Eq. agli autovalori

$$a(x)\frac{d^2}{dx^2}y(x) + b(x)\frac{d}{dx}y(x) + c(x)y(x) = E\,y(x)$$

$y(x), E$ coppie autofunzione autovalore

$x \in [a,b]$ e consideriamo condizioni al contorno $y(a)=0$ e $y(b)=0$

griglia equispaziata

$x_1 = a \quad , \; x_N = b \quad , \; h = \dfrac{b-a}{N-1}$

ho che $\quad y_1 = y(x_1) = 0 \quad$ e $\quad y_N = y(x_N) = 0$

il mio vettore incognito è $\quad \vec{y} = \begin{pmatrix} y_2 \\ y_3 \\ \vdots \\ y_{N-1} \end{pmatrix}$

$$\hat{M}\vec{y} = E\hat{y}$$

$$M = \begin{pmatrix} D_2 & U_2 & & \\ L_3 & D_3 & U_3 & \emptyset \\ \emptyset & & \ddots & \\ & & L_{N-1} & D_{N-1} \end{pmatrix}$$

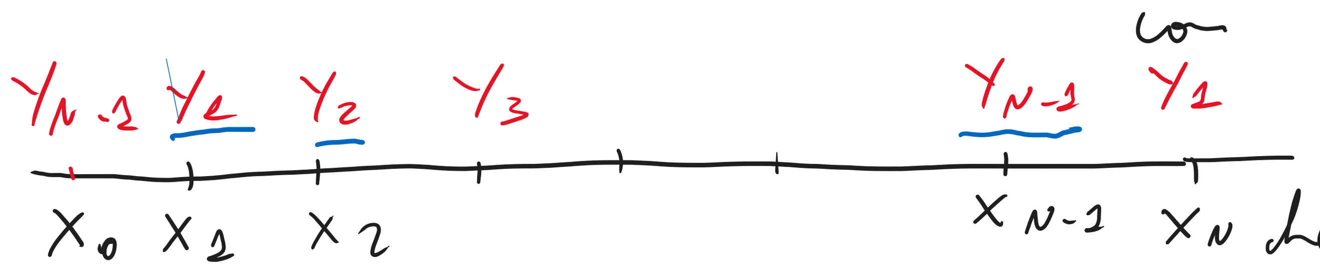
$D_i = \left(-\dfrac{2a_i}{h^2} + c_i\right)$

$U_i = \left(\dfrac{a_i}{h^2} + \dfrac{b_i}{2h}\right)$

$L_i = \left(\dfrac{a_i}{h^2} - \dfrac{b_i}{2h}\right)$

Cosa succede se ho condizioni al contorno periodiche

$y_{i+N-1} = y_i \quad \forall i \quad$ o in generale $y(x+L) = y(x)$ con $L = b-a$



che corrisponde a x_1

allora: $\quad \vec{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_{N-1} \end{pmatrix}$

$$\hat{M}\cdot\vec{y} = E\hat{y}$$

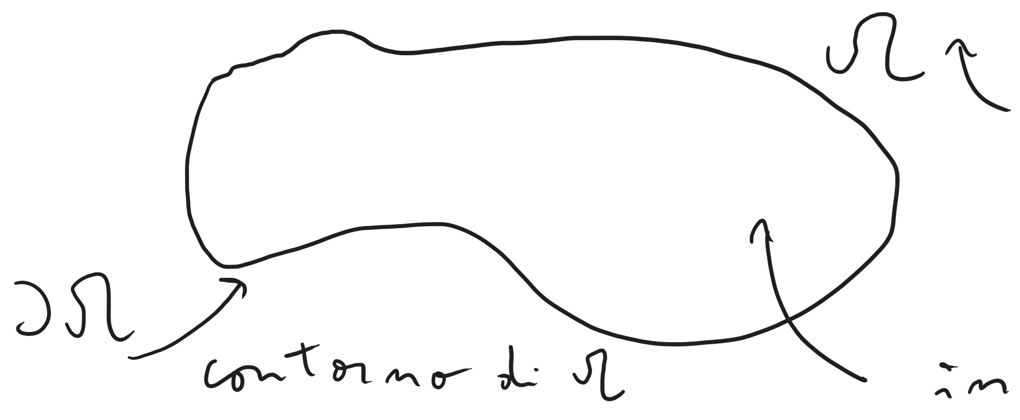
$$\hat{M} = \begin{pmatrix} D_1 & U_1 & & L_1 \\ L_2 & D_2 & U_2 & \\ & & \ddots & \\ U_{N-1} & & L_{N-1} & D_{N-2} \end{pmatrix}$$

EQUAZIONE DI POISSON

problema fisico $\quad \vec{\nabla}\cdot\vec{E}(\vec{r}) = \dfrac{\rho(\vec{r})}{\varepsilon_0}$

$\vec{E}(\vec{r}) = -\vec{\nabla}\phi(\vec{r})$

ϕ potenziale elettrico



dominio entro cui è definito ϕ

in Ω è definita $\rho(\vec{r})$

Vogliamo risolvere $\quad \nabla^2\phi(\vec{r}) = -\dfrac{\rho(\vec{r})}{\varepsilon_0}$

con $\quad \phi(\vec{r}) = g(\vec{r}) \quad$ per $\vec{r} \in \partial\Omega$