
MATEMATICA FINANZIARIA

- DEFINIZIONI GENERALI
- L'INTERESSE, IL MONTANTE E IL CAPITALE
- PROBLEMI CON L'INTERESSE SEMPLICE
- PROBLEMI CON L'INTERESSE COMPOSTO
- SPOSTAMENTO DEI CAPITALI NEL TEMPO
- LE ANNUALITÀ'
- LA QUOTA DI REINTEGRAZIONE
- LA QUOTA E IL PIANO DI AMMORTAMENTO
- PERIODICITÀ'

INTRODUZIONE

costituisce uno strumento operativo che permette di **confrontare flussi di moneta differite nel tempo.**

Permette infatti di:

- confrontare correttamente la bontà di un investimento in capitale (stock) a fronte dell'analisi dei ricavi (flussi) che esso determina;
- confrontare i benefici e i costi legati all'acquisto di un bene, che avvengono a scadenze temporali diverse;
- valutare la redditività di un investimento (esborso) a fronte di una serie di ricavi futuri generati dall'investimento stesso.

PRESTAZIONI FINANZIARIE

Le prestazioni finanziarie sono tutte quelle operazioni che prevedono lo scambio tra prestazioni riferite a epoche diverse, ovvero sono dei movimenti di moneta, tra due o più soggetti economici in un orizzonte temporale definito.

La prestazione finanziaria rimane univocamente determinata se ne viene definito l'orizzonte, ovvero se vengono forniti tutti i dati ad essa relativi, e cioè:

1. l'**ammontare**, ovvero la quantità di moneta che transita;
2. la **scadenza** (orizzonte temporale), ovvero il momento in cui avverrà l'operazione finanziaria.

OPERAZIONI FINANZIARIE

Si supponga di dover scegliere tra le seguenti coppie di prestazioni:

- A. 5 euro al tempo 2 oppure 5 euro al tempo 2
- B. 5 euro al tempo 2 oppure 5 euro al tempo 3
- C. 6 euro al tempo 2 oppure 5 euro al tempo 2



- A. Le due prestazioni sono indifferenti.
- B. La prima prestazione (5 euro al tempo 2) è preferibile.
- C. La prima prestazione (6 euro al tempo 2) è preferibile.

PRESTAZIONE FINANZIARIE

I postulati di preferenza assoluta:

- **primo postulato di preferenza assoluta:**

tra due prestazioni di eguale importo positivo, si preferisce quella che ha scadenza più prossima.

- **secondo postulato di preferenza assoluta:**

tra due prestazioni positive aventi la medesima scadenza, si preferisce quella con ammontare maggiore.

Si scelga una tra queste due prestazioni:

- 5 euro al tempo 2 oppure 6 euro al tempo 3

Non abbiamo gli
strumenti per rispondere

Studio dell'interesse



SPOSTAMENTO DEI CAPITALI NEL TEMPO

1. Non è possibile addizionare, sottrarre o confrontare tra loro **valori differiti nel tempo**, se prima non sono resi **omogenei**, ovvero **riferiti allo stesso momento**.
2. Un capitale spostato nel **futuro** si trasforma in **montante**, spostato nel **passato** si trasforma in **valore scontato**.
3. Quindi è necessario individuare le formule che consentono di anticipare o di posticipare ciascuna prestazione finanziaria.

L'INTERESSE

è il **prezzo l'uso di un capitale**

e viene calcolato come percentuale sul capitale preso a prestito

l'unità di misura dell'interesse è il **saggio o tasso d'interesse** (r).

Il saggio di interesse:

- è definito come **l'interesse maturato dall'unità di moneta nell'unità di tempo**;
- può essere espresso in termini percentuali ($r = 5\%$) o in termini unitari ($r = 0,05$);
- DIPENDE DA:
 - ✓ **Rischio**, è direttamente proporzionale (maggiore rischio, maggiore tasso di interesse) e alla durata dell'investimento (durata maggiore, maggiore tasso di interesse).
 - ✓ **Durata** dell'Investimento

CAPITALE E MONTANTE

Il capitale è lo stock di moneta disponibile in un determinato momento.

Il montante è la somma del capitale e dei relativi interessi maturati in un determinato periodo di tempo.

$$\text{Montante} = \text{Capitale} + \text{Interessi}$$

Il **montante unitario** (q) è la somma del capitale unitario (un euro) e degli interessi maturati in un anno (r).

$$q = 1 + r$$

Esempio: Se $r = 0,03$ $\longrightarrow$ $q = 1 + 0,03 = 1,03$, questo è il montante di un Euro al saggio del 3%

L'INTERESSE

INTERESSE SEMPLICE

quando gli interessi maturati da
un capitale in un dato tempo

NON MATURANO a loro volta
interessi



generalmente con
periodo di tempo

$0 < n \leq 1 \text{ year}$

INTERESSE COMPOSTO

quando gli interessi maturati da
un capitale in un dato tempo

MATURANO a loro volta
interessi

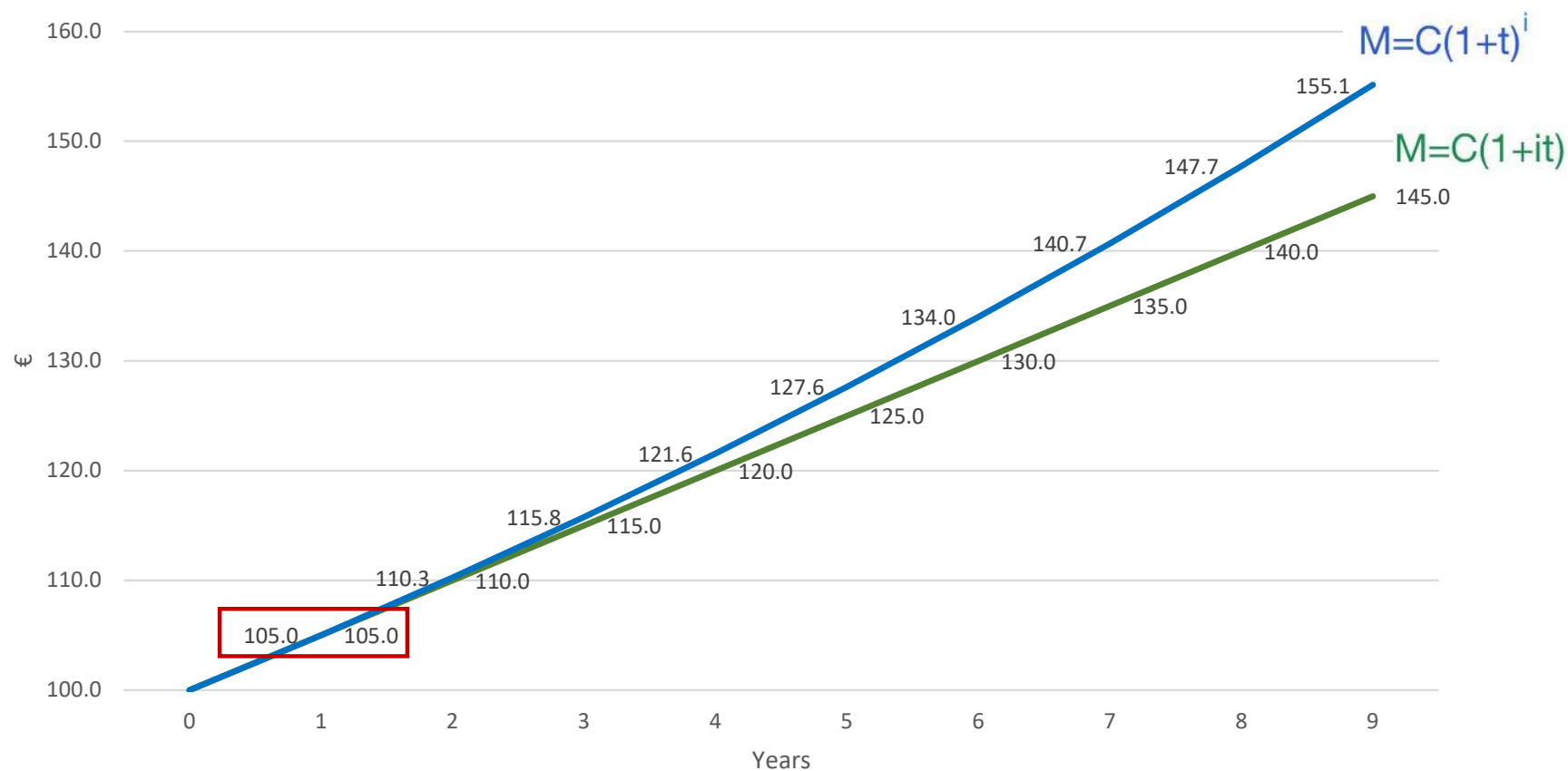


generalmente con
periodo di tempo

$n \geq 1 \text{ year}$

L'INTERESSE ($r = 5\%$)

quando gli interessi maturati da un capitale in **un dato tempo** maturano a loro volta interessi



INTERESSE SEMPLICE

INTERESSE COMPOSTO

L'INTERESSE SEMPLICE - FORMULE

HP: $n \leq 1$ anno

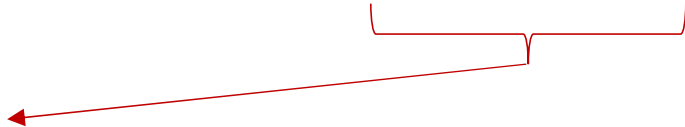
Interesse

$$I = C_0 \cdot r \cdot n$$

Montante

$$M = C_0 + I = C_0 + C_0 \cdot r \cdot n = C_0 \cdot (1 + r \cdot n)$$

Valore scontato

$$C_0 = \frac{M}{(1 + r \cdot n)}$$


dove:

r: saggio d'interesse

n: tempo espresso come funzione (il numero di mesi o giorni per cui si usufruisce del capitale)

Es: periodo di 55 giorni $n = 55/360$ (anno commerciale)

periodo di 4 mesi $n = 4/12$

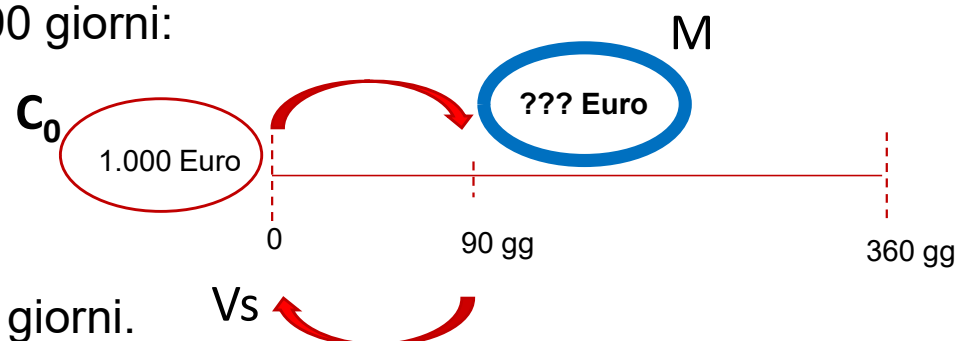
L'INTERESSE SEMPLICE - ESEMPIO

ESERCIZIO 1

La somma di 1.000 euro viene depositata in banca all'interesse semplice del 6%.

Si vuol conoscere l'ammontare, dopo 90 giorni:

- a) degli **interessi**;
- b) del **montante**;
- c) del **valore scontato**.



Si consideri l'anno commerciale di 360 giorni.

Durata $n = 90/360 = 0,25$

Interesse $I = C_0 \cdot r \cdot n = 1.000 \cdot 0,06 \cdot (0,25) = 15$ euro

Montante $M = C_0 + I = C_0 + C_0 \cdot r \cdot n = C_0 \cdot (1 + r \cdot n) =$
 $= 1.000 \cdot (1 + 0,06 \cdot 0,25) = 1.015$ euro

Valore scontato $C_0 = \frac{M}{1 + r \cdot n} = \frac{1.015}{1 + (0,06 \cdot 0,25)} = 1.000$ euro

L'INTERESSE COMPOSTO - FORMULE

quando l'interesse viene aggiunto al capitale che lo ha maturato alla fine di ogni anno

HP: $n > \text{di 1 anno}$

Montante

$$M = C_0 \cdot q^n$$

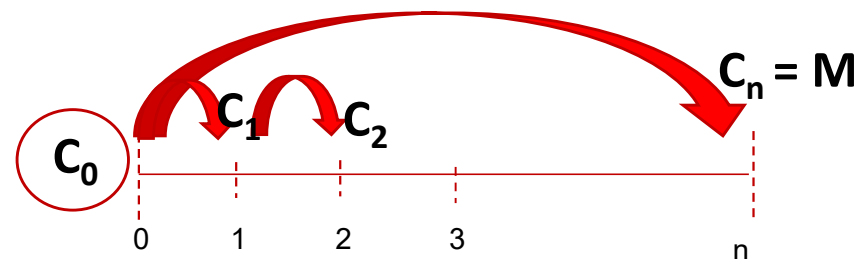
Valore scontato

$$C_0 = \frac{M}{q^n}$$

Interesse

$$I_n = M - C_0 = C_0 \cdot q^n - C_0 = C_0 \cdot (q^n - 1)$$

dove $q = (1+r)$



L'INTERESSE COMPOSTO - ESEMPIO

ESERCIZIO 2

A quanto ammonterà, tra **10 anni** (n), il capitale di **1.000** euro (C_0) investito in titoli al saggio del **7%**?

$$M = C_0 \times q^n = 1.000 \times (1+0,07)^{10} = 1.967 \text{ €}$$

Quesito

Se l'interesse non fosse stato composto, il montante sarebbe superiore o inferiore?

Inferiore

ESERCIZIO 3

Depositando oggi in banca la somma di € 1000 al saggio di interesse del 5% quale sarà l'interesse maturato dopo otto anni?

$$I = C_0 \times (q^n - 1) = 1.000 \times ((1+0,05)^8 - 1) = 477 \text{ €}$$

TASSI EQUIVALENTI

Due tassi si dicono equivalenti quando, applicati allo stesso capitale per lo stesso periodo di tempo, producono lo stesso montante

INTERESSE SEMPLICE

$$r = r_k \times k$$

ESERCIZIO 4

Qual è il montante generato da un capitale di 5.000 euro investito al tasso trimestrale del 2,5% per un tempo di 8 mesi?

$$r_{\text{annuo}} = 2,5\% \times 4 \text{ (mesi)} = 10\%$$

$$M = 5.000 \times (1 + 10\% \times (8/12)) = 5.333,33 \text{ euro}$$

INTERESSE COMPOSTO

$$r_k = \sqrt[k]{1 + r} - 1$$

ESERCIZIO 5

Considerato il tasso annuo dell'8% in regime di interesse composto, si determinino il tasso equivalente semestrale e mensile

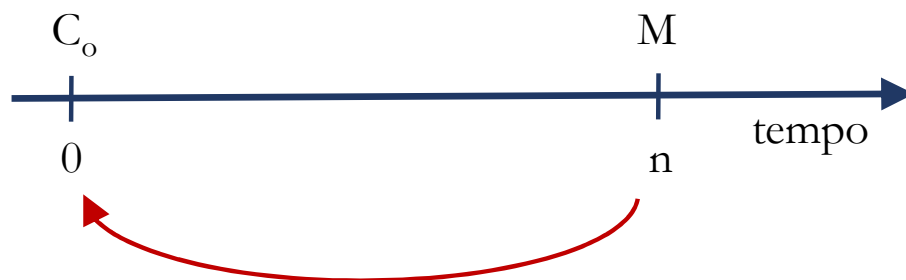
$$r_2 = \sqrt[2]{1 + 8\%} - 1 = 3,92\%$$

$$r_{12} = \sqrt[12]{1 + 8\%} - 1 = 0,64\%$$

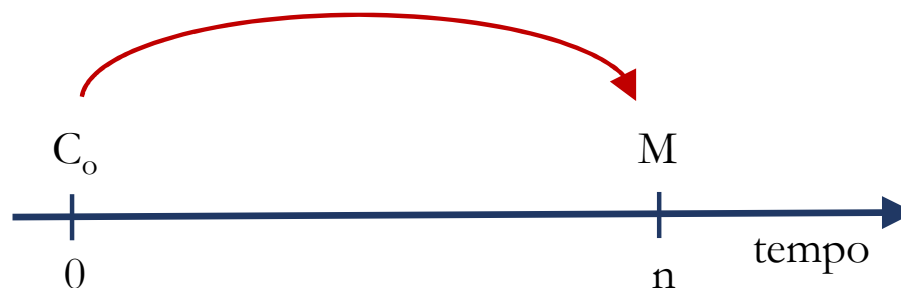
RIEPILOGO:

SPOSTAMENTO DEI CAPITALI NEL TEMPO (per $n \leq 1$ anno)

Coefficiente di anticipazione: $\frac{1}{1 + r \cdot n}$ $\longleftarrow C_0 = \frac{M}{1 + r \cdot n}$

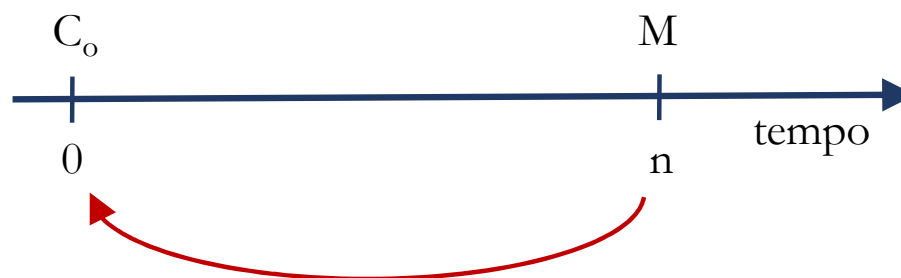


Coefficiente di posticipazione: $(1 + r \cdot n)$ $\longleftarrow M = C_0 \times (1 + r \cdot n)$

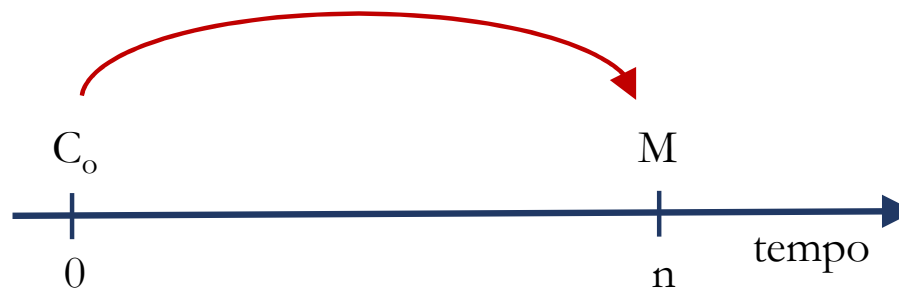


SPOSTAMENTO DEI CAPITALI NEL TEMPO (per $n > 1$ anno)

Coefficiente di anticipazione: $\frac{1}{q^n}$ $\leftarrow C_0 = \frac{M}{q^n}$



Coefficiente di posticipazione: (q^n) $\leftarrow M = C_0 * q^n$



SPOSTAMENTO DEI CAPITALI NEL TEMPO (per $n > 1$ anno)

Come varia un milione di euro al variare del tempo e del tasso di interesse?

Tasso/Anni	1 anno	5 anni	10 anni	20 anni
1%	990.099	951.466	905.287	819.544
2%	980.392	905.731	820.348	672.971
3%	970.874	862.609	744.094	553.676
4%	961.538	821.927	675.564	456.387
5%	952.381	783.526	613.913	376.889
6%	943.396	747.258	558.395	311.805
7%	934.579	712.986	508.349	258.419
8%	925.926	680.583	463.193	214.548
9%	917.431	649.931	422.411	178.431
10%	909.091	620.921	385.543	148.644

$$C_0 = \frac{M}{q^n}$$

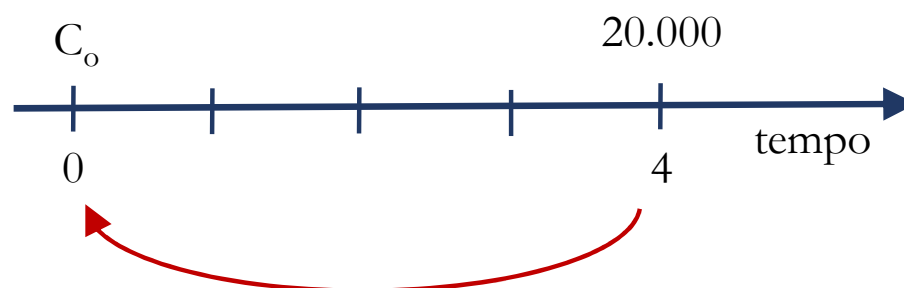
All'aumentare del tempo, il valore diminuisce

Al crescere del tasso, il valore diminuisce

SPOSTAMENTO DEI CAPITALI NEL TEMPO

ESERCIZIO

Fabrizio tra 4 mesi deve estinguere un debito di € 20.000. Quanto dovrebbe pagare per liberarsi subito dal suo debito con un saggio di sconto pari al 6%?

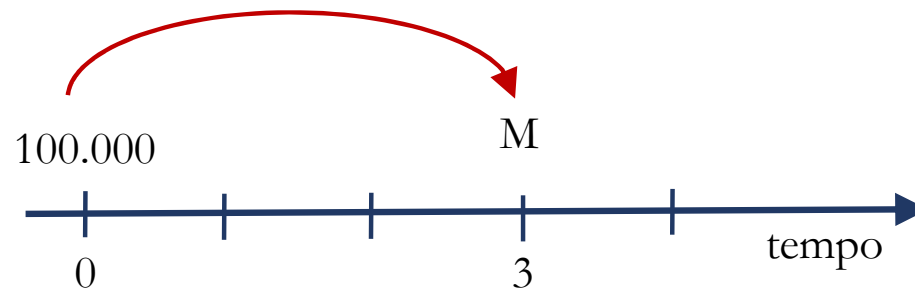


$$C_0 = \frac{M}{1 + r \cdot n} = \frac{20.000}{1 + 0,06 \cdot \frac{4}{12}} = 19.607 \text{ €}$$

SPOSTAMENTO DEI CAPITALI NEL TEMPO

ESERCIZIO

L'esecuzione di ponteggi per la messa in sicurezza di un cantiere eseguita tre anni fa su un fabbricato industriale ha comportato una spesa di € 100.000. Si vuole conoscere oggi l'ammontare totale spesa. Sia $r = 9\%$



$$M = C_0 \times (q^n) = 100.000 \times (1 + 0,09)^3 = 129.500 \text{ €}$$

SPOSTAMENTO DEI CAPITALI NEL TEMPO (per $n > 1$ anno)

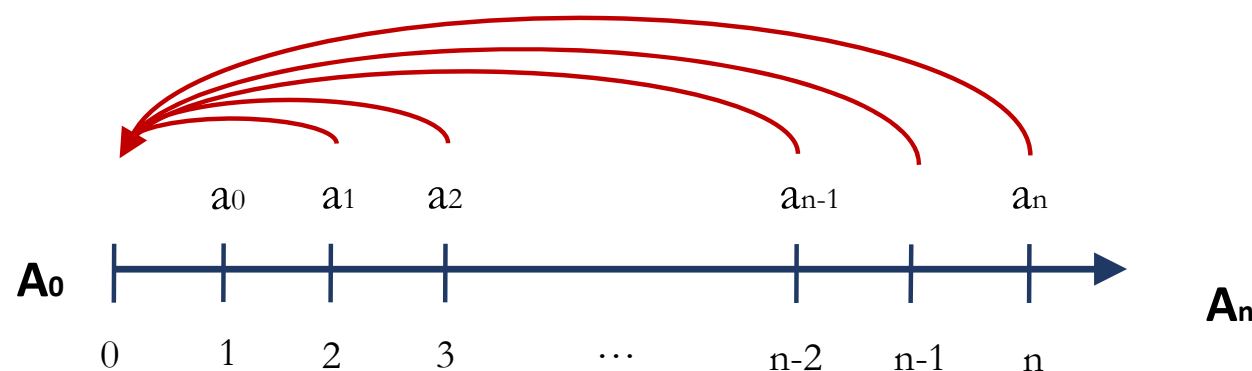
LE ANNUALITA'

1. Le annualità (indicate con la lettera a) sono quelle operazioni finanziarie che si verificano ad intervalli annuali (es. redditi, prodotti, costi, debiti, crediti, quote, ecc.)
2. Le annualità sono classificate in:
 - **Costanti o Variabili**, in base all'ammontare di ciascuna annualità;
 - **Posticipate o Anticipate**, in base alla scadenza di ciascuna annualità, rispettivamente se si verificano alla fine o all'inizio dell'anno;
 - **Limitate o Illimitate**, in base alla durata complessiva della serie di prestazioni. (Si assume che sia illimitata quando si ripete per oltre 80 anni).
3. Se ne calcolano accumulazione iniziale (A_0) accumulazione finale (A_n) e intermedia.

LE ANNUALITA' VARIABILI POSTICIPATE

Le abbiamo viste precedentemente:

Gli strumenti disponibili: coefficienti di anticipazione e posticipazione. Le accumulazioni iniziale e finale assumono rispettivamente la forma:



accumulazione iniziale $A_0 = a_0 + (a_1 / q) + (a_2 / q^2) + \dots (a_n / q^n)$

$$\frac{1}{q^n}$$

Coeff. di Anticipazione

accumulazione finale $A_n = (a_0 \times q^n) + (a_1 \times q^{n-1}) + \dots + a_n$

$$q^n$$

Coeff. di Posticipazione

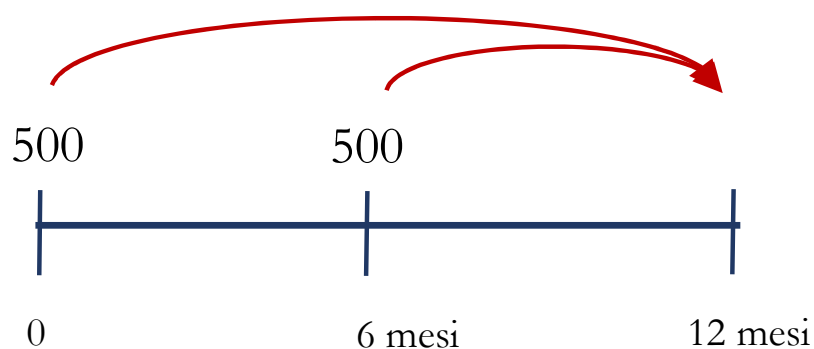
ESERCIZIO

Se si considera un canone annuo di 1.000 euro per l'affitto di una casa, a quanto ammonta l'affitto percepito dal proprietario riferito alla fine dell'anno nel caso in cui si facesse pagare con:

- a) due rate semestrali anticipate
- b) due rate semestrali posticipate

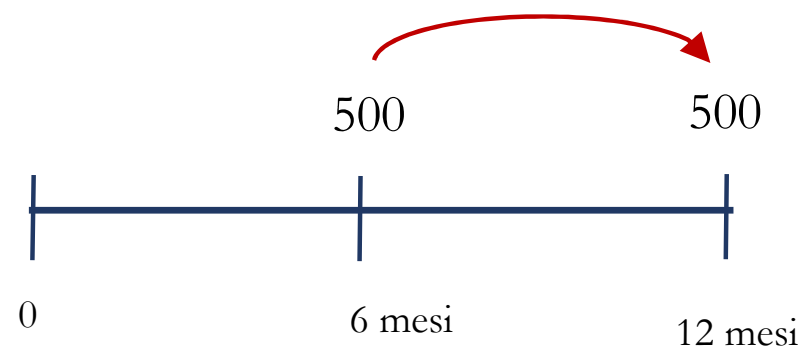
Sia $r = 5\%$ (in regime di interesse semplice)

a) due rate semestrali anticipate:



$$M = 500 \cdot (1 + 0,05 \cdot 12/12) + 500 \cdot (1 + 0,05 \cdot 6/12) = 525 + 512,5 = 1.037,50 \text{ €}$$

b) due rate semestrali posticipate:



$$M = 500 \cdot (1 + 0,05 \cdot 6/12) + 500 = 512,5 + 500 = 1.012,5 \text{ €}$$

LE ANNUALITA' COSTANTI

1. Posticipate limitate



2. Posticipate Illimitate



3. Anticipate limitate

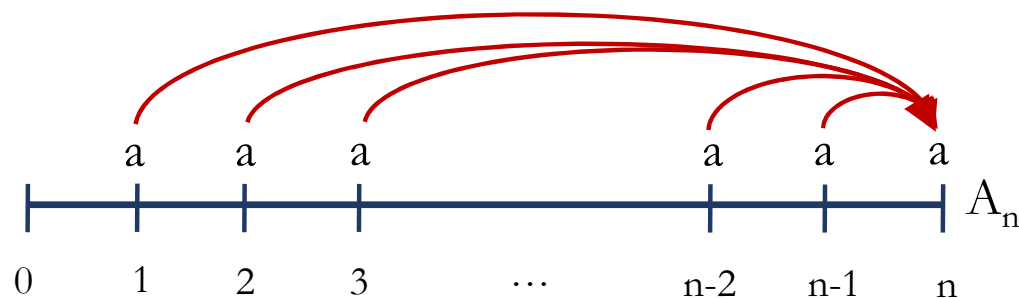


4. Anticipate Illimitate



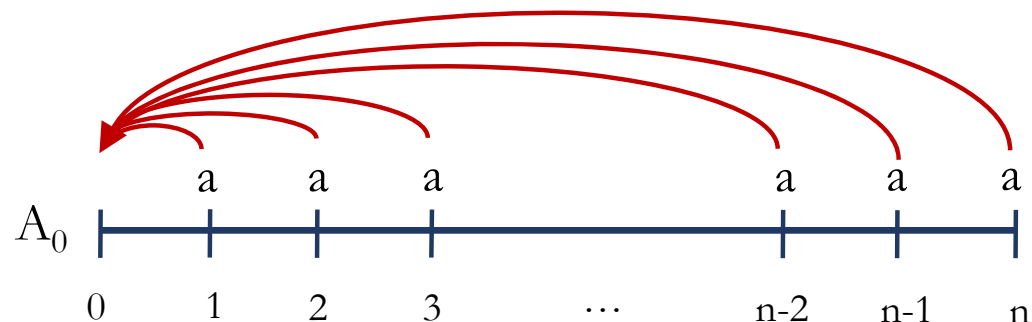
LE ANNUALITA' COSTANTI POSTICIPATE LIMITATE

ACCUMULAZIONE FINALE



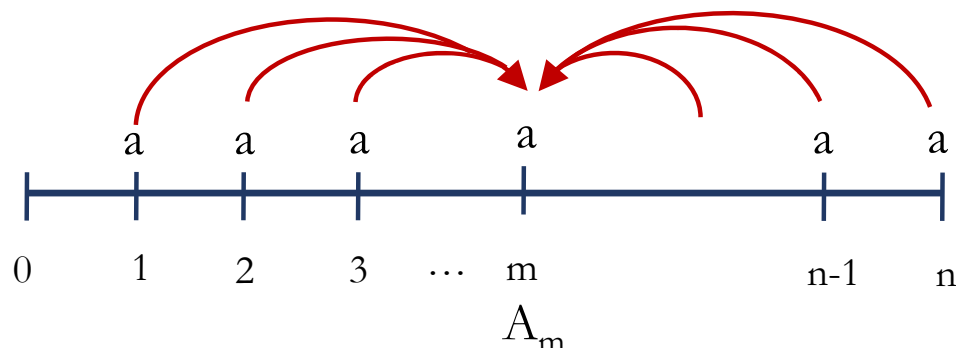
$$A_n = a \frac{(q^{n-1} \cdot q - 1)}{q - 1} = a \frac{q^n - 1}{r}$$

ACCUMULAZIONE INIZIALE



$$A_0 = A_n \cdot \frac{1}{q^n} = a \frac{q^n - 1}{r \cdot q^n}$$

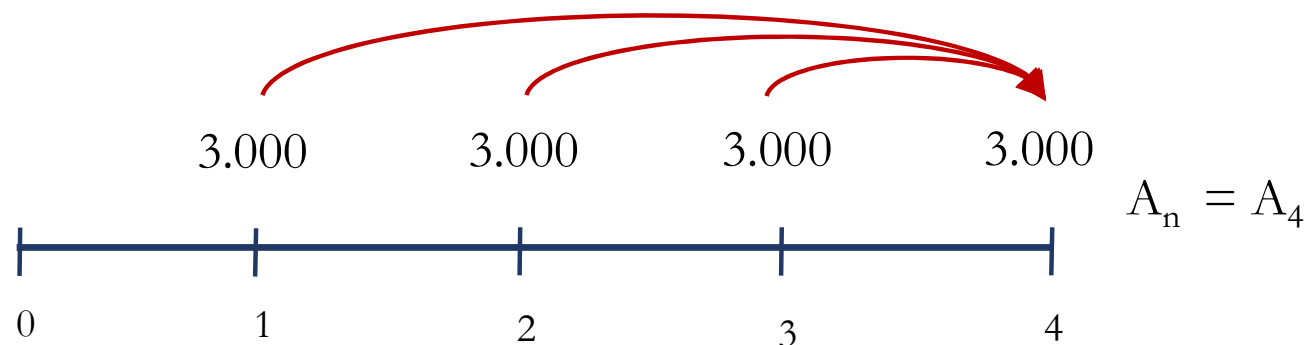
ACCUMULAZIONE INTERMEDIA



$$A_m = A_0 \cdot q^m = a \frac{q^n - 1}{r \cdot q^n} q^m$$

ESERCIZIO

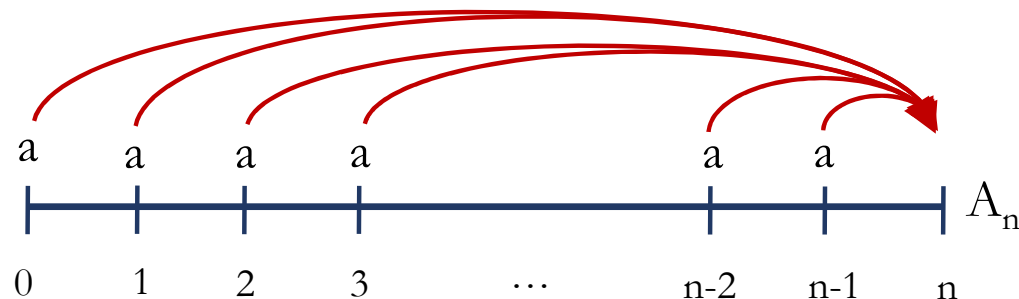
Si abbia da oggi per diritto, alla fine di ogni anno e per 4 anni consecutivi, un reddito di € 3.000,00. Supposto che le esigibilità di tutti i redditi avvenga alla fine del 4° anno, determinare l'ammontare complessivo ritraibile. Sia **r (saggio di attualizzazione)** = 3%



$$A_4 = 3.000 \frac{(1 + 0,03)^4 - 1}{0,03} = 12.550,88 \text{ €}$$

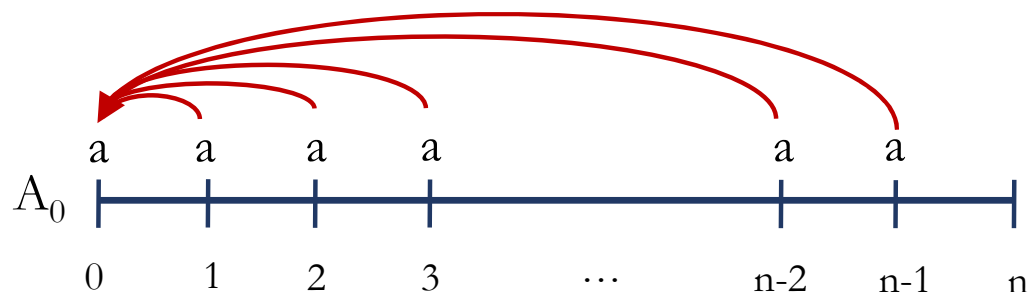
LE ANNUALITA' COSTANTI ANTICIPATE LIMITATE

ACCUMULAZIONE FINALE



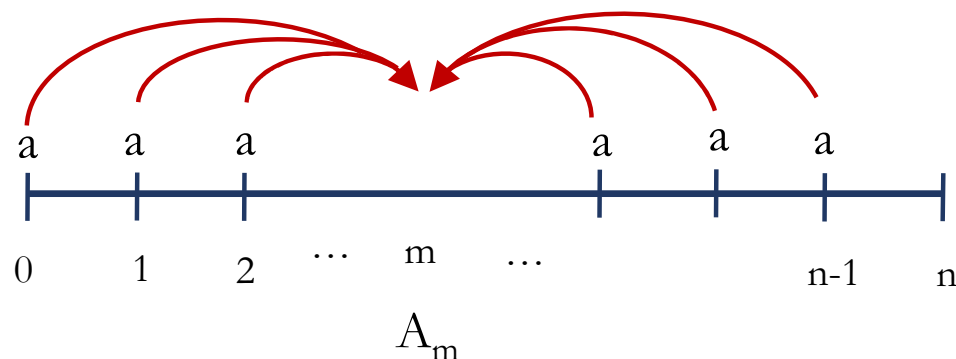
$$A_n = \boxed{q} a \frac{q^n - 1}{r}$$

ACCUMULAZIONE INIZIALE



$$A_0 = \boxed{q} a \frac{q^n - 1}{r \cdot q^n}$$

ACCUMULAZIONE INTERMEDIA

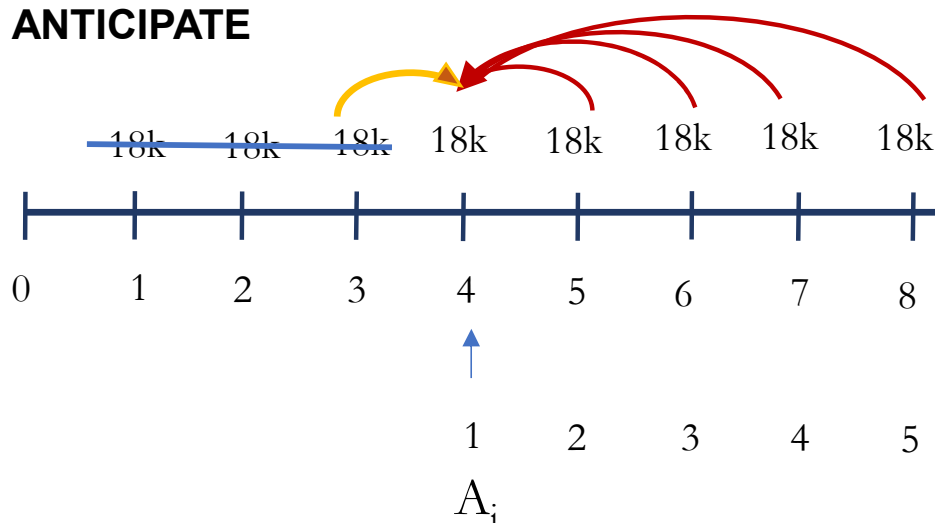


$$A_m = A_0 \cdot q^m = \boxed{q} a \frac{q^n - 1}{r \cdot q^n} q^m$$

ESERCIZIO

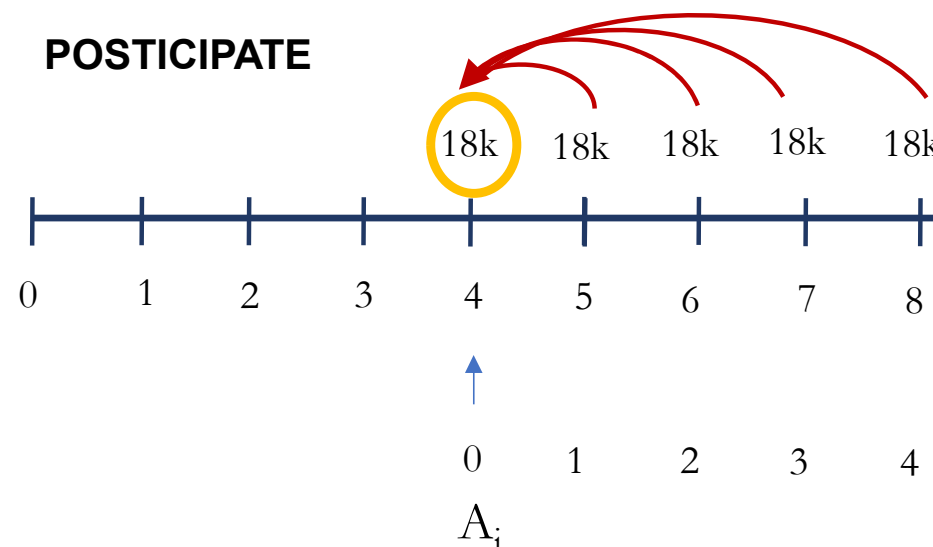
La fornitura di un impianto viene pagata in otto rate fisse annuali posticipate di €18.000 ciascuna. Dopo aver pagato la terza rata, in occasione della scadenza della quarta rata si vuole mettere da parte l'intero capitale per saldare il debito nei rimanenti anni. Quanto devo mettere da parte se il tasso di interesse del mio capitale è del 6%?

ANTICIPATE



$$A_i = 1,06 \cdot 18.000 \cdot \frac{1,06^5 - 1}{0,06 \cdot 1,06^5} = 80.372 \text{ €}$$

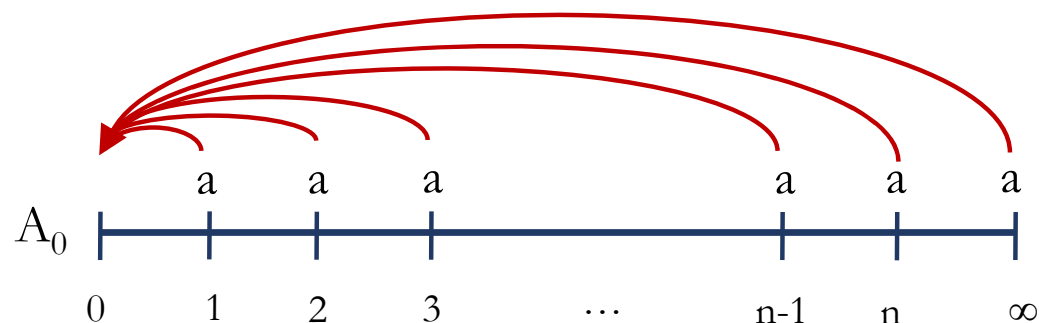
POSTICIPATE



$$A_{i-1} = 18.000 \cdot \frac{1,06^4 - 1}{0,06 \cdot 1,06^4} = 62.372 \text{ €}$$

$$A_i = 18.000 + 62.372 = 80.372 \text{ €}$$

LE ANNUALITA' COSTANTI POSTICIPATE ILLIMITATE



La determinazione dell'accumulazione finale (A_n) e intermedia (A_m) non è rilevante

ACCUMULAZIONE INIZIALE

$$A_0 = a \frac{q^n - 1}{r q^n} \longrightarrow A_0 = a \frac{q^\infty - 1}{r q^\infty} = \frac{a q^\infty}{r q^\infty} \longrightarrow A_0 = \frac{a}{r}$$

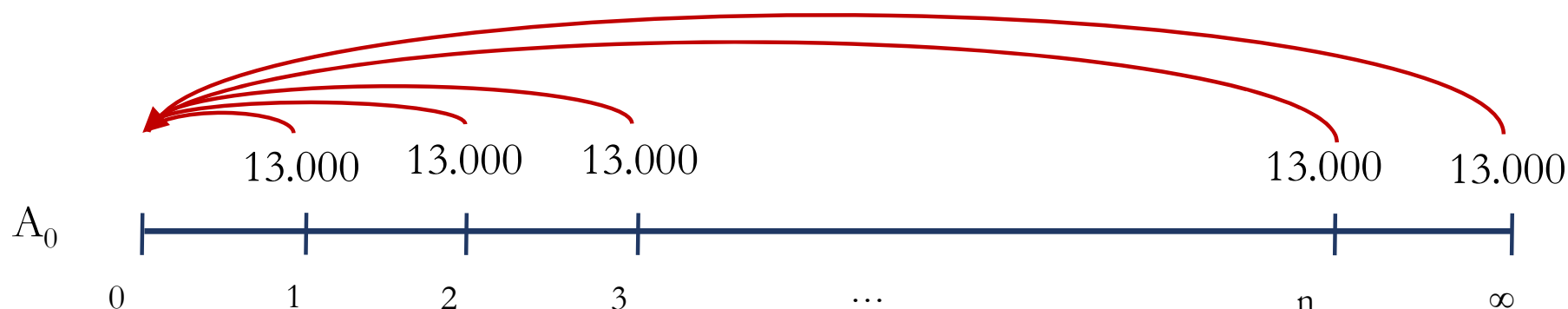
ANNUALITA' COSTANTI
POSTICIPATE LIMITATE

**formula di capitalizzazione dei redditi
annui, costanti, posticipati, illimitati.**

ESERCIZIO

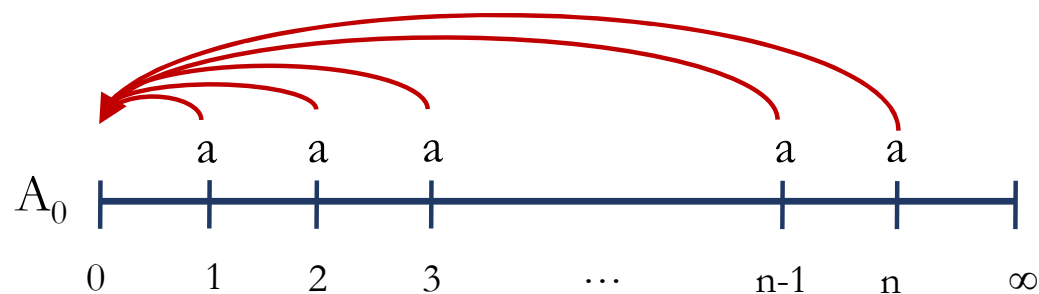
Un industria metallurgica stima che annualmente accumula un danno da interruzione di esercizio per malfunzionamento dei macchinari e successivo rallentamento della produzione pari a € 10.000. Le spese medie annue complessive posticipate sostenute dall'industria per riparare i macchinari ammontano a € 3.000. Quale sarà il valore dello sviluppo di una tecnologia che consenta di evitare il blocco dei macchinari (valore del danno evitato) supponendo continua la durata del ciclo produttivo e un saggio di **capitalizzazione** al 4%

$$R_n = 10.000 + 3.000 = 13.000$$



$$A_0 = \frac{13.000}{0,04} = 325.000 \text{ €}$$

LE ANNUALITA' COSTANTI ANTICIPATE ILLIMITATE



La determinazione dell'accumulazione finale (A_n) e intermedia (A_m) non è rilevante

ACCUMULAZIONE INIZIALE

$$A_0 = q \frac{a}{r}$$

Formula che trova scarsa applicazione

LA CAPITALIZZAZIONE DEI REDDITI

Definizione

Procedura attraverso cui un flusso di valori (redditi o costi, debiti o crediti) è trasformato in un capitale attuale, a determinare il valore di capitalizzazione.

Il valore di capitalizzazione

- Aspetto economico autonomo (valore di capitalizzazione è diverso dal valore di mercato): valutazione del diritto dell'usufruttuario, accumulazione di spese sostenute o sostenibili, valutazione di un immobile capace di fornire redditi, prescindendo dal valore di mercato.
- Procedimento analitico per la determinazione del più probabile valore di mercato: nel caso in cui venga utilizzato per conoscere il valore di mercato di un bene capace di generare redditi

LA CAPITALIZZAZIONE DEI REDDITI

La capitalizzazione dei redditi ha due postulati:

Economico:

- **Un bene vale quanto rende**

Tale ipotesi non è scontata: talvolta il mercato apprezza un bene soprattutto in vista di *capital gains*.

Finanziario:

- **Possibilità di stimare saggi e redditi futuri dell'immobile**

Tale ipotesi è nota anche come principio di **permanenza delle condizioni**.

LA CAPITALIZZAZIONE DEI REDDITI

Capitale Proprio	-	Capitale Debito
ECONOMICO	-	FINANAIZARIO

LA CAPITALIZZAZIONE DEI REDDITI

Redditi limitati

Ad esempio: fabbricati industriali e commerciali.

$$V = R \frac{q^n - 1}{rq^n} + \frac{V_{res}}{q^n}$$

Redditi illimitati

Ad esempio, gran parte delle abitazioni recenti.


$$V = \frac{R}{r}$$

- Il valore di capitalizzazione calcola il valore attuale dei redditi percepiti, al netto delle eventuali spese sostenute.

QUOTA DI REINTEGRAZIONE

La quota di reintegrazione (Q_{re}) è quella somma di denaro (**annualità costante e posticipata**) che viene accumulata per un certo numero di anni allo scopo di costituire/rinnovare un capitale per un determinato scopo.

$$a = A_n \frac{r}{q^n - 1} = Q_{re}$$

ESERCIZIO

Un'azienda acquista un macchinario per il prezzo di € 30.000. Supposta una durata economica di 12 anni e un valore residuo al 12° anno uguale € 5.000, quanto dovrà l'azienda annualmente accantonare per avere dopo 12 anni la somma necessaria per acquistare lo stesso macchinario allo stesso prezzo. Sia $r = 5\%$.

$$Q_{re} = 25.000 \frac{0,05}{(1+0,05)^{12} - 1} = 1.570 \text{ €}$$

QUOTA DI AMMORTAMENTO

La quota di ammortamento(Q_{amm}) è quella somma di denaro (**annualità costante, limitata, posticipata**) che deve essere corrisposta per estinguere, in un determinato numero di anni n , un debito contratto inizialmente.

$$a = A_0 \frac{r q^n}{q^n - 1} = Q_{\text{amm}}$$

$$Q_{\text{amm}} = Q_c + Q_i$$


dove:

- Q_c quota capitale: restituzione di parte del capitale preso a prestito;
- Q_i quota interessi: pagamento degli interessi, calcolata via via sul capitale residuo da pagare.

PIANO DI AMMORTAMENTO

è quel prospetto che evidenzia l'andamento della quota di ammortamento, ovvero la quota di capitale e la quota di interessi

Il piano di ammortamento è formato da più colonne disposte da sinistra verso destra nel seguente ordine:

1. Numero della rata/anno
2. L'ammontare della rata annua costante
3. La quota di interessi
4. La quota di capitale
5. Il debito estinto
6. Il debito residuo

Nel caso di annualità costanti posticipate il piano di ammortamento sarà:

1	2 (costante)	4	3	5	6
Anno	Rata (Q_{am})	Quota capitale (Q_C)	Quota interessi (Q_i)	Debito estinto (DE)	Debito residuo (DR)
n	$Q_{am} = A_0 \times \frac{r q^n}{q^n - 1}$	$Q_{amm}(n) - Q_i(n)$	$DR_{(n-1)} * r$	$DE(n-1) + Q_C(n)$	$DR_{(n-1)} - Q_C(n)$

dove n è l'annualità in corso, A_0 è il capitale da estinguere.

ESERCIZIO

Mi rivolgo ad un istituto di credito per ottenere un finanziamento prima casa di durata 10 anni per l'ammontare di 100,000 Euro a un tasso del 2.0%.

Costruire un piano di ammortamento

MUTUO = PRESTITO DA ISTITUTO FINANZIARIO

Prestito (A0) - Capitale Iniziale	\$	100,000
Periodo Restituzione (n)		10 Anni
Tasso interesse (r)		2.00%

qn		1.219
Quota Ammortamento	\$	11,132.65

	1	2	4	3	5	6
PIANO DI AMMORTAMENTO	Anni	Rata (Qamm)	Q Capitale	Q Interessi	Debito Estinto	Debito Residuo
	0					
	1					
	2					
	3					
	4					
	5					
	6					
	7					
	8					
	9					
	10					

PERIODICITÀ O POLIANNUALITÀ

Le periodicità o poliannualità (P) sono prestazioni finanziarie che si ripetono ad intervalli regolari, multipli dell'anno (es. debiti, crediti, erogazioni, spese, ecc.)

Il turno o periodo è l'intervallo di tempo che intercorre tra il verificarsi due successivi valori periodici.

Si indica con

n = il numero di anni del periodo o turno;

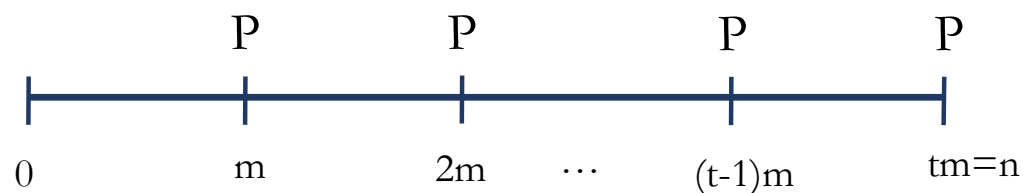
t = il numero dei turni o periodi

P = l'ammontare di ciascuno dei valori poi animali

Si possono studiare i seguenti casi nel caso di periodicità costanti:

1. Periodicità costanti posticipate limitate
 2. Periodicità costanti anticipate limitate
 3. Periodicità costanti posticipate illimitate
 4. Periodicità costanti anticipate illimitate
-

PERIODICITÀ COSTANTI LIMITATE POSTICIPATE



m = numero di anni nel periodo
 t = numero di periodi

ACCUMULAZIONE FINALE

$$A_{tm} = P \frac{q^{tm} - 1}{q^m - 1}$$

ACCUMULAZIONE INIZIALE

$$A_0 = P \frac{q^{tm} - 1}{q^m - 1} \frac{1}{q^{tm}}$$

ACCUMULAZIONE INTERMEDIA

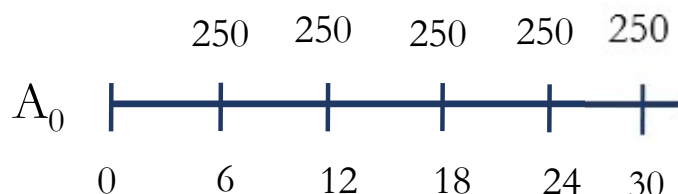
$$A_m = A_0 q^i$$

con i il tempo che intercorre tra l'anno 0 e l'anno intermedio tn

PERIODICITÀ COSTANTI POSTICIPATE LIMITATE

ESERCIZIO

Si supponga che un macchinario richieda ogni sei anni una spesa per la manutenzione di € 250. Supposta durata economica del macchinario di 30 anni, si vuole conoscere la spesa complessiva per la manutenzione riferita alla fine del ciclo produttivo e la quota annua posticipata relativa a detta spesa. Sia $r = 5\%$



$$A_{24} = 250 \frac{1,05^{30} - 1}{1,05^6 - 1} = 2.442 \text{ € (spesa complessiva al 30° anno)}$$

$$a = 2.442 \frac{0,05}{1,05^{30} - 1} = 37 \text{ € (spesa media annua – Quota reintegrazione)}$$

PERIODICITÀ COSTANTI POSTICIPATE ILLIMITATE



ACCUMULAZIONE INIZIALE

$$A_0 = \frac{P}{(q^m - 1)}$$

ESERCIZIO

Un arboreto dà un reddito infinito netto di 10.000 € ogni 20 anni. Si vuole conoscere il valore del bosco. Sia $r = 5\%$.

$$A_0 = \frac{10.000}{1,05^{20} - 1} = 6,049 \text{ Euro}$$