

Analisi Matematica 1

Settore dell'Informazione Anno Accademico 778°
(Proff. B. Bianchini, O. Stefani)

Esercitazione n. 12

1) Data la funzione

$$f(x) = |x| \sin x, \quad x \in [-\pi/2, \pi/2],$$

dire se : a) è continua , b) è derivabile, c) è di classe C^1 ,
d) è invertibile , e) l'inversa è derivabile .

2) Data la funzione

$$f(x) = x + e^x, \quad x \in \mathbb{R},$$

dimostrare che è invertibile. Detta g l'inversa , calcolare se esiste $g'(e+1)$.

3) Data la funzione

$$f(x) = 2x - \sin x, \quad x \in \mathbb{R},$$

dimostrare che è invertibile. Detta g l'inversa , calcolare se esiste $g'(2\pi)$.

4) Data la funzione

$$f(x) = e^x + \arccos x + \arctan x - \frac{\pi}{2}, \quad x \in [-1, 1],$$

dimostrare che esiste un intorno $I(0)$ del punto $x = 0$ in cui f è invertibile. Detta g l'inversa di f/I , calcolare se esiste $g'(1)$.

5) Determinare $a, b \in \mathbb{R}$ in modo che la funzione:

$$f(x) = \begin{cases} \arctan(x+1) & \text{per } x \leq 0 \\ a^2 \sin x + b^2 \cos x & \text{per } x > 0, \end{cases}$$

sia di classe C^1 in \mathbb{R} . Si dica poi se per tali valori è anche di classe C^2 .

6) Analogo per la funzione:

$$f(x) = \begin{cases} ae^x & \text{per } x < 0 \\ \sin \frac{x}{a} + b & \text{per } \geq 0, \quad a \neq 0. \end{cases}$$

7) Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-1} & \text{per } x \neq 3 \\ 1/2 & \text{per } x = 3, \end{cases}$$

si dica : a) dove è continua, b) dove è derivabile, c) se ne calcoli poi la derivata .