



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI PADOVA



Dipartimento
di Ingegneria Industriale

La critica alla teoria euleriana: Esercizio

Corso di Macchine 1

Esercizio: Prestazioni di una Pompa Centrifuga

Si consideri una pompa centrifuga che ruota alla velocità di rotazione $n = 2900 \text{ giri/min}$ e avente le seguenti caratteristiche geometriche:

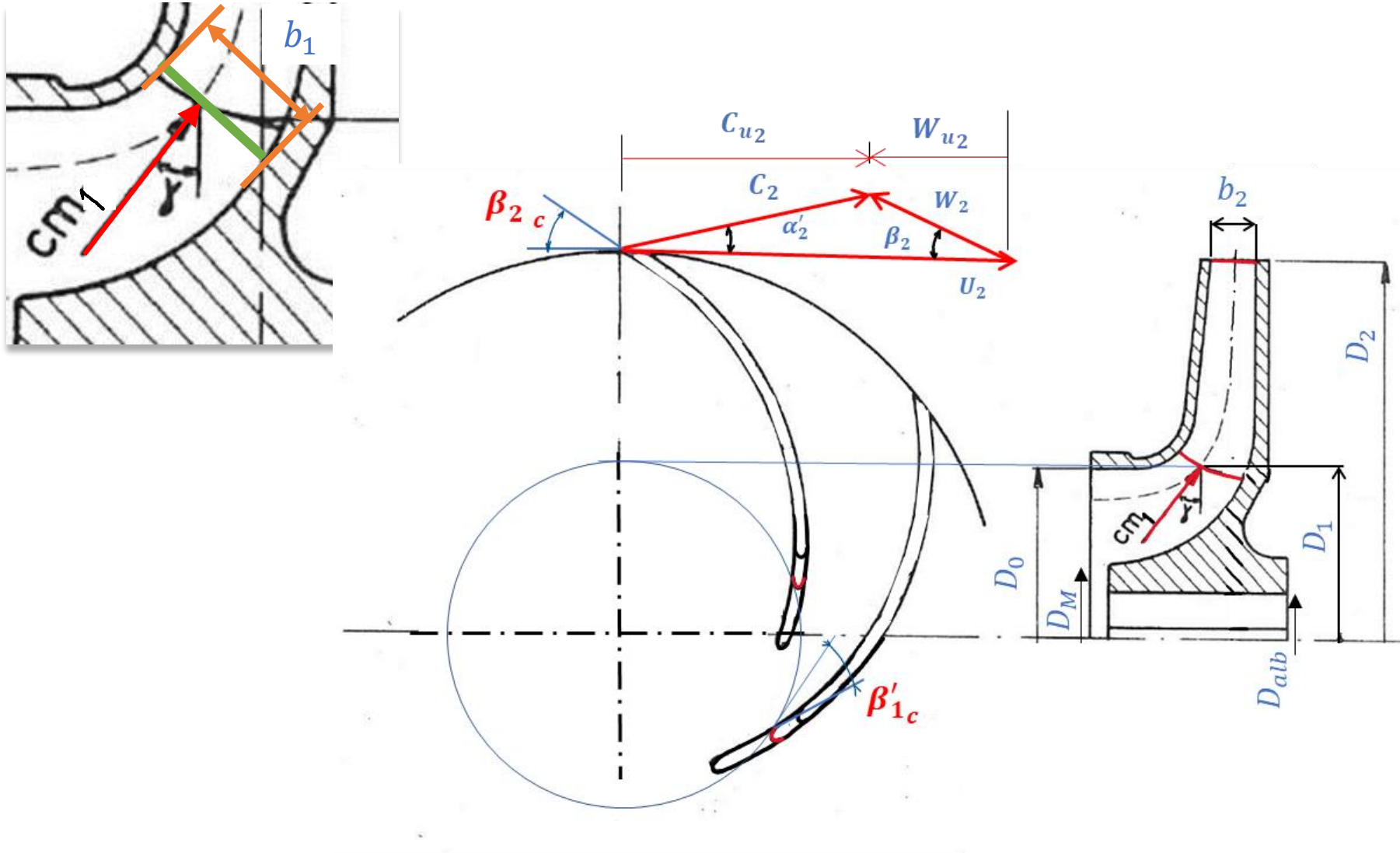
- Diametro della bocca di aspirazione: $D_0 = 65 \text{ mm}$
- Diametro del mozzo: $D_M = 28 \text{ mm}$
- Diametro dell'albero: $D_{alb} = 19 \text{ mm}$
- Diametro della sezione di ingresso della girante: $D_1 = 61 \text{ mm}$
- Larghezza della sezione di ingresso della girante: $b_1 = 14 \text{ mm}$
- Diametro della sezione di uscita della girante: $D_2 = 167 \text{ mm}$
- Larghezza della sezione di uscita della girante: $b_2 = 8 \text{ mm}$
- Spessore normale delle pale della girante valutato rispetto alla superficie di corrente: $S_n = 3 \text{ mm}$
- Angolo di inclinazione della linea di corrente rispetto al piano radiale nella sezione di ingresso: $\gamma = 47,5^\circ$
- Angolo costruttivo della palettatura all'ingresso sul piano radiale: $\beta'_{1c} = 21,8^\circ$
- Angolo costruttivo della palettatura all'uscita sul piano radiale $\beta'_{2c} = \beta_{2c} = 23,4^\circ$
- Numero delle pale: $Z = 7 \text{ pale}$
- Rendimento volumetrico ed idraulico: $\eta_v = 0.88$; $\eta_{id} = 0.82$

Si consideri una velocità tangenziale $C_{u1} = 0$ all'ingresso della girante.

Ricavare ~~con approssimazioni monodimensionali~~ le condizioni ottimali di esercizio Q_v e h



Esercizio - Prestazioni di una Pompa Centrifuga: Correzioni alla teoria euleriana



Dati:

$$D_0 = 65 \text{ mm}$$

$$D_M = 28 \text{ mm}$$

$$D_{alb} = 19 \text{ mm}$$

$$D_1 = 61 \text{ mm}$$

$$b_1 = 14 \text{ mm}$$

$$D_2 = 167 \text{ mm}$$

$$b_2 = 8 \text{ mm}$$

$$S_n = 3 \text{ mm}$$

$$\gamma = 47,5^\circ$$

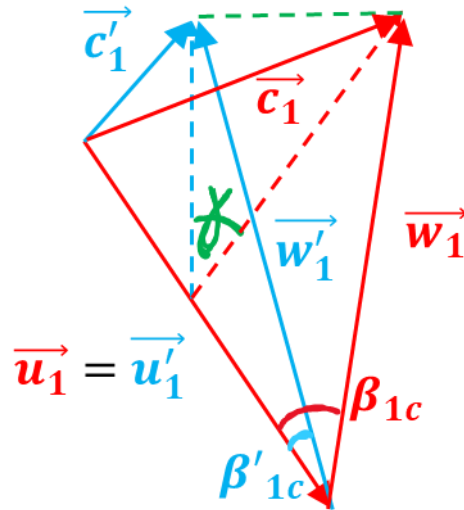
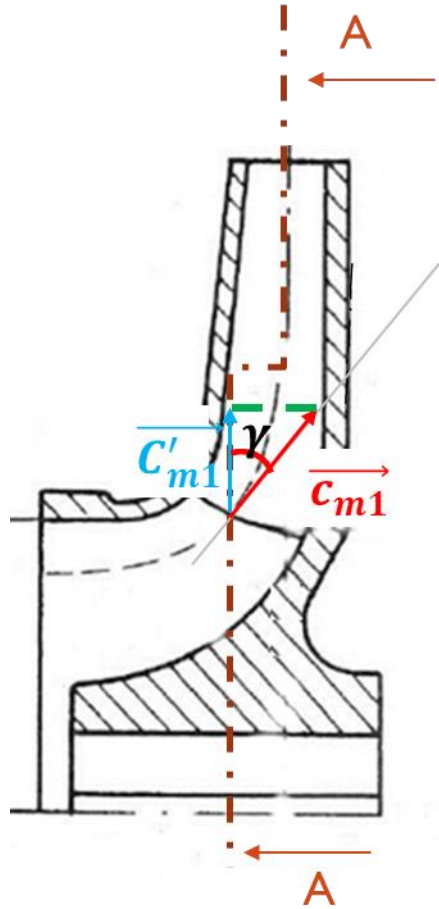
$$\beta'_{1c} = 21,8^\circ$$

$$\beta'_{2c} = \beta_{2c} = 23,4^\circ$$

$$n = 2900 \text{ giri/min}$$

$$Z = 7 \text{ pale}$$

Esercizio - Prestazioni di una Pompa Centrifuga: Correzioni alla teoria euleriana



Portata nominale: $Q_{v_{i\,opt}}$

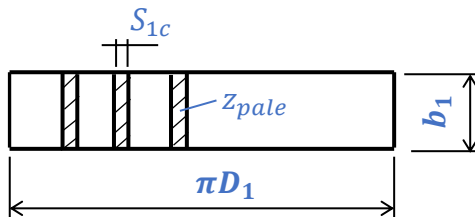
- La portata ottimale **non cambia** rispetto alla predizione monodimensionale: il valore ottimo $Q_{v_{i\,opt}}$ è sempre determinato imponendo che la velocità relativa abbia la stessa inclinazione del bordo d'ingresso delle pale, ossia:

$$\beta_1 = \beta_{1c} \quad oppure \quad \beta'_1 = \beta'_{1c} = 21,8^\circ$$

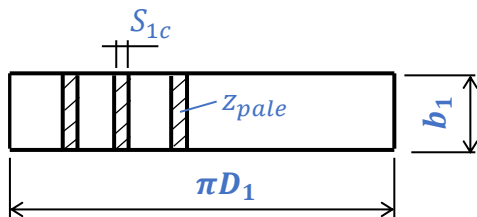
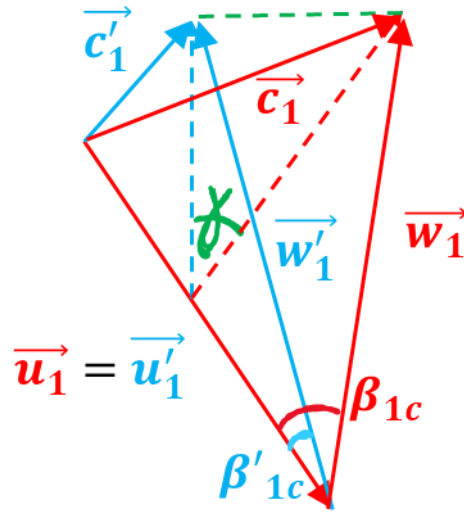
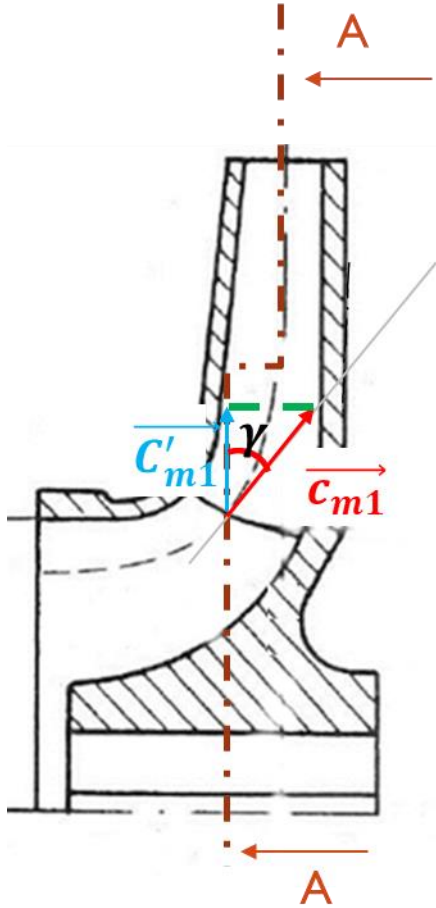
- Si ottiene :

$$\xi_1 = 1 - \frac{Z s_n}{\pi D_1 \sin \beta_{1c}} = 0,7049$$

$$A_{1_{netta}} = \pi D_1 B_1 \xi_1 = 0,001891 \quad m^2$$



Esercizio - Prestazioni di una Pompa Centrifuga: Correzioni alla teoria euleriana



- E infine:

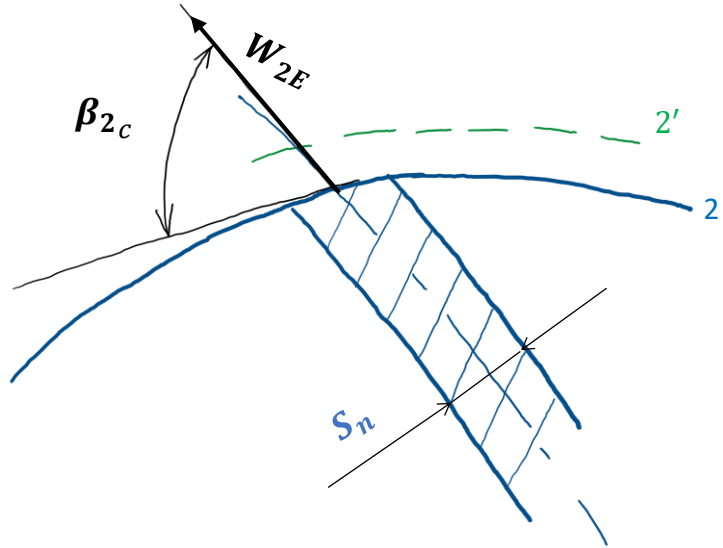
$$Q_{v_{iott}} = C_{m_1} A_1 = 10,371 \text{ l/s}$$

- Ricordando che $\eta_v = 0.88$, si ottiene:

$$Q_{v,ott} \approx \eta_v Q_{v_{iott}} = 9,13 \text{ l/s}$$

per la portata volumetrica Q_v aspirata e poi convogliata alla mandata dalla pompa

Esercizio - Prestazioni di una Pompa Centrifuga: Correzioni alla teoria euleriana



Scambio di energia secondo Eulero: gh_E

$$C_{m_2} = \frac{Q_{v_{i\,opt}}}{\pi D_2 B_2 \xi_2} = 2,748 \text{ m/s} \quad U_2 = 25.358 \text{ m/s}$$

$$\beta_{2c} = 23,4^\circ \quad \xi_2 = 1 - \frac{z S_\perp}{\pi D_2 \sin \beta_{2c}} = 0,8992$$

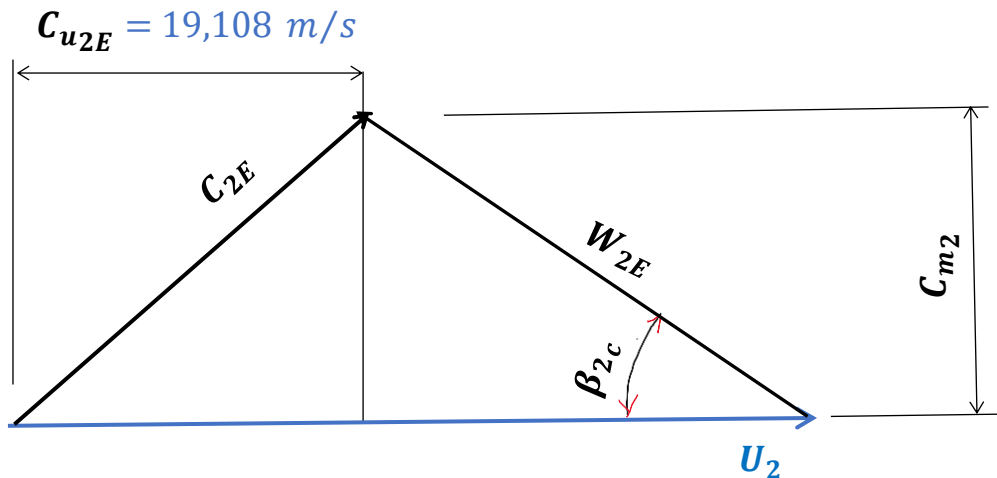
$$C_{u_{2E}} = U_2 - C_{m_2} \cot \beta_{2c} = 19,108 \text{ m/s}$$

- Il lavoro fatto dalla girante sull'unità di massa del fluido secondo la teoria euleriana vale:

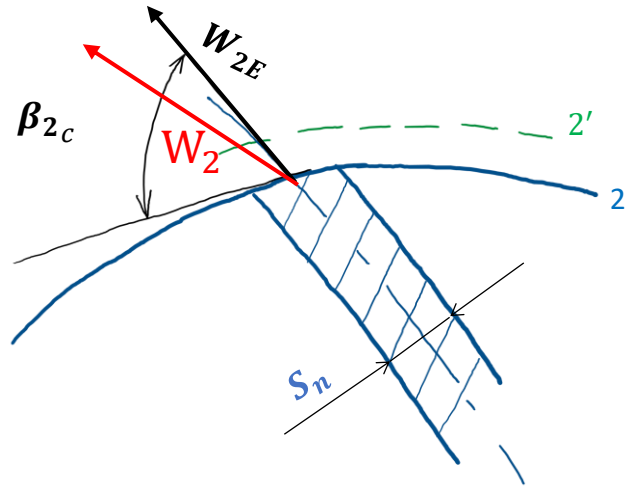
$$gh_{t,E} = U_2 C_{u_{2E}} = 484,54 \text{ J/kg} \rightarrow h_{t,E} = 49,91 \text{ m}$$

- Dato $\eta_{id} = 0,82$, si era stimata una prevalenza h_E della pompa secondo la teoria euleriana pari a:

$$h_E = \frac{p_e^0 - p_i^0}{\rho g} = \eta_{id} h_{t,E} = 0,82 \cdot 49,91 = 40,93 \text{ m}$$



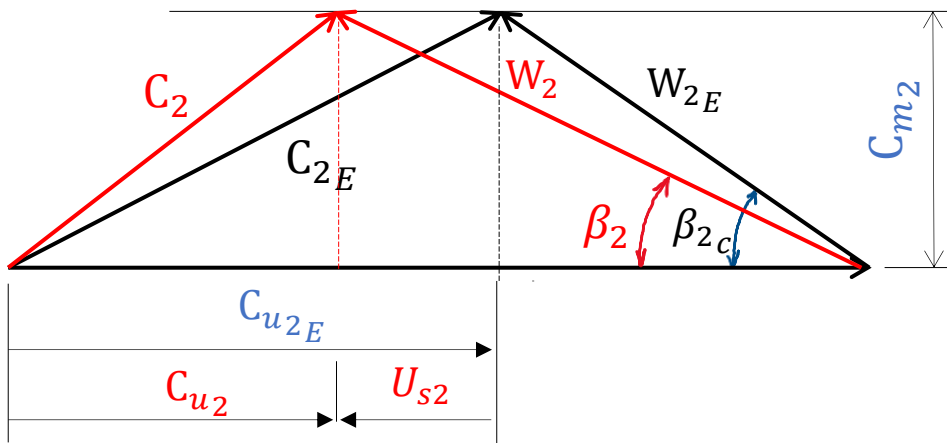
Esercizio - Prestazioni di una Pompa Centrifuga: Correzioni alla teoria euleriana



Deviazione corrente relativa:

$$\beta_{2c} = 23,4^\circ \quad Z = 7 \text{ pale}$$

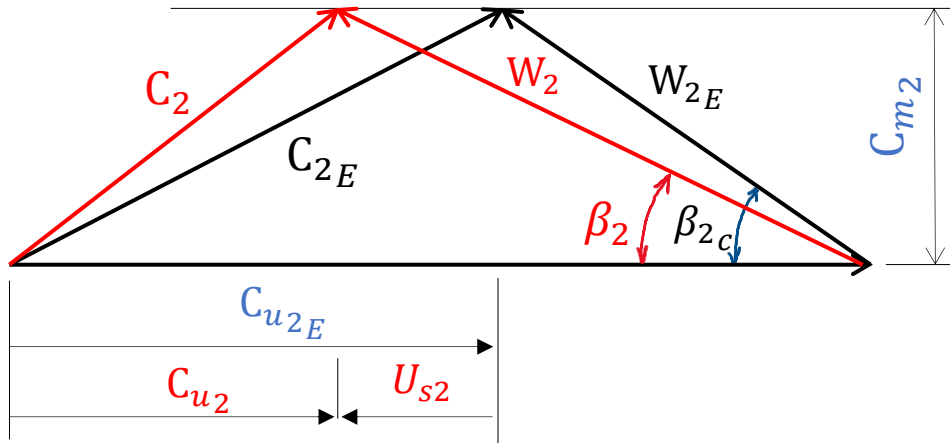
- Si deve tenere conto della deviazione della corrente relativa all'uscita della girante e il lavoro gh_t svolto dalla medesima girante: è possibile calcolarla secondo le correlazioni di [Busemann](#), [Stodola](#) e [Wiesner](#).



$$\frac{U_{s2}}{U_2}$$

Esercizio - Prestazioni di una Pompa Centrifuga: Correzioni alla teoria euleriana

Deviazione corrente relativa: U_{s2}/U_2



$$gh_t = U_2 \left[U_2 - C_{m2} \cot \beta_{2c} - \left(\frac{U_{s2}}{U_2} \right) U_2 \right]$$

- Teoria euleriana:

$$gh_{t,E} = 484,54 \text{ J/kg} \quad h_{t,E} = 49,91 \text{ m}$$

$$\eta_{id} = 0,82$$

$$h_E = \eta_{id} h_{t,E} = 40,93 \text{ m}$$

- Busemann:

$$U_{s2}/U_2 = 0,1759 \quad (\text{da grafico})$$

$$gh_t = 371,43 \text{ J/kg} \quad h_t = 37,88 \text{ m} \quad h = 31,06 \text{ m}$$

- Wiesner:

$$U_{s2}/U_2 = \sqrt{\sin \beta_{2c} / Z^{0,7}} = 0,1614$$

$$gh_t = 378,18 \text{ J/kg} \quad h_t = 38,57 \text{ m} \quad h = 31,63 \text{ m}$$

- Stodola:

$$U_{s2}/U_2 = (\pi \sin \beta_{2c}) / Z = 0,1782$$

$$gh_t = 369,95 \text{ J/kg} \quad h_t = 37,72 \text{ m} \quad h = 30,93 \text{ m}$$

Domande, Curiosità, Dubbi, Perplessità?

