

Analisi Matematica 1

Settore dell'Informazione Anno Accademico 778°

(Proff. B. Bianchini, O. Stefani)

Esercitazione n. 11

1. Trovare il dominio delle funzioni sottoelencate; dire in quali punti sono continue ed in quali derivabili ; scrivere poi l'equazione della retta tangente nel punto x_0 segnato a fianco. Dire inoltre se esistono punti in cui c'è derivata generalizzata , se ci sono punti angolosi e cuspidi.

(a) $(1 - x^2) \arcsin(x)$, $x = 1$; (b) $(1 - x^2) \operatorname{settcosh}(x)$, $x = 2$

(c) $|x - 1| + |x + 2|$, $x = 0$; (d) $x\sqrt{|x|}$, $x = 0$

e) $\sqrt[4]{x^4}$, $x = 1$; $\operatorname{Sgn}(x)\sqrt{x^4}$, $x = 0$.

2. Discutere continuità e derivabilità della funzione

$$f(x) = x^2 D(x)$$

ove $D(x)$ è la funzione di Dirichlet variata.

3. Dimostrare che l'equazione

$$x^3 = 1 - x$$

ha in $[0,1]$ una ed una sola soluzione.

4. Dimostrare che l'equazione

$$x^2 = \cos x$$

ha due e due sole soluzioni.

5. Trovare l'equazione della retta passante per l'origine e tangente al grafico di e^x .

6. Trovare l'equazione delle rette passanti per l'origine e tangenti al grafico di $x^2 + 1$.

7. Data la funzione $f(x) = x^2$, si trovino le equazioni delle rette tangenti al grafico di f e passanti per $(1, -3)$.

8. Dire per quali $\lambda \in \mathbb{R}$ l'equazione $e^x - \lambda x = 0$ ha soluzioni e quante.

9. Dire per quali $\lambda \in \mathbb{R}$ l'equazione $x^3 - \lambda(x - 1) = 0$ ha soluzioni e quante.

10. Al variare di $\alpha \in \mathbb{R}^+$ discutere continuità e derivabilità in $x = 0$ della seguente funzione:

$$f(x) = \begin{cases} |x|^\alpha \cos\left(\frac{1}{x^2}\right) & \text{per } x \neq 0 \\ 0 & \text{per } x = 0 . \end{cases}$$