Esercizio 3

ESERCIZIO 3: Stima della frequenza di un segnale sinusoidale

Questa volta consideriamo un segnale **sinusoidale**, $s(t) = \cos \omega_1 t$, i cui campioni sono nel file `lab3_ex3.mat`

Sia allora $x(n) = w(n) \cos \omega_1 n$

3.1 Determinare un'espressione di $X(\omega)$ in funzione di $W(\omega)$ ed un'approssimazione di $|X(\omega)|$ per $\omega > 0$ che permetta di individuare ω_1 come punto massimale di $|X(\omega)|$

3.2 Scelto lo zero-padding M, calcolare tramite FFT $X(\omega)$ e tracciarne il modulo per $\omega \in \left(-\pi, \pi \frac{M-2}{M}\right)$

3.3 Stimare ω_1 come punto massimale di $|X(\omega)|$, come nel caso precedente

3.4 In questo caso però, i lobi secondari di $W(\omega + \omega_1)$ interferiscono con la posizione del picco di X. Infatti, la stima di ω_1 risulta meno accurata rispetto al caso precendete, indipendentemente dal valore scelto per M.

Un modo per risolvere il problema consiste nel *cambiare la forma della finestra* $w(n)$. Invece di prendere una finestra rettangolare, possiamo prendere una finestra la cui trasformata $\widehat{W}(\omega)$ abbia un **decadimento più rapido**. Si usi la cosiddetta *finestra di Hamming*:

$$\widehat{w}(n) = 0.54 - 0.46 \cos\left(\frac{2\pi n}{N}\right)$$

Tracciare $\widehat{w}(n)$, $\left|\widehat{W}(\omega)\right|$. Infine usare la nuova finestra per stimare ω_1 come valore massimale di $\left|\hat{X}(\omega)\right|$, dove $\hat{x}(n) = \widehat{w}(n) s(n)$

Esercizio 3 – Soluzione

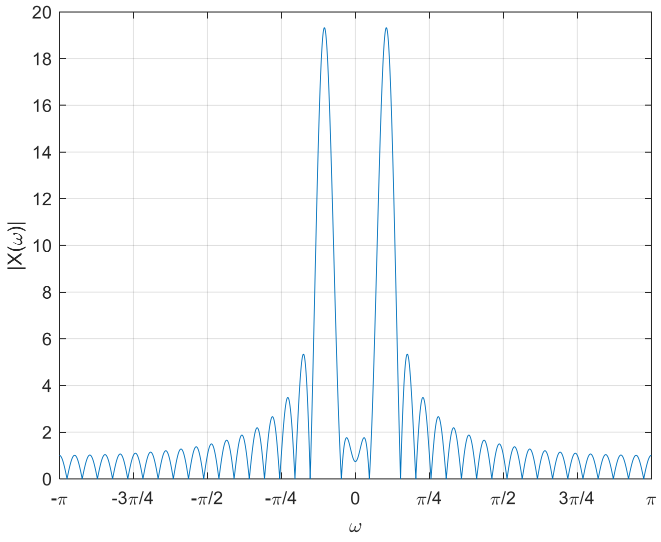
ESERCIZIO 3: Stima della frequenza di un segnale sinusoidale

3.1 Determinare un'espressione di $X(\omega)$ in funzione di $W(\omega)$ e un'espressione approssimata di $|X(\omega)|$ per $\omega > 0$

Per la proprietà di modulazione,

$$X(\omega) = \frac{1}{2}[W(\omega - \omega_1) + W(\omega + \omega_1)]$$

Se i lobi secondari di W decadono abbastanza rapidamente, possiamo dire che, per $\omega > 0$, $X(\omega) \approx W(\omega - \omega_1)$ e quindi $|X(\omega)| \approx |W(\omega - \omega_1)|$. Per le pulsazioni negative usiamo la simmetria (il modulo della TFtd di un segnale reale è pari)



3.2 Scelto il valore di zero-padding M, calcolare e tracciare la stima di $|X(\omega)|$ nell'intervallo $\left(-\pi, \pi\frac{M-2}{M}\right)$

```
load lab3_ex3

% Zero padding
M=2^14;
% Asse delle pulsazioni campionato a 2pi/M ecentrato in zero:
step = 2*pi/M;
omegaFFT = -pi: step: (pi - step);
% Modulo della DTFT campionata e centrata sulla pulsazione zero
X_FFT = fftshift(abs(fft(xCamp,M)));
% Grafico di |X|
figure(1); plot(omegaFFT,X_FFT); grid;
```