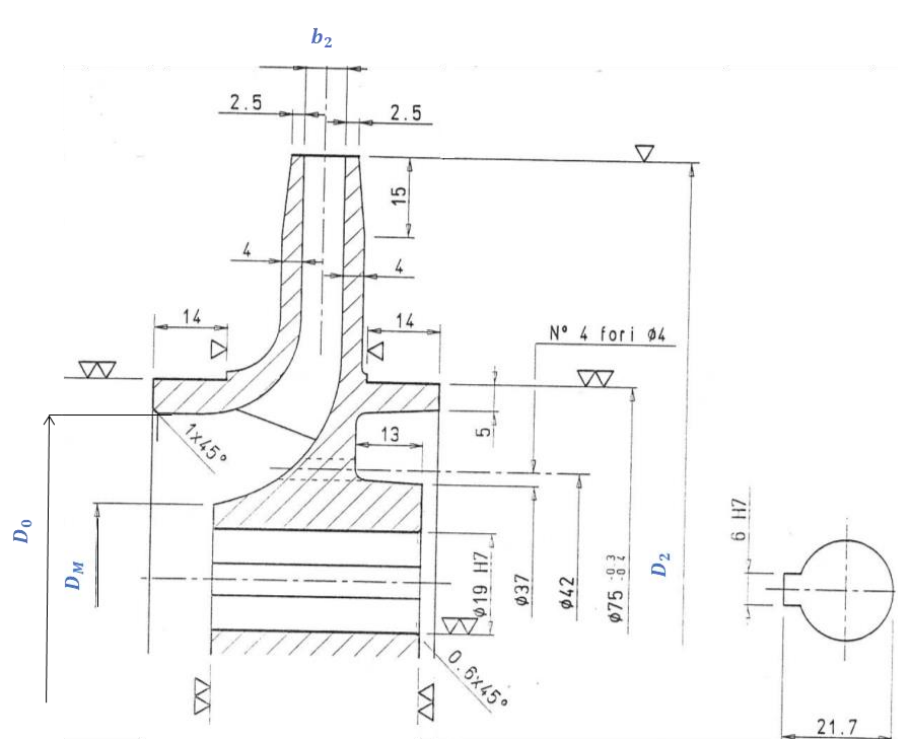
- Per le giranti con pale a semplice curvatura si suggerisce di non eccedere per il rapporto r_{disco}/D_2 valori di circa 0.06



Dimensionamento della macchina scelta: la girante

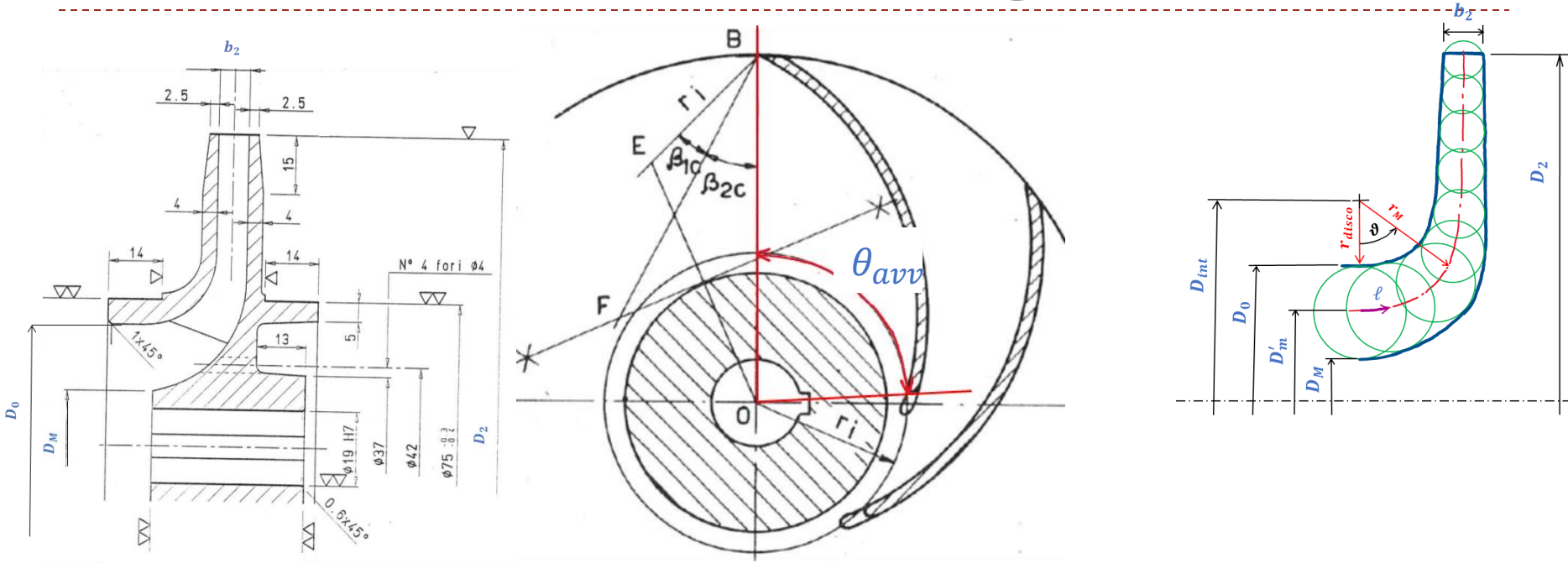
Posizionamento del bordo di ingresso

Posizionamento bordo d'ingresso



- Rimane da posizionare il bordo d'ingresso delle pale; quello del bordo d'uscita è disposto solitamente parallelo all'asse fino a numeri tipici di macchina di macchina K prossimi a $0.8 \div 1.0$

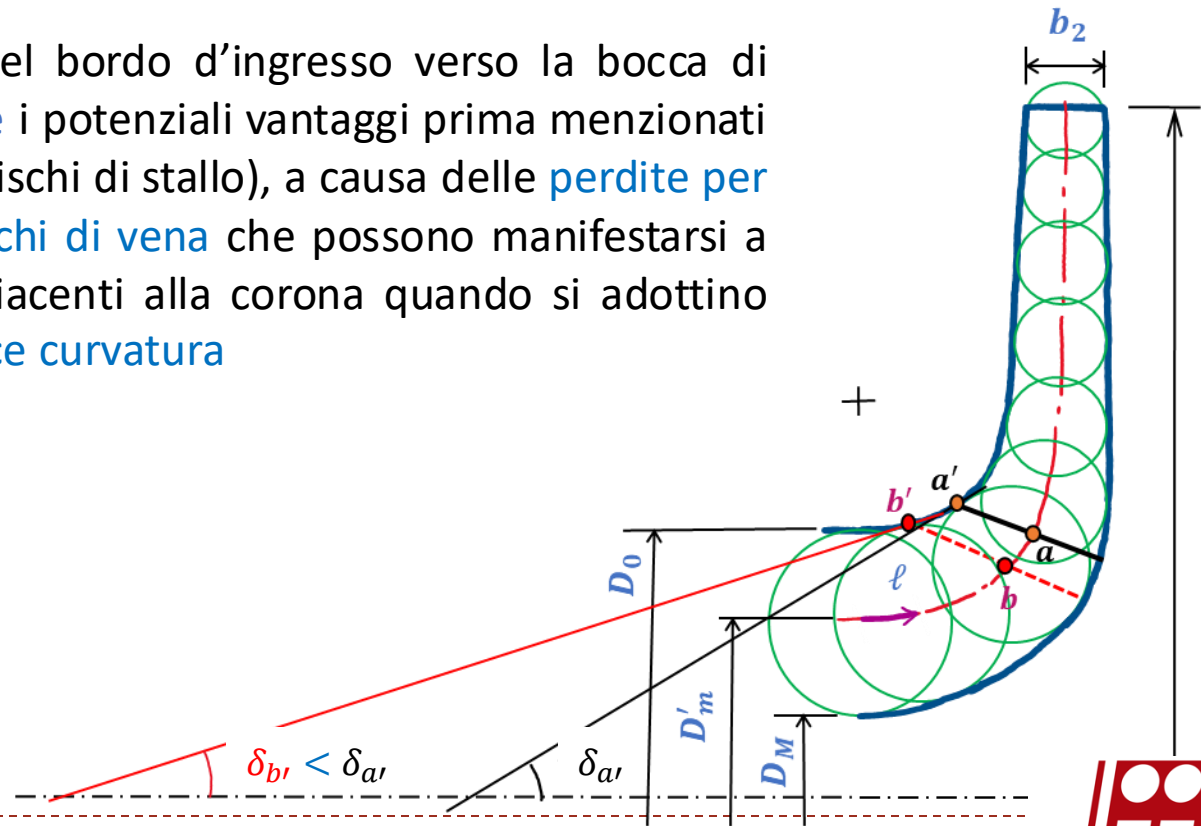
Posizionamento bordo d'ingresso



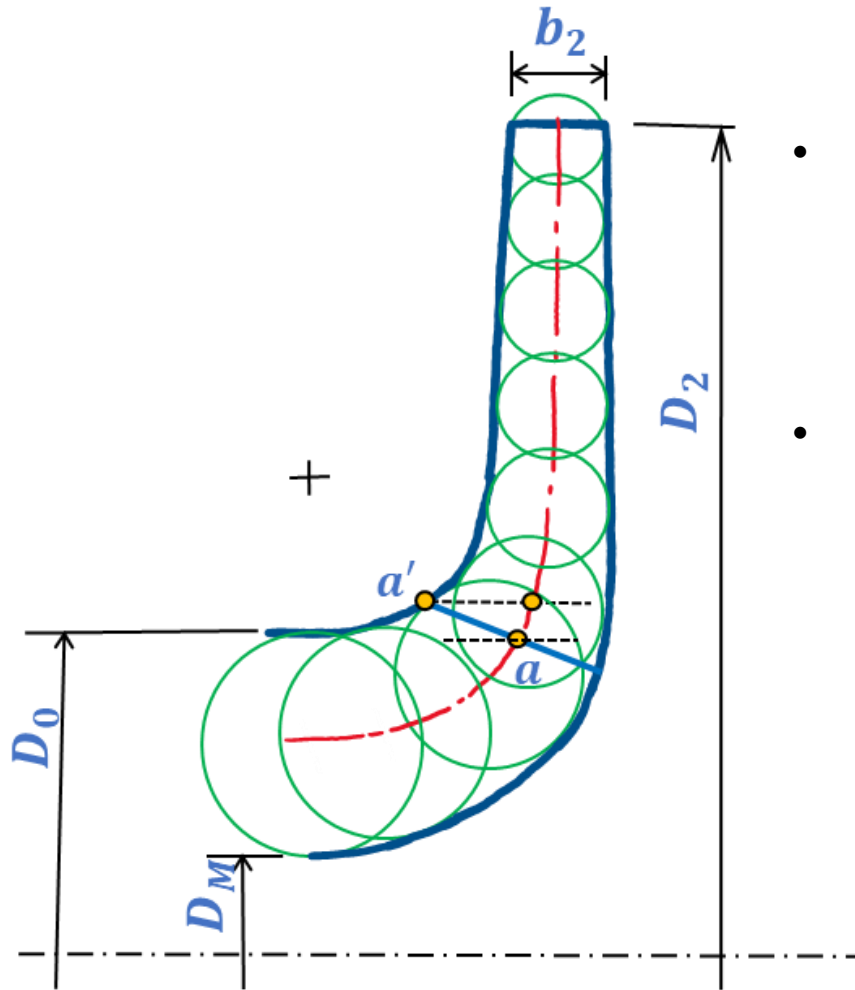
- Il posizionamento del bordo d'ingresso **condiziona** l'angolo di avvolgimento θ_{avv} delle pale nella vista circonferenziale e il valore dell' $NPSH_i$
- Un'analoga influenza su entrambi i parametri θ_{avv} e $NPSH_i$ è esercitata anche dal numero Z di pale

Posizionamento bordo d'ingresso

- **Converrebbe** arretrare il bordo d'ingresso sempre più verso la bocca di aspirazione della pompa per ridurre l' $NPSH_i$ (minori problemi di **installazione** della pompa) e per la possibilità di controllare adeguatamente l'angolo di avvolgimento θ_{avv} delle pale (minori rischi di **separazione** dello strato limite)
- Uno spostamento eccessivo del bordo d'ingresso verso la bocca di aspirazione può però **vanificare** i potenziali vantaggi prima menzionati (riduzione dell' $NPSH$ e minori rischi di stallo), a causa delle **perdite per incidenza** e dei possibili **distacchi di vena** che possono manifestarsi a ridosso delle sezioni palari adiacenti alla corona quando si adottino per le pale **geometrie a semplice curvatura**

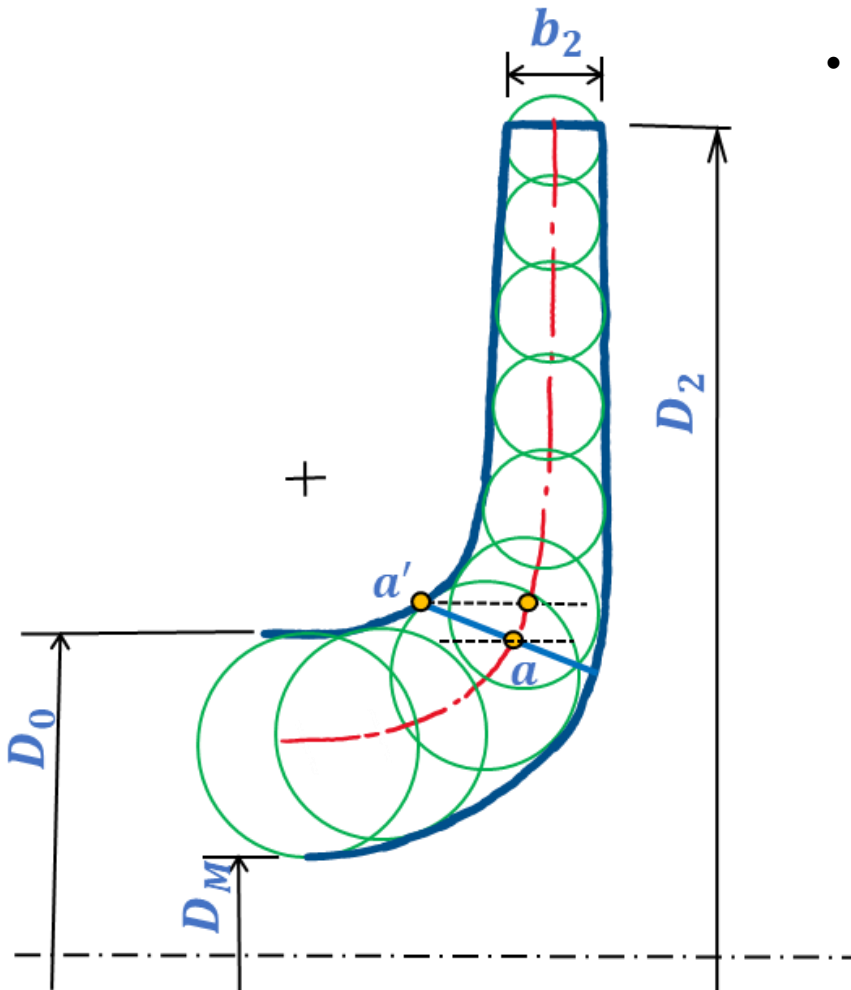


Posizionamento bordo d'ingresso



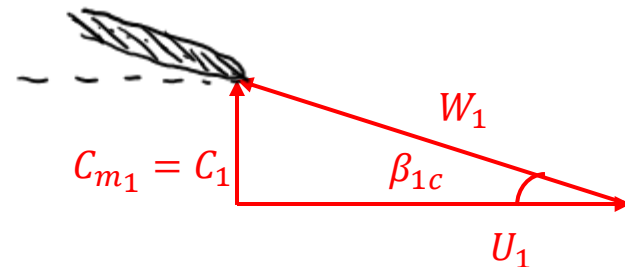
- La soluzione con pale a **semplice curvatura** si limita infatti a dimensionare appropriatamente sotto l'aspetto fluidodinamico solo la **sezione media** della palettatura
- L'impiego di questa semplice ed economica soluzione obbliga perciò ad **assicurarsi** che le sezioni più **esterne** della palettatura, e in particolare quella a ridosso del disco di ricoprimento, non operino in condizioni troppo lontane da quelle ottimali

Posizionamento bordo d'ingresso

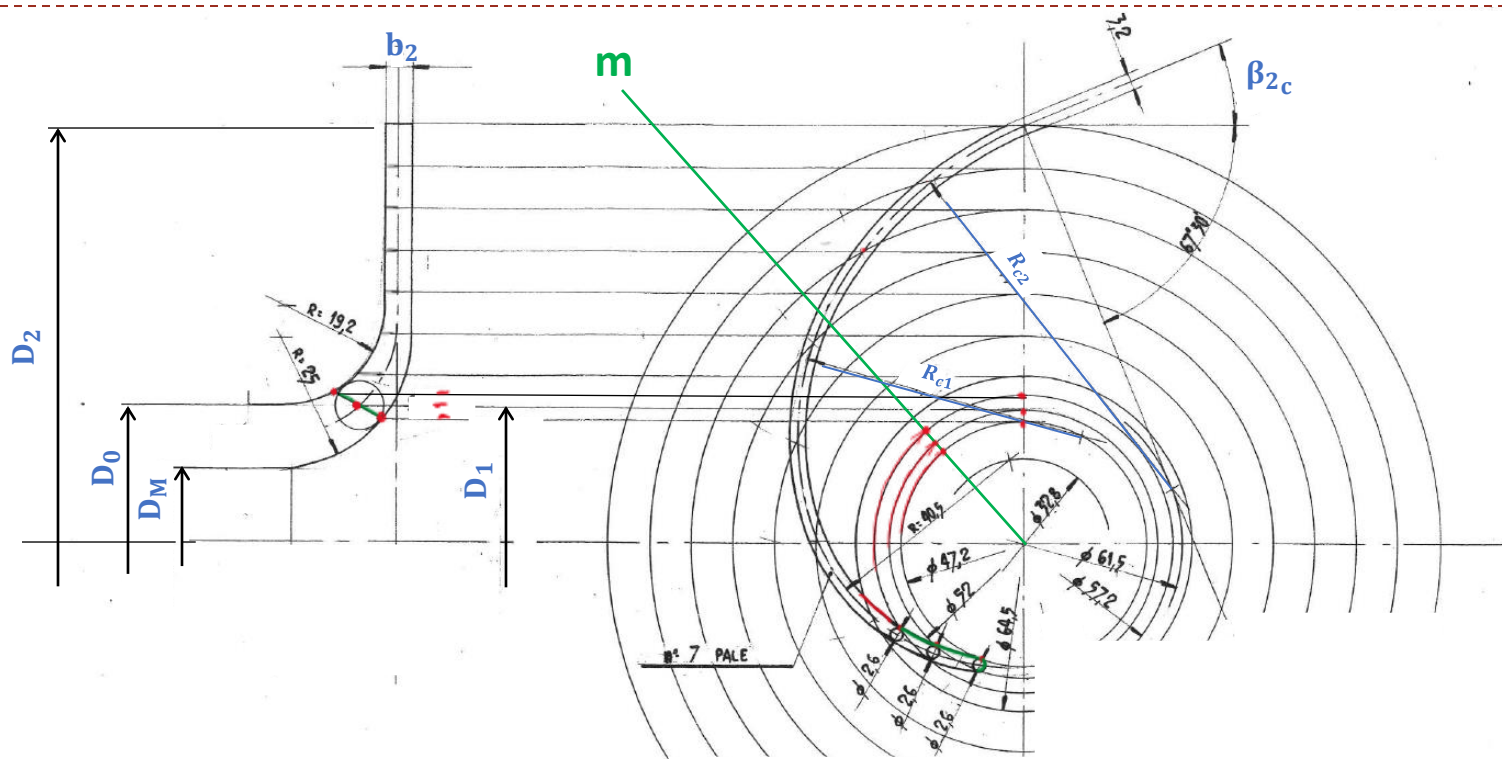


- Il dimensionamento della pala parte dalla definizione del triangolo di velocità stimato sul bordo di ingresso in corrispondenza della sezione interessata e si basa sull'assegnazione dell'angolo della palettatura in funzione dell'angolo di flusso atteso (**incidenza nulla**):

$$\beta_{1c} = \beta_1$$



Posizionamento bordo d'ingresso

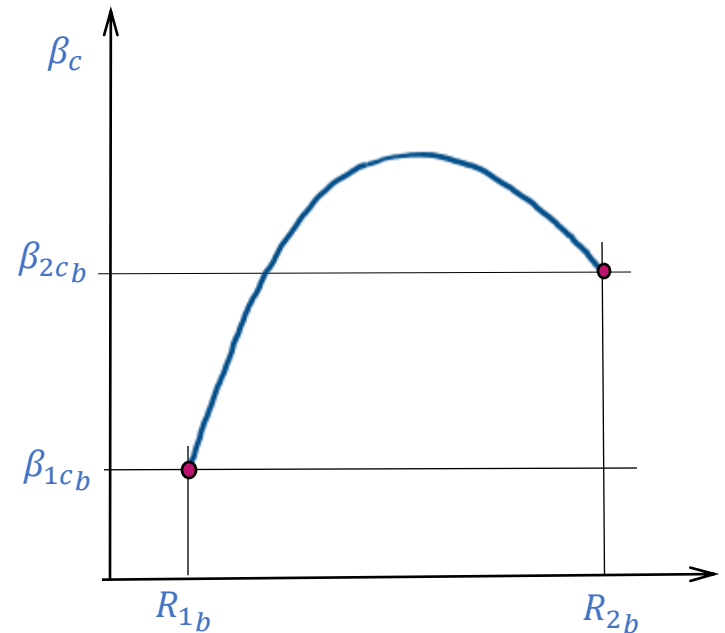


- Se si adotta una soluzione con pala a **semplice curvatura**, le sezioni circolari delle **superfici palari** (mozzo e corona) sono **sovrapposte** a quella media e presentano quindi la **stessa profilatura** e quindi lo stesso andamento dell'angolo costruttivo della pala lungo il suo sviluppo radiale

Che angolo incontrerà quindi il flusso all'ingresso in corrispondenza di mozzo e corona?

Posizionamento bordo d'ingresso

- Per valutare tale angolo è necessario definire il profilo della pala sulla sezione media.
- Un criterio è quello di progettare il **profilo ad arco di cerchio**: l'**andamento qualitativo** dell'angolo costruttivo β_c della pala in funzione del raggio è riportato in figura
- L'andamento è vincolato dai valori degli angoli costruttivi fissati all'ingresso e all'uscita della macchina
- L'angolo costruttivo β_{1c} è stabilito in funzione del triangolo delle velocità all'ingresso, mentre l'angolo costruttivo β_{2c} è imposto dallo scambio energetico richiesto



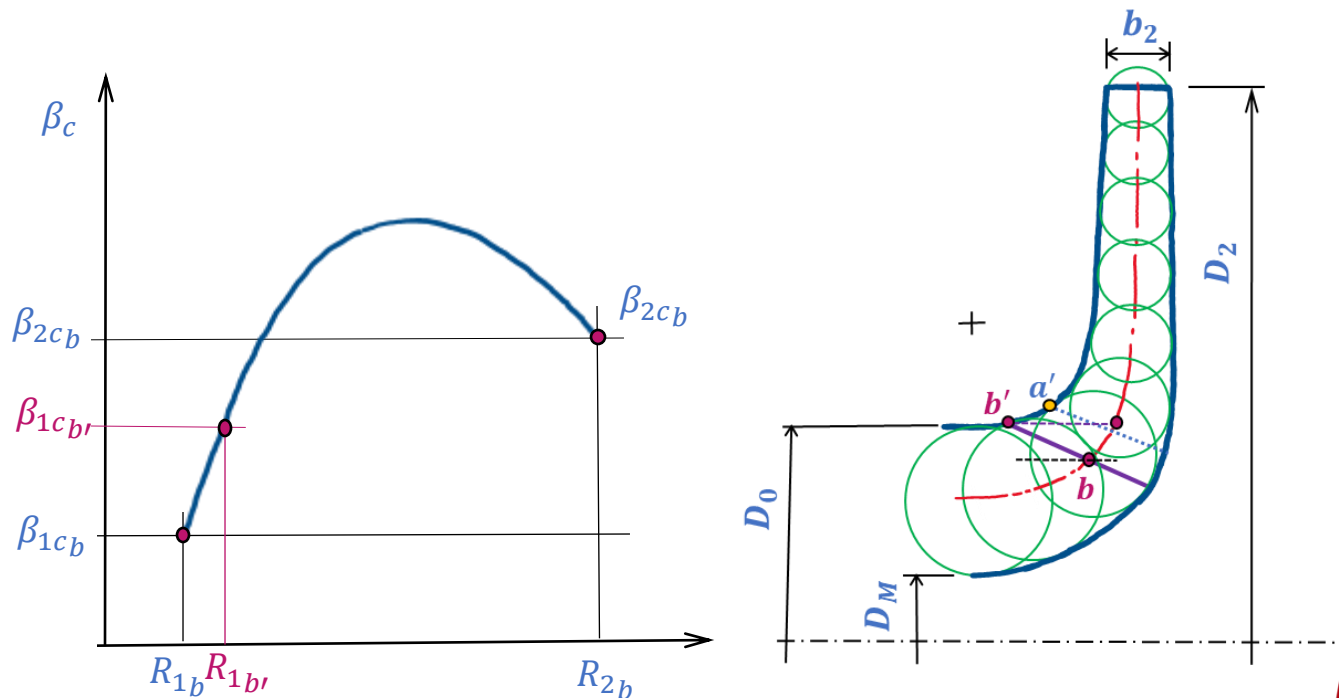
Posizionamento bordo d'ingresso

- Tale andamento viene imposto alle sezioni su **mozzo** e **corona**.
- L'angolo costruttivo $\beta_{1cb'}$ all'ingresso della pala sulla corona è associato ad un raggio diverso $R_{1b'}$ ed è quindi diverso dall'angolo costruttivo sulla linea media β_{1cb}
- Si può dimostrare che, quando la differenza tra i raggi R_{1b} e $R_{1b'}$ è notevole, nel caso della semplice curvatura si va incontro a perdite di incidenza

Aumentano le
perdite per
incidenza



Peggiora $NPSH$ e
rendimento



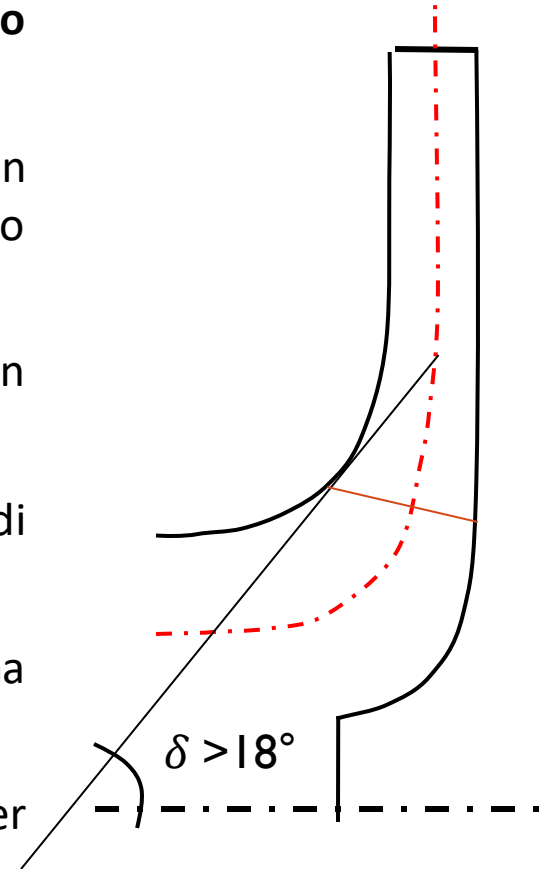
Posizionamento bordo d'ingresso



- Le condizioni di flusso lungo il bordo d'ingresso possono essere ottimizzate solo se si **abbandona** la soluzione con pale a **semplice curvatura**, sagomando cioè in modo appropriato le sezioni palari lato mozzo, linea media e corona
- Ciascuna sezione palare avrà una curvatura diversa dalle altre, e la pala assumerà una geometria a **doppia curvatura**

Posizione bordo di ingresso: considerazioni

- Dovrebbe essere nel tratto in cui la corrente sta **accelerando** per non rischiare distacchi di vena
- Dovrebbe comportare piccoli valori dell'angolo δ in corrispondenza della corona per non avere un peggioramento del comportamento a **cavitazione** e del rendimento
- Dovrebbe essere **ortogonale** alle linee di flusso per non disturbarlo eccessivamente
- Sarebbe meglio se fosse rettilineo per evitare l'insorgere di **angoli di sforno**
- Non dovrebbe essere troppo inclinato per mantenere una progettazione a **semplice curvatura**
- Dovrebbe consentire tubi di flusso di uguale lunghezza per **distribuzione uniforme** del carico

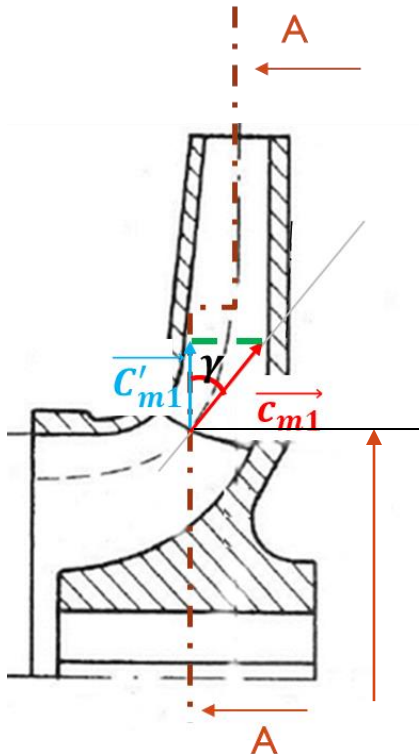


Nella semplice curvatura, si suggerisce di non scendere sotto un valore dell'angolo δ in corrispondenza della corona inferiore a 18°

Dimensionamento della macchina scelta: la girante

Angolo costruttivo del bordo di ingresso e numero e spessore
delle pale

Angolo costruttivo del bordo d'ingresso



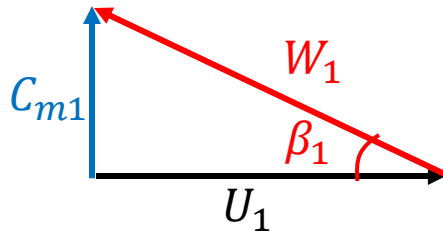
- **Posizionato** il bordo d'ingresso, si determinano immediatamente per via grafica le seguenti grandezze:

- R_1
- B_1
- γ (che servirà per la rappresentazione grafica della sezione nel piano circonferenziale)

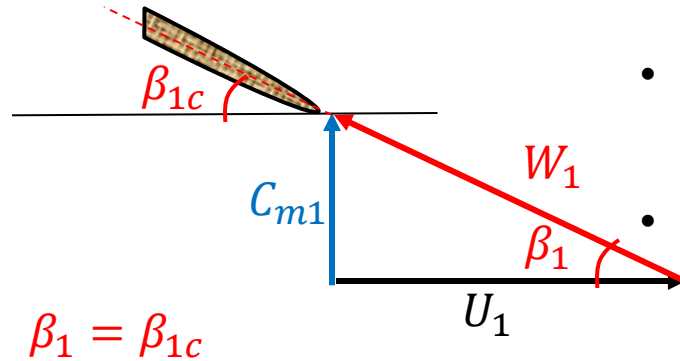
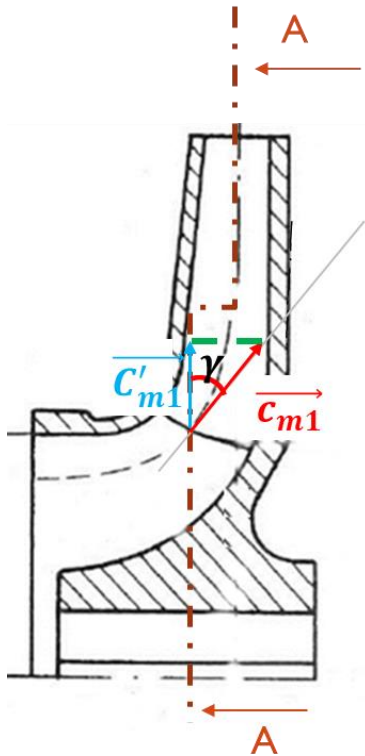
- Note queste grandezze si passa a determinare il triangolo delle velocità dell'ingresso della palettatura

- La velocità periferica U_1 è immediatamente determinabile:

$$U_1 = \omega R_1$$



Angolo costruttivo del bordo d'ingresso



$$C_{m1} = \frac{Q_v}{\pi D_1 B_1 \xi_1 \eta_v}$$

$$\xi_1 = 1 - \frac{Z S_n}{\pi D_1 \sin \beta_{1c}}$$

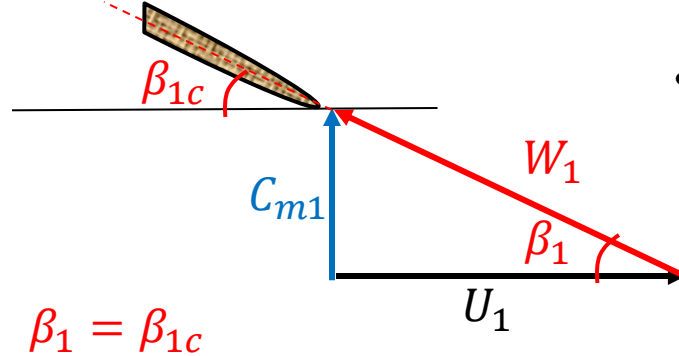
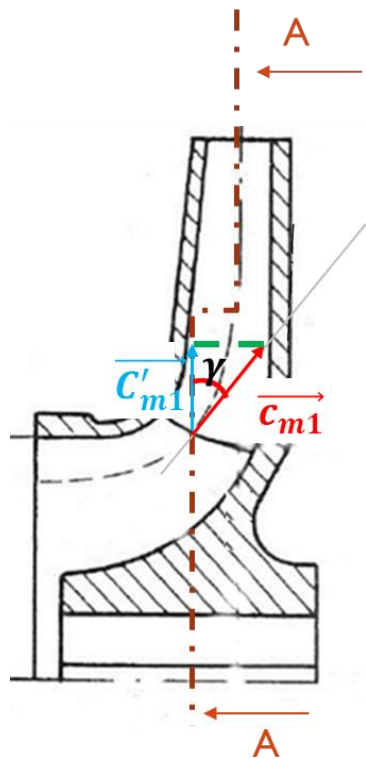
- Per determinare C_{m1} si impongono perdite d'incidenza nulle
- Questa condizione equivalente ad imporre:

$$\beta_1 = \beta_{1c}$$

- Per trovare C_{m1} , occorre però anche stabilire il numero di pale Z e lo spessore normale S_n delle medesime, così da poter considerare l'ostruzione palare

- La scelta del numero Z di pale svolge un ruolo essenziale per la **stabilità della corrente** interpalare, assieme all'angolo di avvolgimento ϑ_{avv} , che però dipende anche dal profilo geometrico delle stesse pale

Numero di pale e spessore della pala



$$\beta_1 = \beta_{1c}$$

$$C_{m1} = \frac{Q_v}{\pi D_1 B_1 \xi_1 \eta_v}$$

$$\xi_1 = 1 - \frac{Z S_n}{\pi D_1 \sin \beta_{1c}}$$

- Nelle pompe commerciali il numero Z di pale varia solitamente:

$$Z = 6 \div 8$$

- Lo spessore s delle pale può essere in prima approssimazione correlato al diametro esterno D_2 della girante con una relazione empirica del tipo:

$$S_{n, mm} \approx 0.018 D_{2, mm}$$

dove S_n e D_2 devono intendersi in mm

- Per le **giranti in ghisa**, soluzione molto frequente nelle pompe di impiego più comune, si consiglia di adottare spessori S_n non inferiori a **3 mm** per ragioni legate al processo di fusione

Si pone però un problema di calcolo!



Angolo costruttivo all'ingresso

$$\tan \beta_{1c} = \frac{C_{m1}}{U_1} = \frac{Q_v}{\eta_v \pi D_1 B_1 \xi_1 U_1}$$

- La procedura di calcolo è **iterativa** dal momento che anche il coefficiente di ostruzione ξ_1 dipende da β_{1c} :

$$\xi_1 = 1 - \frac{Z S_n}{\pi D_1 \sin \beta_{1c}}$$

$$\xi_{1i} = 1 \rightarrow \tan \beta_{1c,i} = \frac{Q_v}{\eta_v \pi D_1 B_1 \xi_{1i} U_1} \rightarrow \beta_{1c,i} \rightarrow \xi_{1,i+1} = 1 - \frac{Z S_n}{\pi D_1 \sin \beta_{1c,i}} \rightarrow \tan \beta_{1c,i+1}$$

$$\beta_{1c,i+1}$$

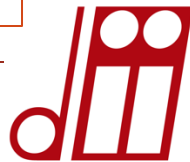
Si può ripetere la procedura con diversi numeri di pale:

$$Z = 6 \div 8$$

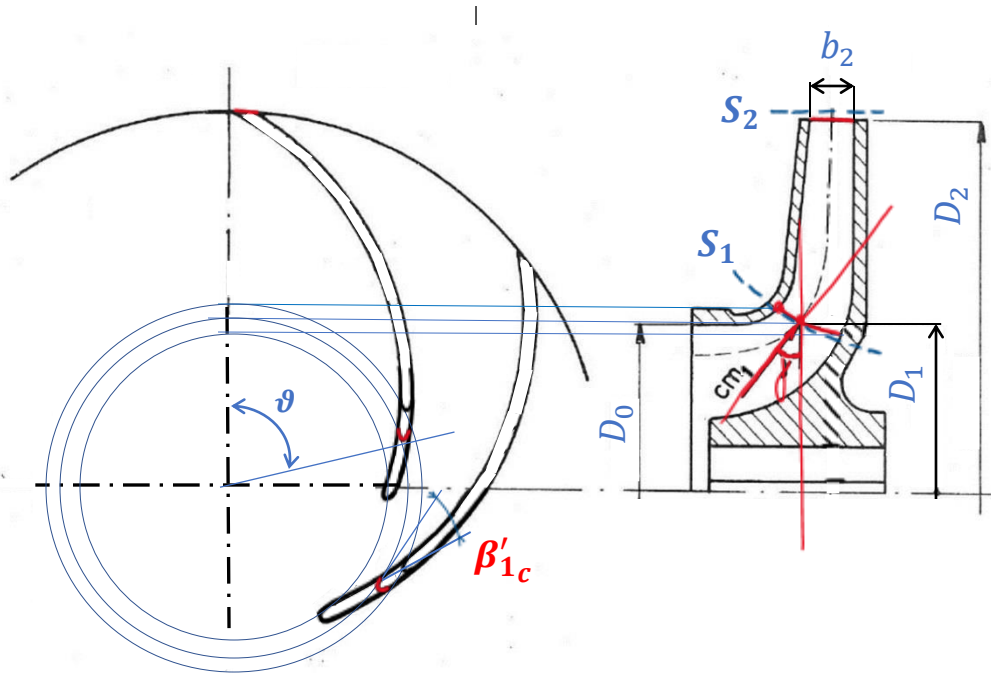
$$\beta_{1c,i} = \beta_{1c,i+1} \leftarrow \text{NO} \quad \left| \beta_{1c,i+1} - \beta_{1c,i} \right| < 0.01$$

SI' ↓

$$\beta_{1c}$$



Angolo costruttivo all'ingresso



Nella rappresentazione GRAFICA della pala sul piano circonferenziale si ricorda la necessità di considerare la proiezione dell'angolo costruttivo sul piano circonferenziale:

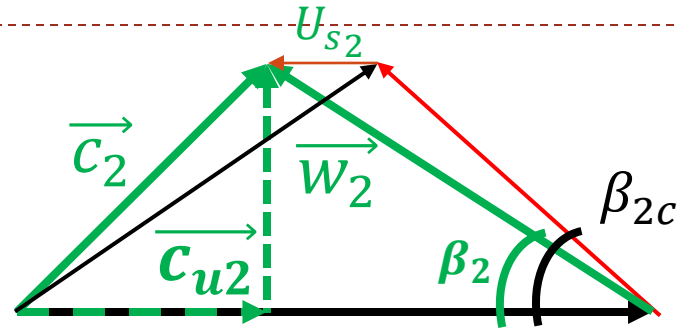
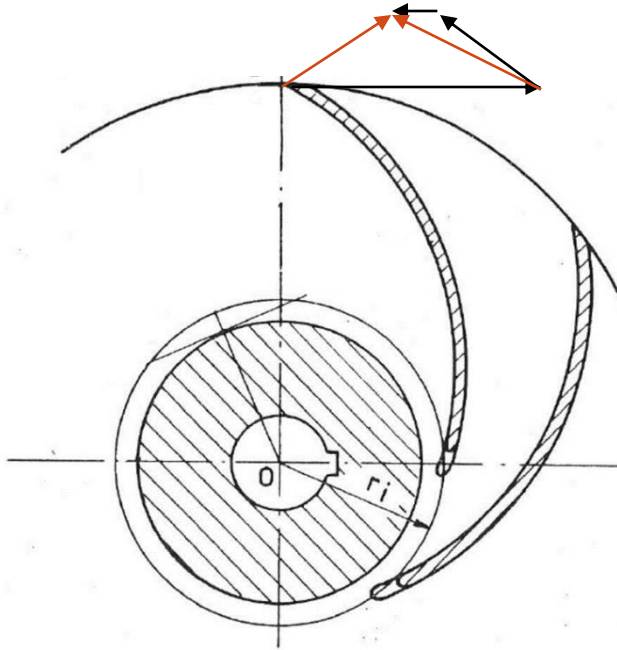
$$\tan \beta'_{1c} = \tan \beta_{1c} \cos \gamma$$

dove β_{1c} è l'angolo costruttivo sulla superficie di corrente, β'_{1c} l'angolo corrispondente su un piano ortogonale all'asse

Dimensionamento della macchina scelta: la girante

Angolo costruttivo all'uscita

Angolo costruttivo all'uscita



- L'angolo costruttivo β_{2c} del bordo d'uscita delle pale è legato al lavoro gh_t eseguito dalla girante sull'unità di massa di fluido

$$gh_t = U_2 C_{u2} = U_2 \left(U_2 - C_{m2} \cot \beta_{2c} - U_2 \frac{U_{s2}}{U_2} \right)$$

- Riscritta in forma adimensionale, diventa:

$$\psi_t = \frac{gh_t}{U_2^2} = 1 - \frac{C_{m2}}{U_2} \cot \beta_{2c} - \frac{U_{s2}}{U_2} = 1 - \frac{Q_v}{\eta_v \pi D_2 b_2 \xi_2} \frac{1}{U_2} \cot \beta_{2c} - \frac{U_{s2}}{U_2}$$

$$\longrightarrow \psi_t = \frac{\psi}{\eta_{id}} = 1 - \frac{\varphi}{\eta_v \xi_2} \cot \beta_{2c} - \frac{U_{s2}}{U_2}$$

Angolo costruttivo all'uscita

$$\psi_t = \frac{\psi}{\eta_{id}} = 1 - \frac{\varphi}{\eta_v \xi_2} \cot \beta_{2c} - \frac{U_{s2}}{U_2}$$

$$\xi_2 = 1 - \frac{Z S_n}{\pi D_2 \sin \beta_{2c}}$$

- In questa fase del processo di progettazione sono noti i valori di:

- φ , ψ e η_{id} , stimati in base all'esperienza in funzione del numero tipico di macchina K ,
- il numero di pale Z
- D_2, U_2, ω

$$\frac{U_{s2}}{U_2} = f\left(\frac{\beta_{2c}}{Z}\right)$$

- Anche in questo caso la procedura è iterativa dipendendo dall'angolo β_{2c} non solo il coefficiente di ostruzione ξ_2 ma anche lo scorrimento U_{s2}/U_2

Angolo costruttivo all'uscita

$$\xi_{2,i} = 1, \frac{U_{s2,i}}{U_2} = 0$$

$$\psi_t = \frac{\psi}{\eta_{id}}$$

$$\beta_{2c,i} = \text{atan} \left[\frac{\varphi}{\eta_v \xi_{2,i} \left(1 - \frac{U_{s2,i}}{U_2} - \psi_t \right)} \right]$$

$$[\psi_t = 1 - \frac{\varphi}{\eta_v \xi_{2,i}} \cot \beta_{2c,i} - \frac{U_{s2,i}}{U_2}]$$

$$\frac{U_{s2,i+1}}{U_2} = f \left(\frac{\beta_{2c,i}}{Z} \right)$$

$$\xi_{2,i+1} = 1 - \frac{Z S_n}{\pi D_2 \sin \beta_{2c,i}}$$

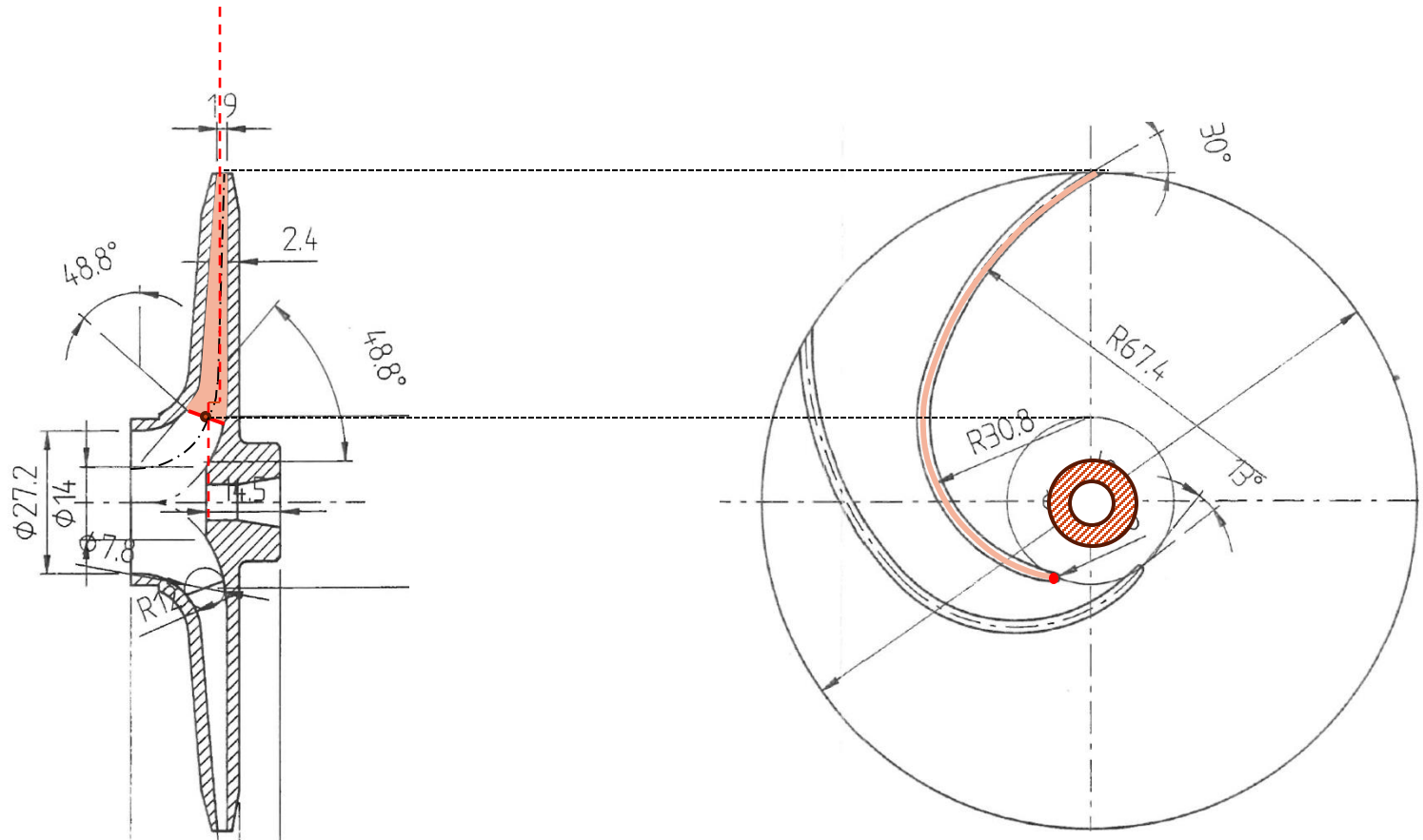
$$\beta_{2c,i+1} = \text{atan} \left[\frac{\varphi}{\eta_v \xi_{2,i+1} \left(1 - \frac{U_{s2,i+1}}{U_2} - \psi_t \right)} \right]$$

$$\beta_{2c,i} = \beta_{2c,i+1} \quad \text{NO} \quad | \beta_{2c,i+1} - \beta_{2c,i} | < 0.01 \quad ? \quad \text{SI'} \quad \boxed{\beta_{2c}}$$

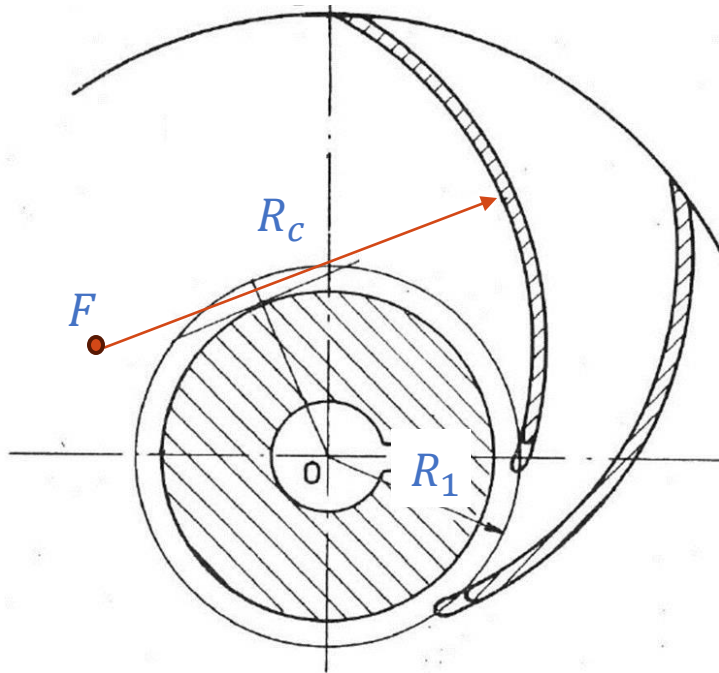
Dimensionamento della macchina scelta: la girante

Disegno della pala nella vista circonferenziale

Disegno della pala sulla vista circonferenziale



Disegno della pala sulla vista circonferenziale



- Per le pale a semplice curvatura è largamente impiegata in ambito industriale la soluzione a **uno o più archi di cerchio**
- Calcolati gli angoli β'_{1c} e β_{2c} della palettatura in corrispondenza dei raggi R_1 e R_2 , il raggio di curvatura R_c può essere calcolato con la relazione seguente:

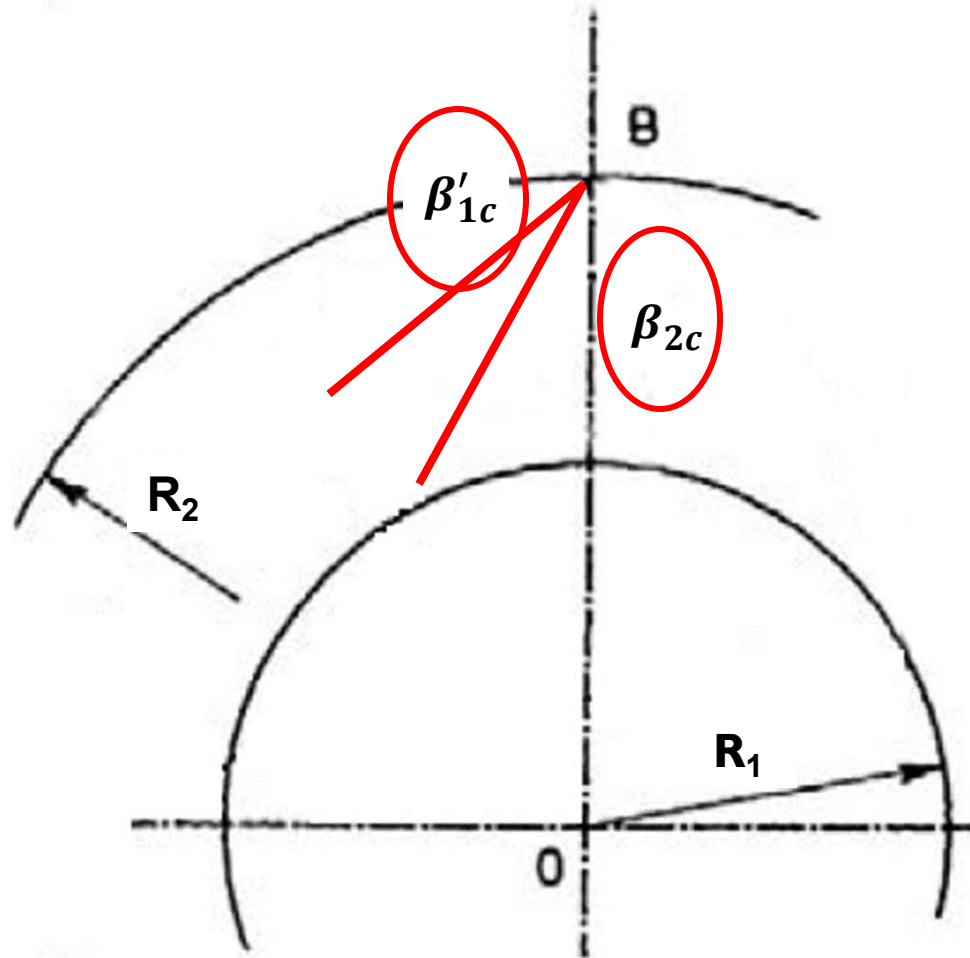
$$R_c = \frac{R_1 \left(\frac{R_2^2}{R_1^2} - 1 \right)}{2 \left(\frac{R_2}{R_1} \cos \beta_{2c} - \cos \beta'_{1c} \right)}$$

... mentre le coordinate del centro di curvatura F sono le seguenti:

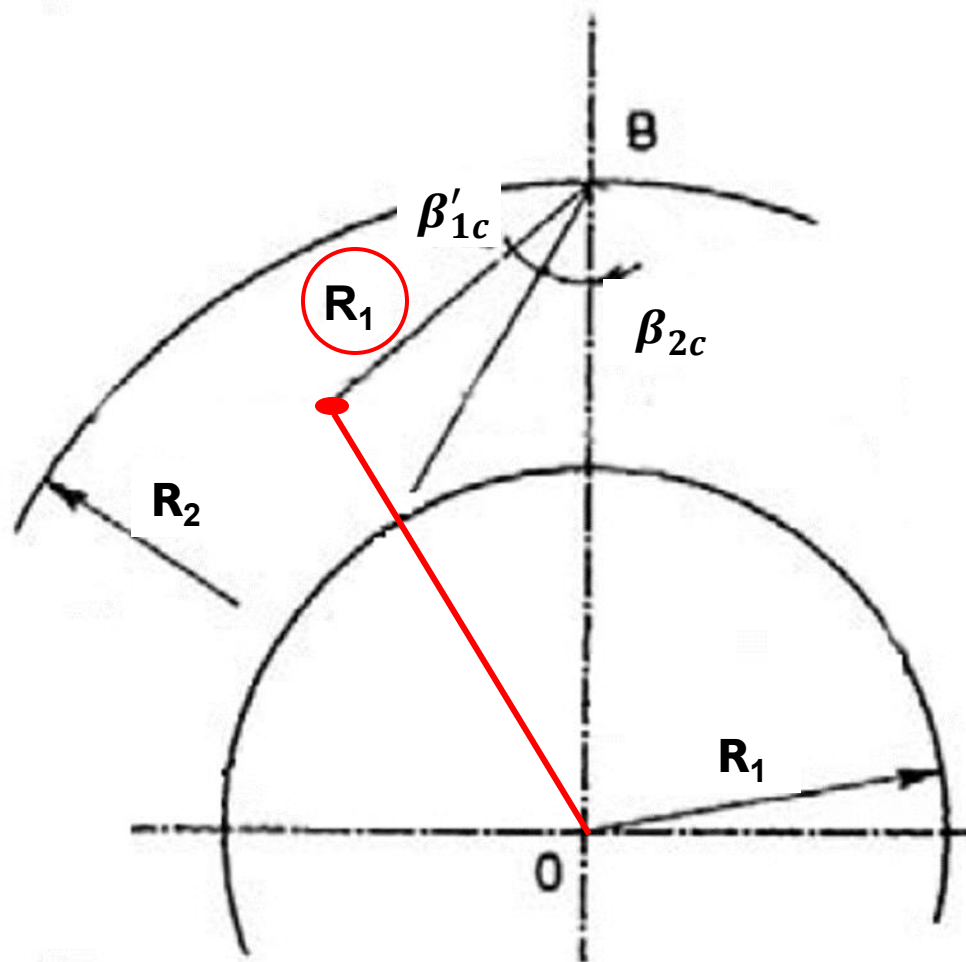
$$x_F = -R_c \sin \beta_{2c} \quad y_F = R_2 - R_c \cos \beta_{2c}$$

Il profilo ad arco di cerchio può essere anche ottenuto tramite **costruzione grafica**

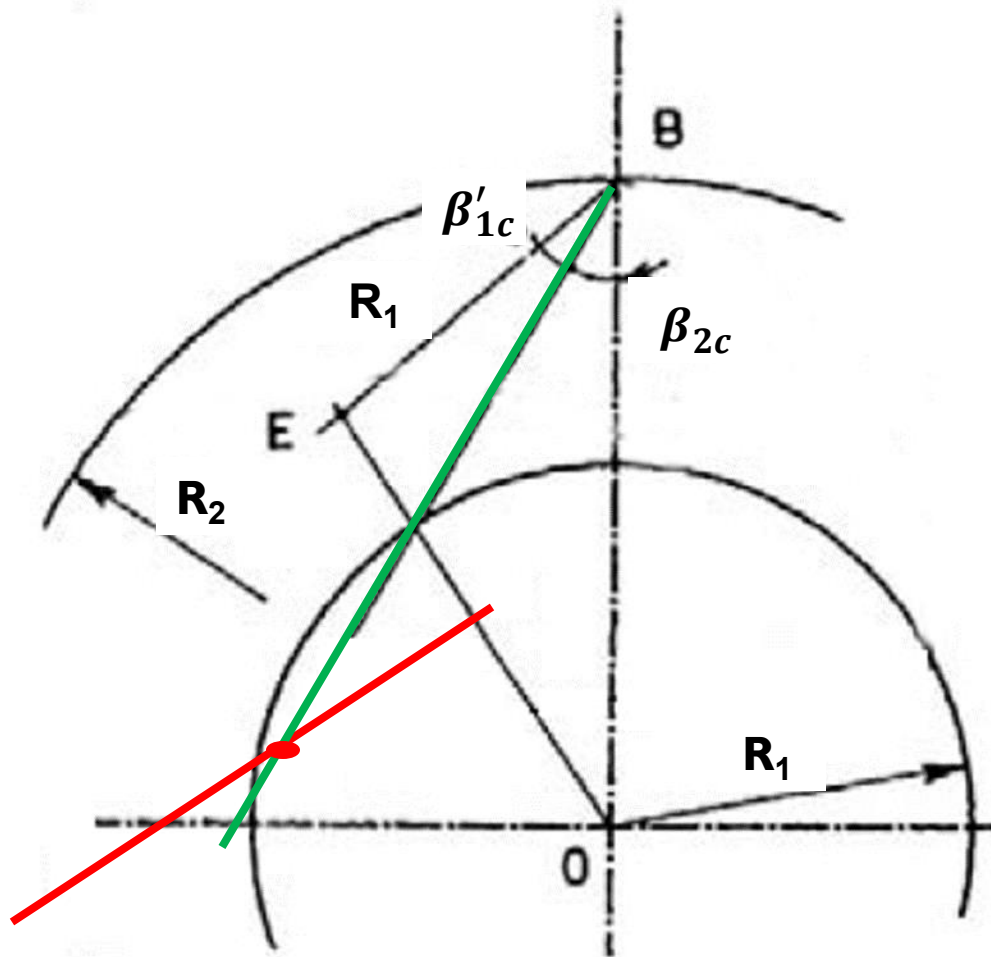
Costruzione grafica della pala ad arco di cerchio (1)



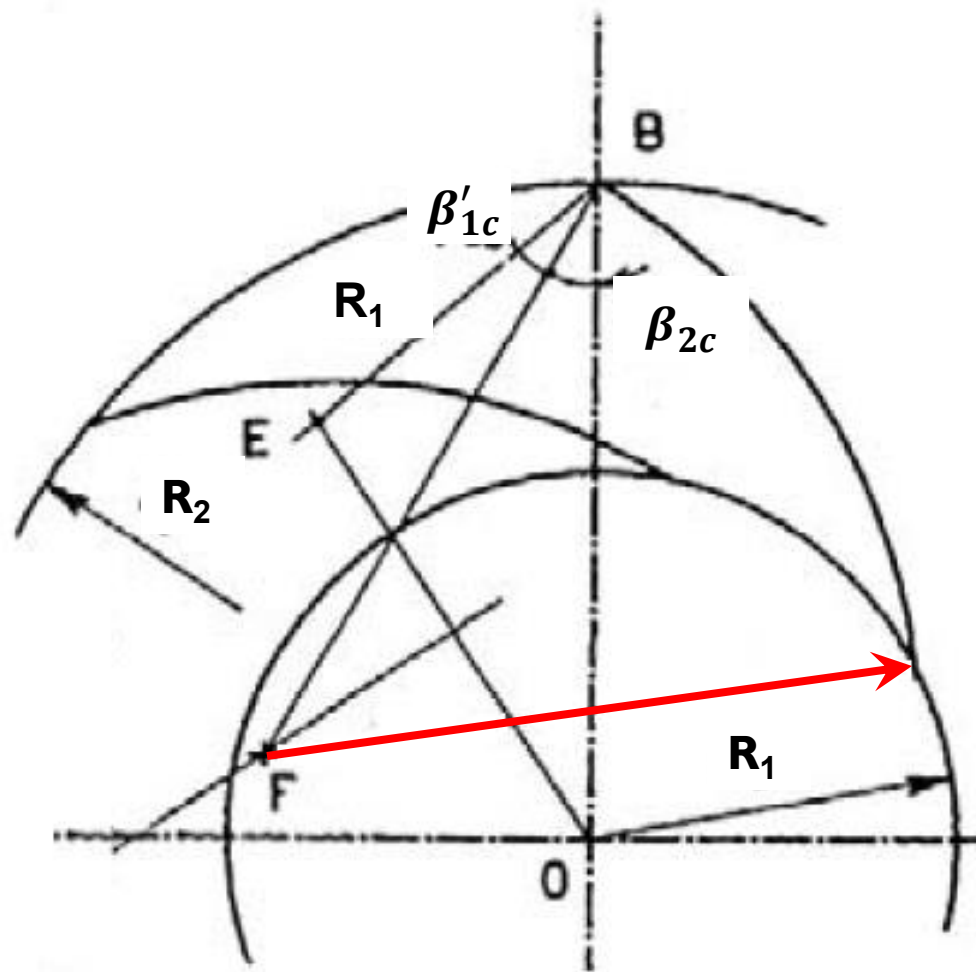
Costruzione grafica della pala ad arco di cerchio (2)



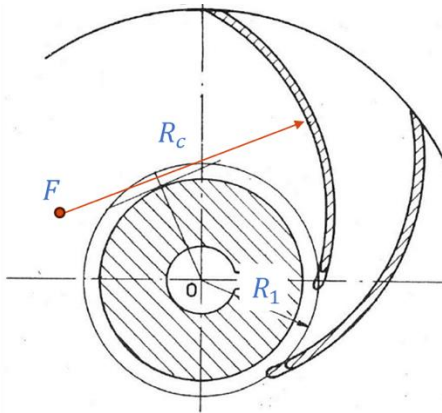
Costruzione grafica della pala ad arco di cerchio (3)



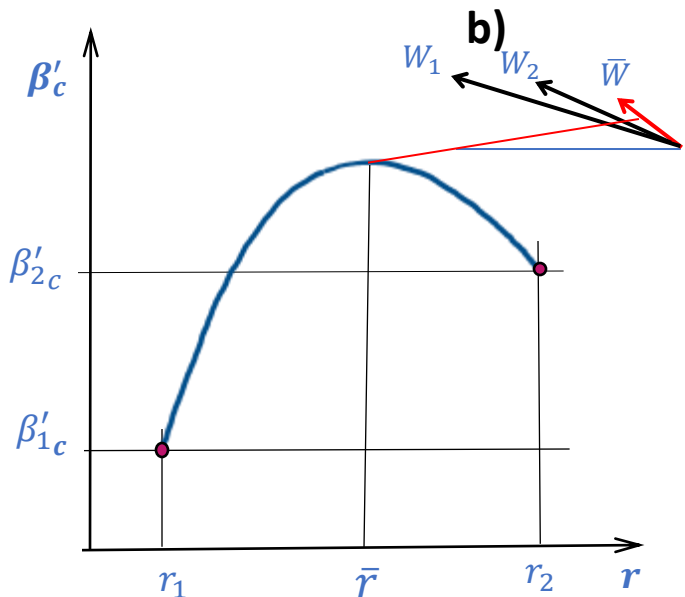
Costruzione grafica della pala ad arco di cerchio (4)



Disegno della pala sulla vista circonferenziale

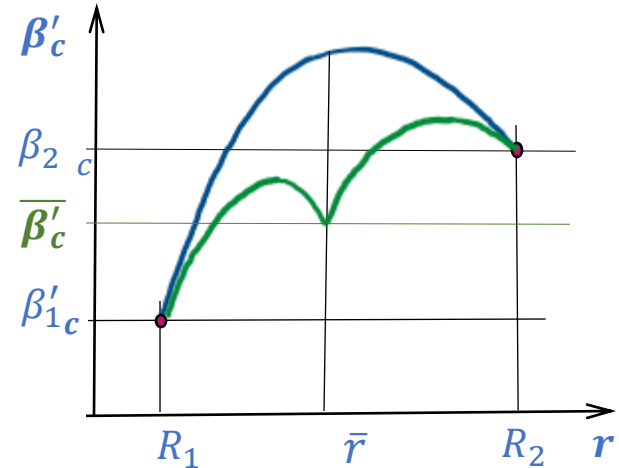
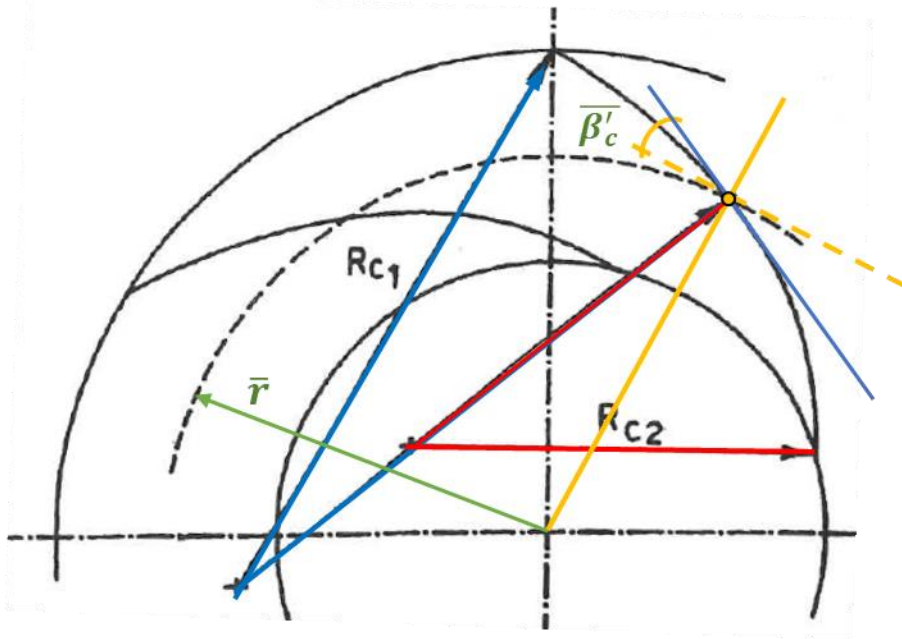


- L'andamento dell'angolo costruttivo β'_c lungo lo sviluppo radiale della pala è mostrato in Fig. b



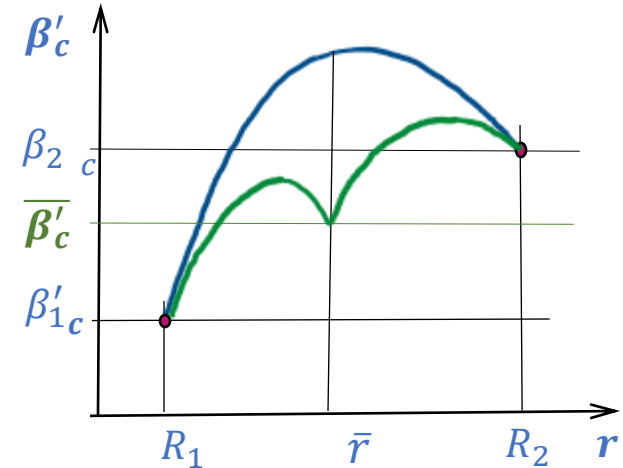
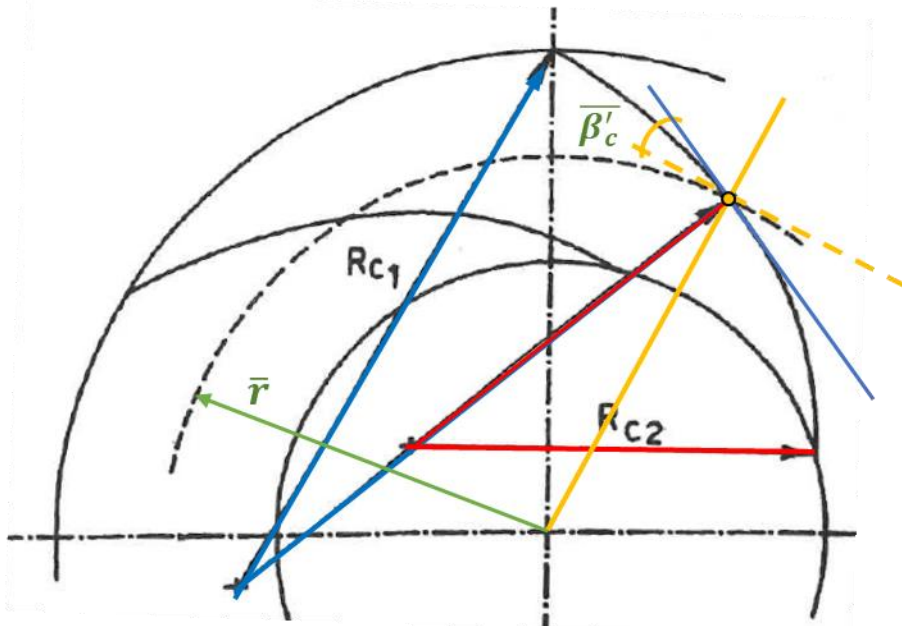
- L'angolo β'_c assume valori ben superiori a β'_{2c} nella parte centrale dell'intervallo tra r_1 e r_2 costringendo la velocità relativa $\bar{W}$ a decelerare più del dovuto con potenziali rischi di separazione della corrente dalla superficie delle pale

Disegno della pala sulla vista circonferenziale



- L'inconveniente precedente può essere attenuato adottando una geometria ad archi multipli di cerchio, solitamente non superiore a 3 archi di cerchio
- Con l'aumentare del numero degli archi di cerchio si attenua il deceleramento della corrente relativa all'interno dei condotti interpalari causato dal concomitante aumento dell'angolo costruttivo β'_c , e in più si aumenta, sempre per l'attenuazione dell'angolo dell'angolo β'_c , l'angolo di avvolgimento ϑ delle pale

Disegno della pala sulla vista circonferenziale



- I due raggi di curvatura R_{c1} e R_{c2} si ottengono con formule simili a quella utilizzata per il singolo arco di cerchio:

$$R_{c1} = \frac{\bar{r} \left(\frac{R_2^2}{\bar{r}^2} - 1 \right)}{2 \left(\frac{R_2}{\bar{r}} \cos \beta'_{2c} - \cos \overline{\beta'_c} \right)}$$

$$R_{c2} = \frac{r_1 \left(\frac{\bar{r}^2}{R_1^2} - 1 \right)}{2 \left(\frac{\bar{r}}{R_1} \cos \overline{\beta'_c} - \cos \beta'_{1c} \right)}$$

Il raggio $\bar{r}$ e l'angolo $\overline{\beta'_c}$ sono scelte progettuali

La macchina da progettare

Si vuole dimensionare una macchina caratterizzata da

- $Q_v = 44 \frac{l}{s}$
- $H = 40 m$
- Acqua
- Tipo di motore: motore elettrico

Le fasi del progetto

- Studio di fattibilità → Scelta del regime di rotazione → Ingombro della macchina → 1450 giri/min
- Dimensionamento della macchina scelta → Girante e Voluta → Girante: ok! → Voluta?



Domande, Curiosità, Dubbi, Perplessità?

