Limiti $\quad \lg\left(e^{2x} - 3e^{x} + 2\right)$

$$(-\infty, 0) \cup (\lg 2, +\infty)$$

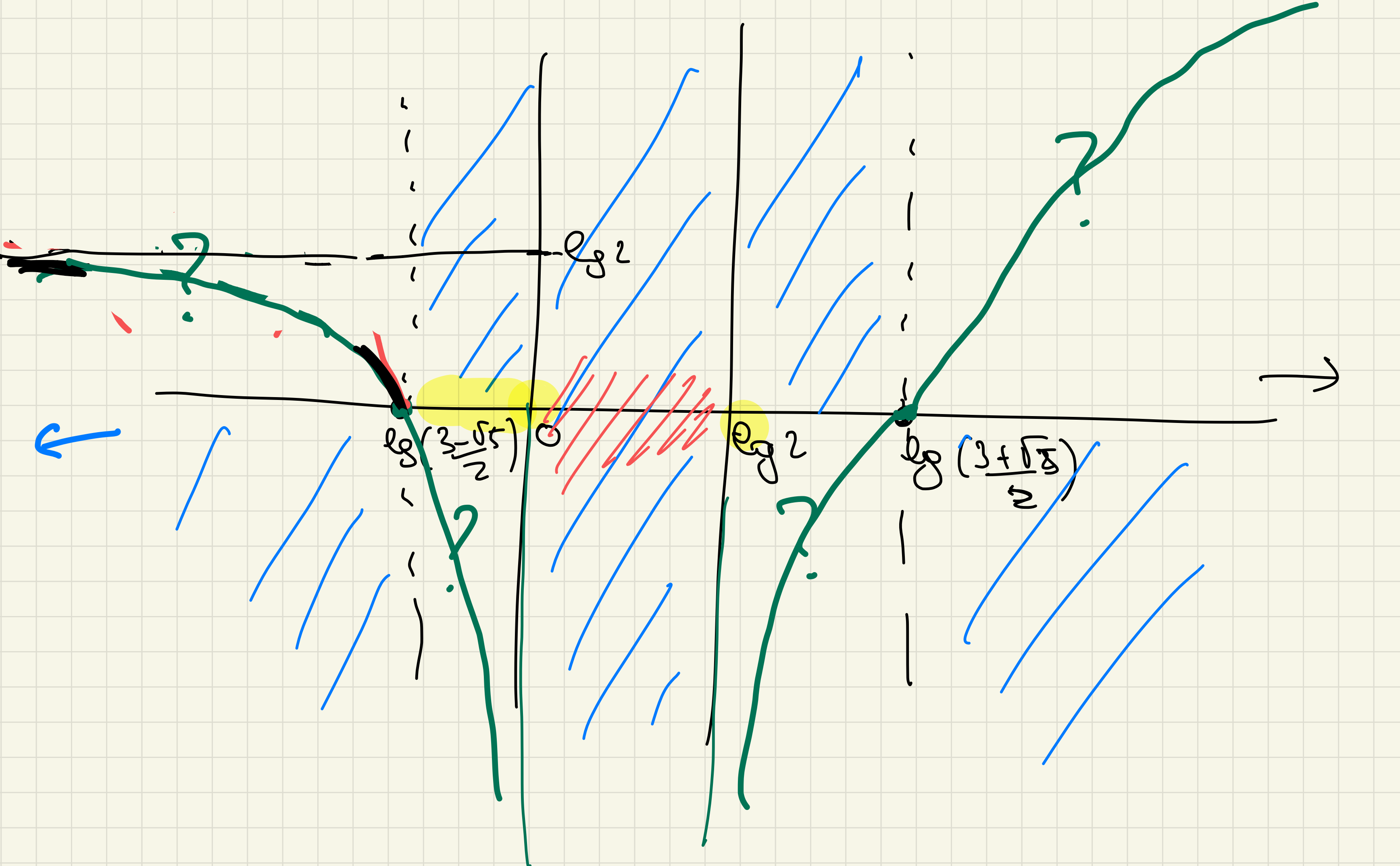
$$\lim_{x\to-\infty} \lg\left(\overset{\to 0}{e^{2x}} - \overset{\to 0}{3e^{x}} + \overset{=2}{2}\right) = \lg 2$$

$x \to -\infty \qquad \lim_{x\to-\infty} e^{x} = 0 \qquad \lim_{x\to-\infty} e^{2x} = 0$

$$\lim_{x\to+\infty} \lg\left(e^{2x} - 3e^{x} + 2\right)$$

$e^{2x} \to +\infty \qquad e^{x} \to +\infty$

$$\lim_{x\to+\infty} e^{2x} - 3e^{x} + 2 = \text{f.i. } +\infty - \infty =$$



lg 2
lg((3-√5)/2)
0
lg 2
lg((3+√5)/2)

$$\rightarrow \lim_{x\to+\infty} \underbrace{\lg\left(e^{2x}-3e^{x}+2\right)}_{} = \lim_{y\to+\infty} \lg y = +\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty} \underbrace{e^{2x}-3e^{x}+2}_{} = +\infty - \infty \quad \text{f. indeterm.}$$

$e^{2x} \to +\infty$, $3e^{x} \to +\infty$

$$e^{2x} = (e^{x})^2$$

= raccolgo termine di grado massimo

$$= \lim_{x\to+\infty} e^{2x}\left[1-\frac{3}{e^{x}}+\frac{2}{e^{2x}}\right] = +\infty \cdot 1 = +\infty$$

$e^{2x} \to +\infty$, $\left[\;\right] \to 1-0+0$

$$e^{2x}\cdot\frac{1}{e^{x}} = (e^{x})^{2}\cdot\frac{1}{\cancel{e^{x}}} = e^{x}$$

$$\lim_{x \to 0^-} \log(\underbrace{e^{2x} - 3e^x + 2}_{\downarrow 0^+}) = \lim_{y \to 0^+} \log y = -\infty$$

$$e^{2x} - 3e^x + 2 \to e^0 - 3e^0 + 2 = 1 - 3 + 2 = 0$$

$$\lim_{\underbrace{x \to (\log 2)^+}} \log(\underbrace{e^{2x} - 3e^x + 2}_{\downarrow 0^+}) = \lim_{y \to 0^+} \log y = -\infty$$

$$e^{2x} - 3e^x + 2 \to e^{2\log 2} - 3e^{\log 2} + 2 =$$

$$= e^{\log 2^2} - 3\underbrace{e^{\log 2}} + 2 =$$

$$a \log b = \log b^a$$

$$= 2^2 - 3 \cdot 2 + 2 = 0$$

$$= 4 - 6 + 2$$

(DISCONTINUITÀ)

<u>Definizioni</u> (PUNTI DI SINGOLARITÀ per f)

$f: D \to \mathbb{R}$

$x_0 \notin D$ cioè $\nexists f(x_0)$

$x_0 \notin D$ e che sia di accumulazione per D

① Si dice che x_0 è un pto di <u>SINGOLARITÀ</u> <u>ELIMINABILE</u> per f (singolarità di 3ª specie)

se $\lim_{x \to x_0} f(x) = \underline{\underline{L}} \in \mathbb{R}$

$\boxed{L = f(x_0)}$

↓

in questo caso AGGIUNGO x_0 al dominio.

Quindi f avrà dominio $D \cup \{x_0\}$ e $f(x_0) = L$

ESTENDO f a una funzione CONTINUA in x_0

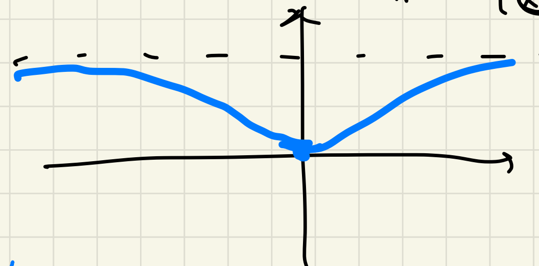
estensione continua di f.

es $f(x) = e^{-\frac{1}{x^2}}$

$D = (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$

$= \mathbb{R} \setminus \{0\} = \{x \neq 0\}$

$\lim_{x \to 0} e^{-\frac{1}{x^2}} = 0$



$x \to 0$ $\quad \underbrace{x^2 \to 0^+} \quad \underbrace{\frac{1}{x^2} \to +\infty} \quad \underbrace{-\frac{1}{x^2} \to -\infty}$

$x = 0$ è pto di SINGOLARITÀ ELIMINABILE.

lo aggiungo a D ponendo $\boxed{f(0) = 0}$

f ha dominio esteso tutto $\mathbb{R}$, ed è continua in $\mathbb{R}$

② x_0 si dice un pto di SINGOLARITÀ di SALTO (o di prima specie)

se $\lim_{x \to x_0^+} f(x) = L \in \mathbb{R}$

$\lim_{x \to x_0^-} f(x) = M \in \mathbb{R}$

$L \neq M$

---

es $f(x) = \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{x}\right)$ $D = \{x \neq 0\} = (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$

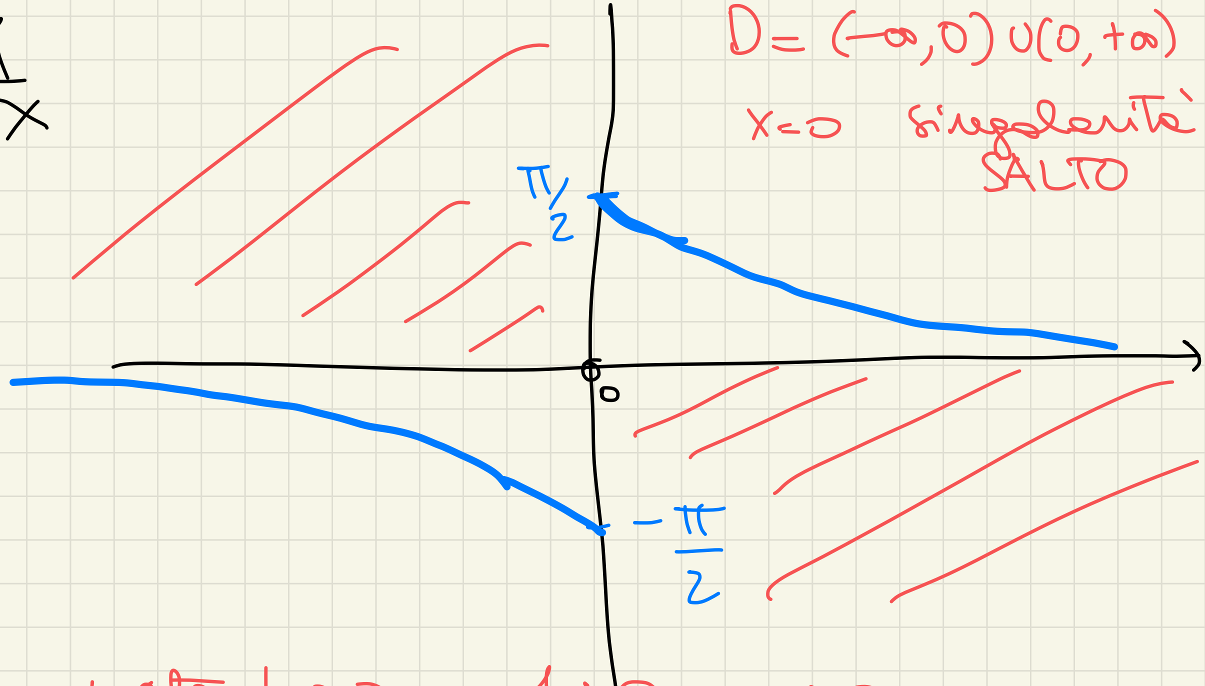
$\lim_{x \to 0^+} \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{x}\right) = \lim_{y \to +\infty} \operatorname{arctg} y = \frac{\pi}{2}$

$\lim_{x \to 0^-} \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{x}\right) = \lim_{y \to -\infty} \operatorname{arctg} y = -\frac{\pi}{2}$

$\operatorname{arctg} \frac{1}{x}$

$D = (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$

$x = 0$ singolarità di SALTO



$f(x) > 0$ se $\operatorname{arctg} \frac{1}{x} > 0 \Rightarrow \frac{1}{x} > 0 \quad x > 0$

$\operatorname{arctg}\left(-\frac{1}{x}\right) = -\operatorname{arctg} \frac{1}{x}$ DISPARI

$$\lim_{x \to +\infty} \operatorname{arctg} \Big(\underbrace{\frac{1}{x}}_{\to 0}\Big) = \operatorname{arctg} 0 = 0 = \lim_{x \to -\infty} \operatorname{arctg} \Big(\overbrace{\frac{1}{x}}^{\to 0}\Big)$$

③ x_0 è singolarità di 2^a specie

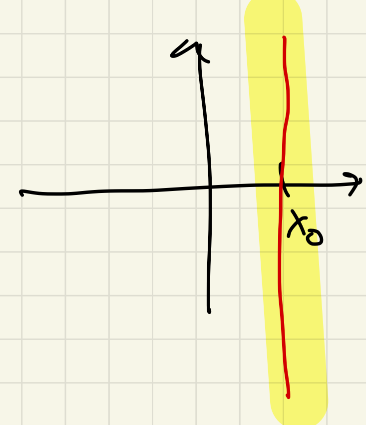
se $\lim_{x \to x_0} f(x) = \pm\infty$

$\lim_{x \to x_0^+} f(x) = \pm\infty$ / L $\quad \lim_{x \to x_0^-} f(x) = L$ / $+\infty$ / $-\infty$

$\lim_{x \to x_0} f(x)$ NON ESISTE

$\nexists \lim_{x \to 0^+} \cos\left(\frac{1}{x}\right) \quad \nexists \lim_{x \to 0^-} \cos\left(\frac{1}{x}\right)$

Definizione (ASINTOTI) $\quad f : D \to \mathbb{R}$



① x_0 singolarità di 2^a specie per f

- se $\lim\limits_{x \to x_0^+} f(x) = \pm\infty$

la retta (verticale) $x = x_0$ è ASINTOTO VERTICALE DESTRO per il grafico di f.

- se $\lim\limits_{x \to x_0^-} f(x) = \pm\infty$

la retta verticale $x = x_0$ è ASINTOTO VERTICALE SINISTRO per il grafico di f

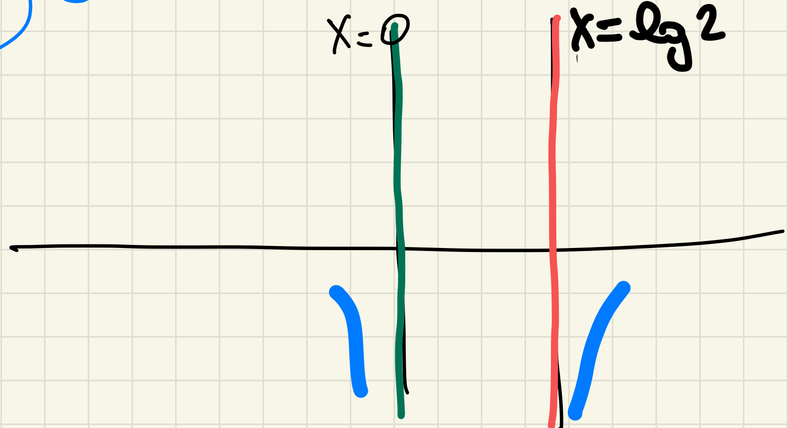
es

$$\lim_{x\to 0^-} \lg\left(e^{2x}-3e^{x}+2\right) = -\infty$$

$$\lim_{x\to (\lg 2)^+} \lg\left(e^{2x}-3e^{x}+2\right) = -\infty$$

$X=0$ è asintoto VERTICALE SINISTRO

$X=\lg 2$ è asintoto verticale DESTRO



$x = x_0$ è asintoto verticale (dx o sx)

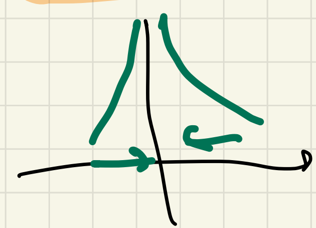
il grafico di f vicino a x_0 (a dx o sx)

si schiaccia sempre più sulla retta verticale $x = x_0$

(il grafico diventa sempre più simile a retta verticale)

es $\frac{1}{x^2} = f(x)$ $\qquad \lim_{x \to 0^+} \frac{1}{x^2} = +\infty \qquad \lim_{x \to 0^-} \frac{1}{x^2} = +\infty$

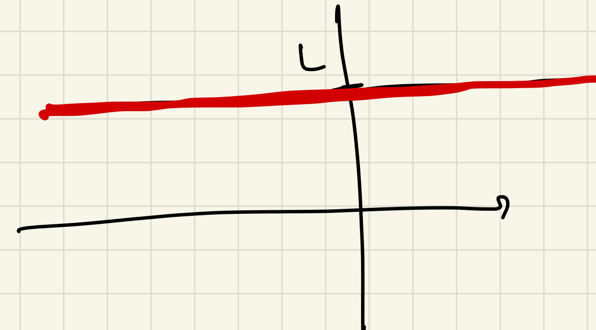
$\boxed{x = 0 \text{ è ASINTOTO VERTICALE}}$



② Se D è illimitato superiormente

e

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = L \in \mathbb{R}$$



la retta orizzontale $y = L$ è ASINTOTO ORIZZONTALE a $+\infty$.

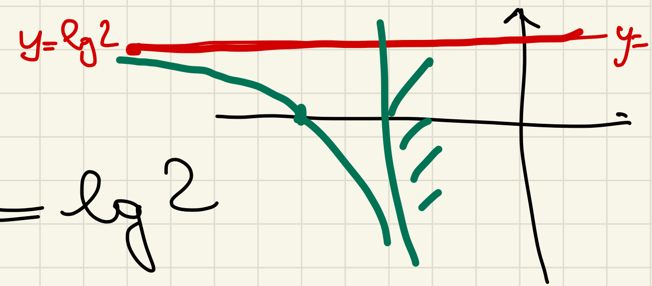
(man mano che $x \to +\infty$, il grafico di f si schiaccia sulla retta orizzontale $y = L$)

$$\lim_{x\to+\infty} \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{x}\right) = 0 \Rightarrow y = 0 \text{ è ASINTOTO ORIZZONTALE a } +\infty$$

③ se D è illimitato inferiormente,

e $\lim_{x \to -\infty} f(x) = L \in \mathbb{R}$

la retta orizzontale $y=L$ è ASINTOTO ORIZZONTALE a $-\infty$.



es $\lim_{x \to -\infty} \lg\left(e^{2x}-3e^{x}+2\right) = \lg 2$

$y=\lg 2$ è ASINTOTO ORIZZONTALE a $-\infty$

Se $\lim_{x \to +\infty} f(x) = \begin{matrix} +\infty \\ -\infty \end{matrix}$ NON HO ASINTOTO ORIZZONT.

$$\lim_{x \to +\infty} \lg\left(e^{2x} - 3e^{x} + 2\right) = +\infty$$

mi chiedo se per $x \to +\infty$ il grafico di f si schiaccia sempre più su una retta NON ORIZZONTALE, ma OBLIQUA

→ retta di eq $y = mx + q$ $\quad m, q \in \mathbb{R}$, $m \neq 0$

Se non ho AS. ORIZZONTALE (se $\lim_{x \to +\infty} f(x) = \begin{smallmatrix} +\infty \\ -\infty \end{smallmatrix}$)

Cerco se esiste (POTREBBE NON ESISTERE)
IN GENERALE NON ESISTE

l'asintoto obliquo $y = mx + q$ $m \neq 0$.

devo trovare m e q

$$0 \neq m = \lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} \qquad \left(f.i.\ \frac{\infty}{\infty}\right)$$

se $\lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$, $= +\infty$, $= -\infty$] NON HO ASINTOTO OBLIQUO.

$$q = \lim_{\underline{\underline{x \to +\infty}}} f(x) - mx$$

$+\infty - \infty$ f.i.

$-\infty + \infty$

se trovo $m \neq 0$ e $q \in \mathbb{R}$.

allora

$$\boxed{y = mx + q \text{ è ASINTOTO OBLIQUO a } +\infty \text{ per } f}$$

(a $-\infty$ tutto uguale)

es

$$\lim_{x\to+\infty} \log\left(e^{2x}-3e^{x}+2\right)=+\infty$$

? esiste AS. OBLIQUO ? a $+\infty$.

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\log\left(e^{2x}-3e^{x}+2\right)}{x} = \lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} \quad \frac{+\infty}{+\infty}$$

$$\underbrace{e^{2x}-3e^{x}+2 = \overbrace{e^{2x}}^{\to+\infty}\cdot\left(\overbrace{1-\frac{3}{e^{x}}+\frac{2}{e^{2x}}}^{\to 1}\right)}$$

$$\lg\left(\underbrace{e^{2x}-3e^{x}+2}\right)=\lg\left[\underbrace{e^{2x}\left(1-\frac{3}{e^x}+\frac{2}{e^{2x}}\right)}\right]$$

$$\lg e^{a}=a \quad \forall a \qquad \lg(ab)=\lg a+\lg b \quad a,b>0$$

$$=\underbrace{\lg\left(e^{2x}\right)}+\lg\left(1-\frac{3}{e^x}+\frac{2}{e^{2x}}\right)$$

$$=\underbrace{2x}_{+\infty}+\lg\left(1-\frac{3}{e^x}+\frac{2}{e^{2x}}\right)=$$

$$\lg(1-0+0)=\lg 1=0$$

$$=\underbrace{x\left[2+\frac{1}{x}\lg\left(1-\frac{3}{e^x}+\frac{2}{e^{2x}}\right)\right]}$$

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{\lg\left(e^{2x} - 3e^{x} + 2\right)}{x} =$$

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{\cancel{x}\left[2 + \frac{1}{x} \cdot \lg\left(1 - \frac{3}{e^{x}} + \frac{2}{e^{2x}}\right)\right]}{\cancel{x}} =$$

$$= \lim_{x \to +\infty} 2 + \frac{1}{x} \cdot \lg\left(1 - \frac{3}{e^{x}} + \frac{2}{e^{2x}}\right) = 2 = m$$

0

$\lg 1 = 0$

devo studiare

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) - mx$$

$$\lim_{x \to +\infty} \log\left(e^{2x} - 3e^{x} + 2\right) - 2 \cdot x =$$

$$= \lim_{x \to +\infty} \cancel{2x} + \log\left(1 - \frac{3}{e^{x}} + \frac{2}{e^{2x}}\right) \cancel{- 2x} = \underset{q}{\underset{\parallel}{0}}$$

$y = 2x$ è AS. OBLIQUO a $+\infty$,