



METODI STATISTICI PER LA BIOINGEGNERIA (B)

PARTE 1: INTRODUZIONE A MATLAB*

A.A. 2024-2025

Prof. Martina Vettoretti

*Alcune slide sono state adattate da quelle del corso di Informatica Medica del prof. Giovanni Sparacino (III anno Ingegneria Biomedica)



MATLAB



MATLAB= MATrix LABoratory.

Matlab è un ambiente per il calcolo numerico e l'analisi statistica che comprende l'omonimo linguaggio di programmazione di alto livello.

L'elemento base di Matlab sono le **matrici**.

Al solito, **matrice M X N** significa matrice ad M righe ed N colonne.

Casi particolari: $M=1$ (vettore riga); $N=1$ (vettore colonna); $M=N=1$ (scalare)





COME OTTENERE MATLAB?



MATLAB richiede l'acquisto di licenza.

L'Università di Padova mette a disposizione una licenza per tutti gli studenti.

Istruzioni su come reperire il numero della licenza studenti e scaricare Matlab si trovano al link:

<https://it.mathworks.com/academia/tah-portal/universita-degli-studi-di-padova-31194939.html>

Nota: Viene chiesto di creare un account MathWorks utilizzando l'email con dominio studenti.unipd.it.

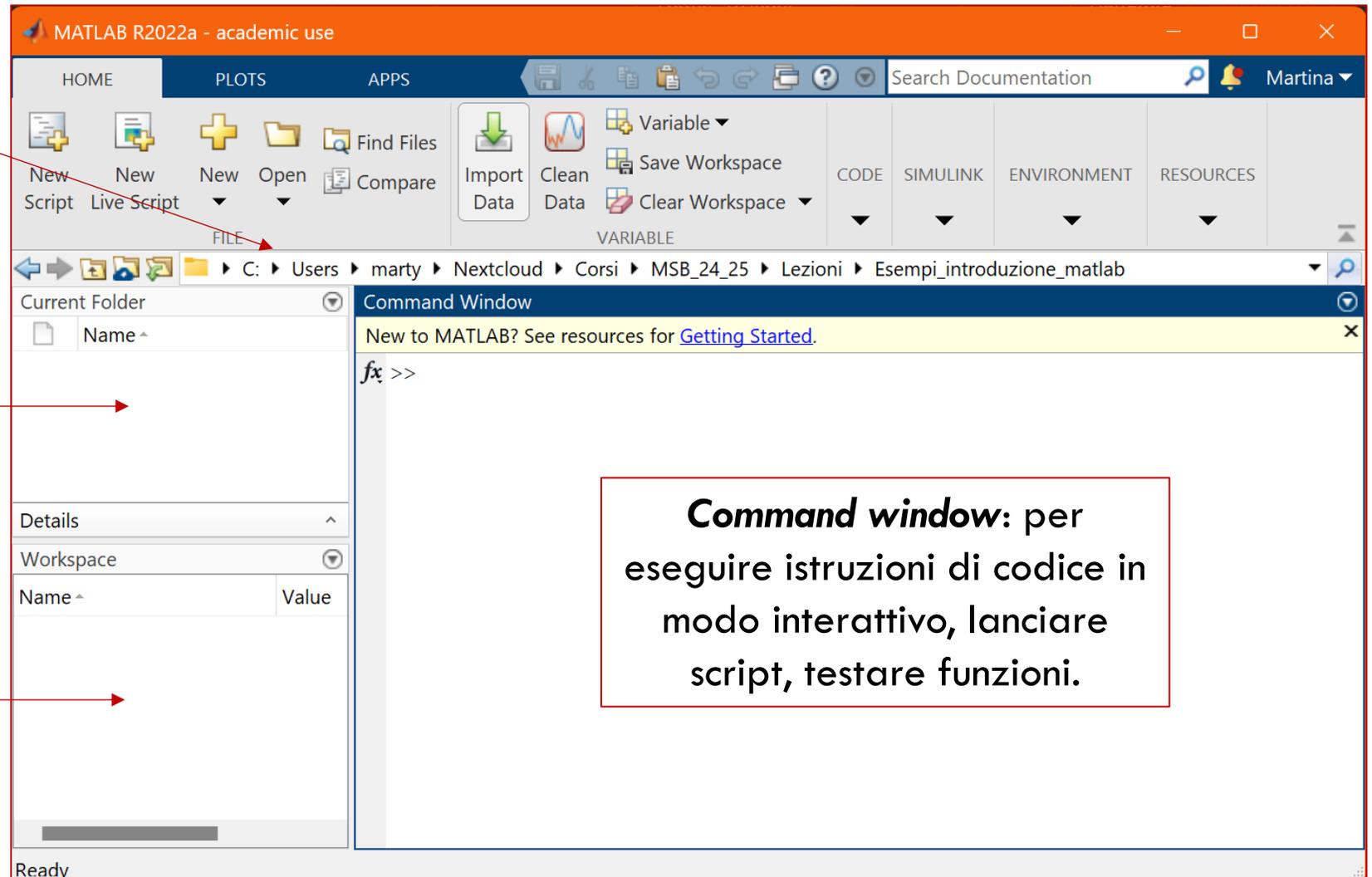
AMBIENTE MATLAB



Percorso (*path*) della cartella di lavoro corrente

Contenuto della cartella di lavoro corrente (*current folder*)

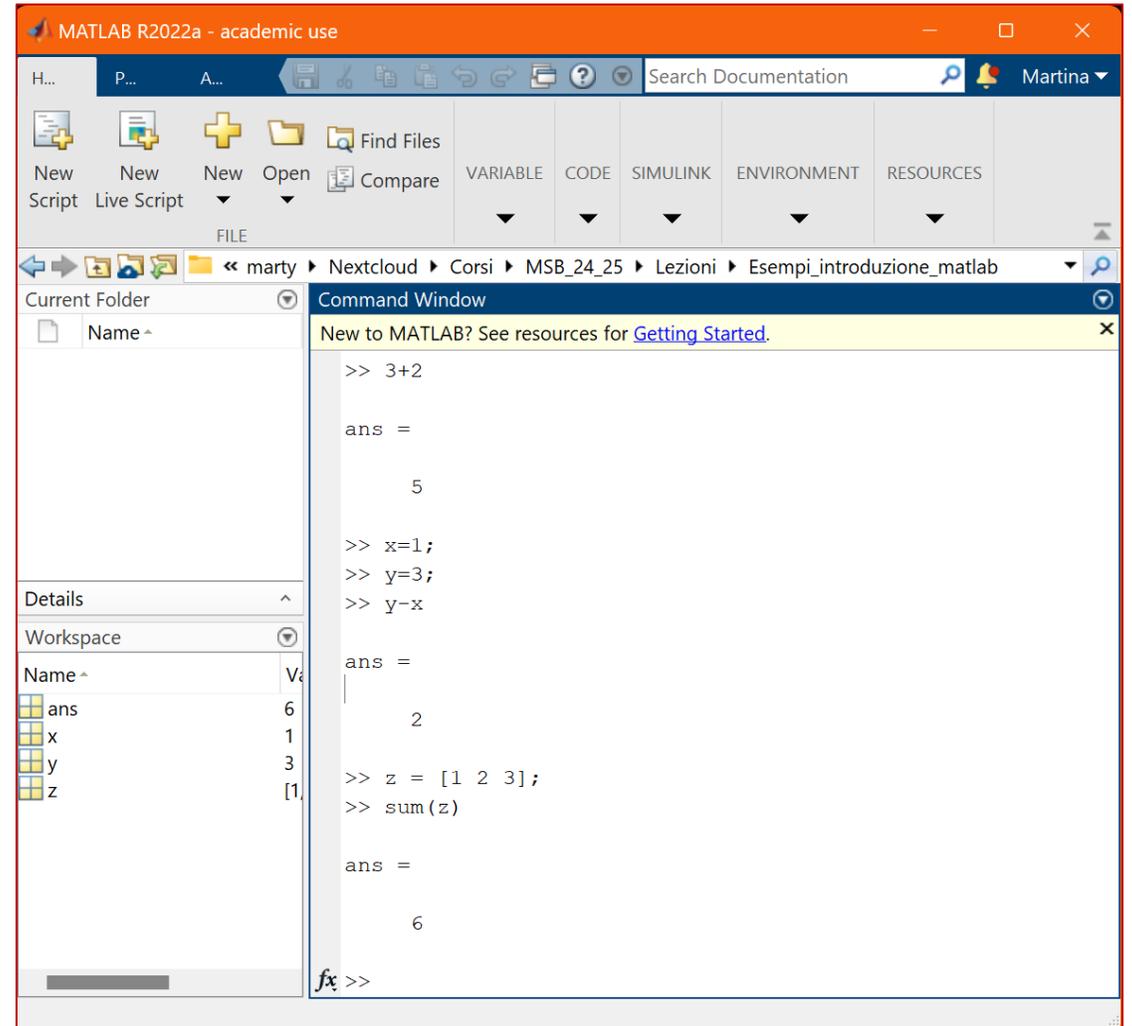
Contenuto dell'ambiente di lavoro corrente (*workspace*): le variabili generate dall'esecuzione di istruzioni sulla command window o script sono visualizzate qui.



Command window: per eseguire istruzioni di codice in modo interattivo, lanciare script, testare funzioni.

- Dalla command window possiamo eseguire operazioni di calcolo come con una calcolatrice ed invocare funzioni o script (ovvero eseguire programmi).
- Se scriviamo delle righe di codice e poi premiamo il tasto invio, Matlab le esegue e stampa i risultati sulla command window.

Le variabili create dall'esecuzione delle righe di codice sulla command window sono apparse nel workspace.



The screenshot shows the MATLAB R2022a interface. The Command Window on the right contains the following code and output:

```
>> 3+2  
ans =  
    5  
  
>> x=1;  
>> y=3;  
>> y-x  
ans =  
    2  
  
>> z = [1 2 3];  
>> sum(z)  
ans =  
    6
```

The Workspace window on the left shows the following variables:

Name	Value
ans	6
x	1
y	3
z	[1, 2, 3]

TERMINARE UN'ISTRUZIONE



- In Matlab ogni istruzione termina quando compare un punto e virgola (;) o si va a capo.
- Se terminiamo l'istruzione con il punto e virgola, Matlab esegue l'istruzione senza stampare nulla sulla command window.
- Se invece terminiamo l'istruzione andando a capo, Matlab stampa il risultato dell'istruzione eseguita sulla command window.

```
>> x = 3
x =
     3
>> y = 4;
fx >>
```

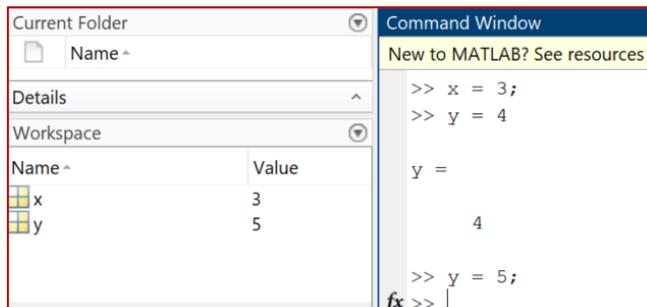
Name	Value
x	3
y	4

- Con il comando **clc** viene pulita la command window, ovvero vengono cancellate tutte le stampe prodotte da precedenti esecuzioni di codice.
- Con l'istruzione **clear all** viene pulito il workspace, ovvero tutte le variabili generate da precedenti esecuzioni di codice vengono cancellate.

CREAZIONE DI VARIABILI



- Matlab non richiede la dichiarazione delle variabili.
- Per creare una nuova variabile basta scrivere il nome della variabile, seguito dall'**operatore =** e il valore da assegnare alla variabile.
- Matlab è **case-sensitive**: la variabile A è diversa dalla variabile a.
- I nomi delle variabili non possono cominciare per un numero, includere spazi e caratteri speciali, e non dovrebbero coincidere con i nomi riservati di comandi (es. for, parola riservata per creare i cicli for) e funzioni già esistenti (es. sum, la funzione di Matlab per sommare gli elementi di un vettore).
- Con l'operatore = posso anche cambiare il valore di una variabile già esistente.



- Crea la variabile x con valore 3.
- Crea la variabile y con valore 4.
- Cambiato il valore della variabile y a 5.



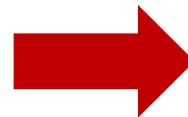
CREARE MATRICI



- Per creare matrici si usano le **parentesi quadre** [].
- Gli elementi di una matrice vanno specificati all'interno delle [].
- Si usa lo spazio per separare elementi che stanno sulla stessa riga, si usa il ; o il carattere 'a capo' per separare elementi che stanno su righe diverse.
- Esempio. Per creare la matrice 2x3 avente gli elementi 1,2,3 sulla prima riga e 4,5,6 sulla seconda riga possiamo usare una delle due istruzioni seguenti.

$$M = [1 2 3; 4 5 6]$$

$$M = [1 2 3 \\ 4 5 6]$$



$$M = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$



CREARE UN VETTORE



- Un vettore è un caso particolare di matrice avente una sola riga (vettore riga) o una sola colonna (vettore colonna).
- La sintassi per creare un vettore è analoga a quella per creare una matrice.
- Esempio:
 - $v = [10\ 2\ 4\ 15]$ → crea un vettore riga di nome v con elementi 10, 2, 4, 15
 - $x = [7; 1; 0; 9]$ → crea un vettore colonna di nome v con elementi 7, 1, 0, 9
 - Lo stesso vettore x si può creare con questa istruzione equivalente:

$$x = \begin{bmatrix} 7 \\ 1 \\ 0 \\ 9 \end{bmatrix}$$

ESTRARRE UN ELEMENTO DA UNA MATRICE



- Per estrarre elementi da una matrice si usano le parentesi tonde ().
- All'interno delle **parentesi tonde** vanno specificati gli indici degli elementi da estrarre, in particolare gli indici di riga e di colonna separati dalla virgola , .
- Gli **indici** che contano le posizioni degli elementi all'interno delle matrici sono **interi strettamente positivi** (partono da 1).
- Esempio.
 - **M(1,2)** → restituisce l'elemento sulla prima riga e seconda colonna di M , ovvero 2.
 - **M(2,3)** → restituisce l'elemento sulla seconda riga e terza colonna di M , ovvero 6.

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

ESTRARRE UNA RIGA/COLONNA DA UNA MATRICE



➤ Se al posto degli indici di riga (o di colonna) mettiamo il simbolo due punti $:$, allora andiamo a selezionare tutte le righe (o colonne) della matrice.

➤ Esempio:

▪ $M(1,:)$ → estrae tutta la prima riga di M , il risultato sarà un vettore riga.

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

▪ $M(:,3)$ → estrae tutta la terza riga di M , il risultato sarà un vettore colonna.

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$



ESTRARRE UNA SOTTOMATRICE DA UNA MATRICE



➤ Possiamo usare i due punti : per selezionare più indici consecutivi di riga e di colonna. In questo modo andremo ad estrarre una sottomatrice di elementi.

➤ Esempio:

- $M(1:2,1:2)$ → estrae la sottomatrice di elementi che stanno sulla prima e seconda riga e sulla prima e seconda colonna di M .
- $M(1:2,2:3)$ → estrae la sottomatrice di elementi che stanno sulla prima e seconda riga e sulla seconda e terza colonna di M .

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

ESEMPIO



```
Command Window
New to MATLAB? See resources for Getting Started.

>> A = [4 7 2 5; 1 5 3 9; 4 4 6 8]

A =

     4     7     2     5
     1     5     3     9
     4     4     6     8

>> A(2,3)

ans =

     3

>> A(1,:)

ans =

     4     7     2     5

>> A(:,3)

ans =

     2
     3
     6
```

```
Command Window
New to MATLAB? See resources for Getting Started.

>> A(1:2,2:3)

ans =

     7     2
     5     3

>> A(2:3,3:4)

ans =

     3     9
     6     8

>> A(1:end, 1:2)

ans =

     4     7
     1     5
     4     4

>> A(1:2,2:end)

ans =

     7     2     5
     5     3     9
```



Possiamo usare la parola chiave **end** per indicare l'ultimo indice di riga o l'ultimo indice di colonna.

ESTRARRE ELEMENTI DA UN VETTORE



- Per estrarre elementi da un vettore possiamo usare una sintassi analoga a quella presentata per le matrici.
- Per i vettori riga possiamo omettere l'indice di riga.
- Per i vettori colonna possiamo omettere l'indice di colonna.
- Esempi:
 - $v = [10 \ 2 \ 4 \ 15]$
 - $v(3) \rightarrow$ estrae l'elemento in posizione 3 del vettore v , ovvero 4.
 - La stessa operazione si può eseguire con il comando: $v(1,3)$.
 - $x = [7; 1; 0; 9]$
 - L'elemento in posizione 2 del vettore x si può estrarre con l'istruzione $x(2)$ o $x(2,1)$.

ESEMPIO



```
Command Window
New to MATLAB? See resources for Getting Started.

>> v = [5 7 9 11 13 15]

v =

     5     7     9    11    13    15

>> v(4)

ans =

    11

>> v(1:3)

ans =

     5     7     9
```

```
>> v(3:end)

ans =

     9    11    13    15

>> v(1,4:5)

ans =

    11    13

>> v(1:2,1)
Index in position 1 exceeds array bounds. Index must not exceed 1.
```



Messaggio d'errore perché abbiamo tentato di accedere agli elementi nella seconda riga di v , ma v è un vettore riga, quindi la seconda riga non esiste!

CONCATENAZIONE DI MATRICI



- Possiamo concatenare matrici affiancandole dentro le parentesi quadre, purché siano di dimensioni compatibili.

```
>> A = [1 2 3; 4 5 6]
A =
     1     2     3
     4     5     6
>> B = [1 1; 2 2]
B =
     1     1
     2     2
>> C = [A B]
C =
     1     2     3     1     1
     4     5     6     2     2
```

```
>> D = [1 1 1 1 1; 2 2 2 2 2]
D =
     1     1     1     1     1
     2     2     2     2     2
>> E = [C; D]
E =
     1     2     3     1     1
     4     5     6     2     2
     1     1     1     1     1
     2     2     2     2     2
```

MODIFICARE GLI ELEMENTI DI UNA MATRICE O DI UN VETTORE

- Con l'operatore `=` possiamo cambiare il valore di alcuni elementi di una matrice o di un vettore.

```
>> A
A =
     4     5     6
     4     5     6

>> A(1,:) = 0
A =
     0     0     0
     4     5     6

>> A(1,:) = [3 2 1]
A =
     3     2     1
     4     5     6

>> A(1,:) = A(2,:)
A =
     4     5     6
     4     5     6
```

```
>> v = [1 2 3 4 5 6]
v =
     1     2     3     4     5     6

>> v(1)=0
v =
     0     2     3     4     5     6

>> v(5:6)=[-1 -2]
v =
     0     2     3     4    -1    -2

>> v([1 5 6]) = 100
v =
    100     2     3     4    100    100
```

Nota: qui ho definito un vettore con degli indici non consecutivi di elementi da modificare.

ALLOCAZIONE DINAMICA DELLE VARIABILI



- Matlab non richiede una predichiarazione delle variabili, del loro tipo e della loro dimensione.
- Addirittura Matlab realizza un'allocazione dinamica delle variabili: quando definisco un nuovo elemento in una posizione che eccede la vecchia dimensione della matrice, gli altri elementi vengono definiti automaticamente e posti a 0.

```
>> A = 1  
  
A =  
  
    1  
  
>> A(3,3)=1  
  
A =  
  
    1    0    0  
    0    0    0  
    0    0    1
```



FUNZIONI BUILT-IN E TOOLBOX



- Nella sua versione base, Matlab ci offre tantissime funzioni built-in che possono esserci utili.
- Ci sono inoltre molti toolbox che possono essere scaricati ed installati per estendere le funzionalità di Matlab.
- I toolbox che useremo in questo corso sono (installazione raccomandata):
 - Statistics and Machine Learning Toolbox
 - Signal Processing Toolbox
 - Econometrics Toolbox
 - Optimization Toolbox
 - Curve Fitting Toolbox
 - Global Optimization Toolbox



INVOCARE UNA FUNZIONE



- In Matlab una funzione si invoca in questo modo:

`nome_funzione(x1,x2,..., xn)`

dove x_1, x_2, \dots, x_n sono gli argomenti di ingresso della funzione necessari per la sua esecuzione.

- Se non specifichiamo gli argomenti di uscita, i risultati della funzione saranno salvati in una variabile di nome `ans`, creata da Matlab.
- Altrimenti possiamo salvarli in variabili di uscita y_1, y_2, \dots, y_m da noi definite:

`[y1,y2,...,ym] = nome_funzione(x1,x2,..., xn)`

DETERMINARE LA DIMENSIONE DI VARIABILI



Funzioni built-in per determinare la dimensione di vettori e matrici:

- $[nr, nc] = \text{size}(M) \rightarrow$ restituisce un vettore in cui il primo elemento, nr , è il numero di righe di M , il secondo elemento, nc , è il numero di colonne di M
- $\text{size}(M,1) \rightarrow$ restituisce il numero di righe di M
- $\text{size}(M,2) \rightarrow$ restituisce il numero di colonne di M
- $\text{length}(X) \rightarrow$ restituisce il numero di elementi del vettore X

ESEMPIO



```
A =  
    1    2    3  
    4    5    6  
  
>> size(A)  
ans =  
     2     3  
  
>> size(A,1)  
ans =  
     2  
  
>> size(A,2)  
ans =  
     3  
  
>> [n,m] = size(A)  
n =  
     2  
  
m =  
     3
```

```
>> v = [1 2 3 4 5 6 7]  
  
v =  
     1     2     3     4     5     6     7  
  
>> length(v)  
ans =  
     7  
  
>> n = length(v);  
>> n  
  
n =  
     7
```



GENERAZIONE DI VETTORI CON ELEMENTI EQUISPAZIATI

- E' possibile generare vettori con elementi equispaziati usando un'istruzione del tipo:

`nome_vettore = [valore_iniziale:passo:valore_finale]`

con parentesi quadre che si possono omettere.

- Esempio. L'istruzione `x = [6:3:30]` genera un vettore con elementi che vanno da 6 a 30 con passo 3, ovvero il vettore risultante sarà:

`x = [6 9 12 15 18 21 24 27 30]`

- Se il passo viene omesso esso sarà posto di default pari a 1.

```
>> x = 3:2:15
x =
     3     5     7     9    11    13    15

>> y = 3:10
y =
     3     4     5     6     7     8     9    10
```



GENERAZIONE DI MATRICI/VETTORI CON ELEMENTI RIPETUTI



- $A = \text{zeros}(nr, nc) \rightarrow$ genera una matrice A di dimensione $nr \times nc$ con tutti elementi pari a 0
 - $x = \text{zeros}(n, 1) \rightarrow$ genera un vettore colonna x con n elementi pari a 0
 - $x = \text{zeros}(1, n) \rightarrow$ genera un vettore riga x con n elementi pari a 0
- $A = \text{ones}(nr, nc) \rightarrow$ genera una matrice A di dimensione $nr \times nc$ con tutti elementi pari a 1
 - $x = \text{ones}(n, 1) \rightarrow$ genera un vettore colonna x con n elementi pari a 1
 - $x = \text{ones}(1, n) \rightarrow$ genera un vettore riga x con n elementi pari a 1
- $A = \text{eye}(n) \rightarrow$ genera una matrice identità A di dimensione $n \times n$
- $A = \text{diag}(x) \rightarrow$ genera una matrice diagonale avente sulla diagonale principale gli elementi del vettore x

ESEMPI



```
>> A = zeros(3,4)
```

```
A =
```

```
    0    0    0    0
    0    0    0    0
    0    0    0    0
```

```
>> A = ones(2,3)
```

```
A =
```

```
    1    1    1
    1    1    1
```

```
>> A = eye(2)
```

```
A =
```

```
    1    0
    0    1
```

```
>> A = diag([1 2 3])
```

```
A =
```

```
    1    0    0
    0    2    0
    0    0    3
```

```
>> v = zeros(1,5)
```

```
v =
```

```
    0    0    0    0    0
```

```
>> y = 2*ones(4,1)
```

```
y =
```

```
    2
    2
    2
    2
```

OPERAZIONI SULLE MATRICI - TRASPOSTA



- Per fare la trasposta di una matrice o di un vettore si utilizza l'apice.

```
>> A =[1 2 3; 4 5 6]

A =

     1     2     3
     4     5     6

>> A'

ans =

     1     4
     2     5
     3     6
```

```
>> x = 1:5

x =

     1     2     3     4     5

>> x'

ans =

     1
     2
     3
     4
     5
```

SOMMA, DIFFERENZA, PRODOTTO PER SCALARE



- Somma e differenza tra matrici (o vettori) si possono eseguire con gli operatori $+$ e $-$ (le matrici devono avere la stessa dimensione).
- Il prodotto per uno scalare si esegue con l'operatore $*$.

```
>> A
A =
     1     2     3
     4     5     6

>> B = ones(2,3)
B =
     1     1     1
     1     1     1
```

```
>> A+B
ans =
     2     3     4
     5     6     7

>> A-B
ans =
     0     1     2
     3     4     5
```

```
>> A*2
ans =
     2     4     6
     8    10    12
```

PRODOTTO MATRICIALE



➤ Il prodotto matriciale, riga x colonna, si esegue con l'operatore *.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}$$

Prodotto matriciale:

$$A*B = \begin{bmatrix} a_{11}b_{11}+a_{12}b_{21} & a_{11}b_{12}+a_{12}b_{22} \\ a_{21}b_{11}+a_{22}b_{21} & a_{21}b_{12}+a_{22}b_{22} \end{bmatrix}$$

Attenzione alle dimensioni delle matrici che vogliamo moltiplicare! Una matrice NxM si può moltiplicare per una matrice MxP. Il risultato è una matrice NxP.

```
>> A = [1 2 3; 1 1 1]
A =
     1     2     3
     1     1     1

>> B = [1 2; 2 3; 3 4]
B =
     1     2
     2     3
     3     4

>> A*B
ans =
    14    20
     6     9

>> A*B'
Error using *
Incorrect dimensions for matrix multiplication.
```

PRODOTTO ELEMENTO PER ELEMENTO



- Si può calcolare il prodotto elemento per elemento tra due matrici (o vettori) aventi la stessa dimensione con l'operatore `.*`

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}$$

Prodotto elemento per elemento:

$$A.*B = \begin{bmatrix} a_{11}b_{11} & a_{12}b_{12} \\ a_{21}b_{21} & a_{22}b_{22} \end{bmatrix}$$

```
>> A = [2 3; 3 2]
A =
     2     3
     3     2
>> I = [1 0; 0 1]
I =
     1     0
     0     1
>> A.*I
ans =
     2     0
     0     2
```



ELEVAMENTO A POTENZA



- A^2 indica il prodotto matriciale $A*A$, definito solo per matrici quadrate.
- In generale con A^n , A viene moltiplicata con sè stessa n volte.
- $A.^2$ indica invece l'elevamento a potenza elemento per elemento: si crea una nuova matrice avente come elementi gli elementi di A al quadrato.
- In generale, $A.^n$ indica una matrice avente come elementi gli elementi di A elevati alla n .

```
>> A = [1 2; 3 4]
```

```
A =
```

```
     1     2  
     3     4
```

```
>> A^2
```

```
ans =
```

```
     7    10  
    15    22
```

```
>> A.^2
```

```
ans =
```

```
     1     4  
     9    16
```

MATRICE INVERSA



- `inv(A)` restituisce l'inversa della matrice A , ovvero A^{-1} (A deve essere quadrata e invertibile).

```
>> A = [1 0 8; 5 2 0; 10 23 4]

A =

     1     0     8
     5     2     0
    10    23     4

>> A_inversa = inv(A)

A_inversa =

    0.0104    0.2396   -0.0208
   -0.0260   -0.0990    0.0521
    0.1237   -0.0299    0.0026
```

```
>> B = A*A_inversa

B =

    1.0000         0    0.0000
   -0.0000    1.0000         0
         0    0.0000    1.0000

>>
>> B(2,1)

ans =

   -6.9389e-18
```

Idealmente dovrebbe essere la matrice identità, ma in pratica i valori non sono esattamente 0 o 1 a causa degli errori di arrotondamento (round off). Il calcolatore lavora a precisione finita!

DIVISIONE ELEMENTO PER ELEMENTO



- Due matrici (o vettori) della stessa dimensione possono essere divisi elemento per elemento con l'operatore ./
- $A./B \rightarrow$ La matrice risultante avrà come elementi i valori ottenuti dividendo gli elementi di A per i rispettivi elementi di B

```
>> A = [4 9; 12 20]
```

```
A =
```

```
     4     9  
    12    20
```

```
>> B = [1 3; 4 5]
```

```
B =
```

```
     1     3  
     4     5
```

```
>> A./B
```

```
ans =
```

```
     4     3  
     3     4
```

- Gli operatori \backslash e $/$ vengono utilizzati per moltiplicare l'inversa di una matrice per un'altra matrice o viceversa.
- Nello specifico:
 - l'espressione $A \backslash B$ è equivalente a $\text{inv}(A) * B$
 - l'espressione A / B è equivalente a $A * \text{inv}(B)$
- Matlab ci suggerisce che l'uso di \backslash e $/$, dove possibile, è più efficiente e fornisce un risultato più accurato rispetto al comando `inv`.
- Regola mnemonica: la matrice che viene invertita è quella a cui punta la parte superiore del simbolo \backslash o $/$.

```
>> A = [1 -2; 4 -1];
>> B = [-4 0; 1 6];
>> A \ B

ans =

    0.8571    1.7143
    2.4286    0.8571

>> inv(A) * B

ans =

    0.8571    1.7143
    2.4286    0.8571

>> A / B

ans =

   -0.3333   -0.3333
   -1.0417   -0.1667

>> A * inv(B)

ans =

   -0.3333   -0.3333
   -1.0417   -0.1667
```

ALTRE OPERAZIONI SU MATRICI E VETTORI



Matlab mette a disposizione moltissime funzioni per eseguire operazioni su matrici e vettori. Ad esempio:

- $\max(x)$, $\min(x)$: massimo e minimo del vettore x (per colonne se x è matrice)
- $\text{sort}(x)$: ordinamento ascendente del vettore x (per colonne se x è matrice)
- $\text{mean}(x)$, $\text{median}(x)$, $\text{var}(x)$, $\text{std}(x)$: media, mediana, varianza e deviazione standard campionaria di x (per colonne se x è matrice)
- $\text{sum}(x)$: somma degli elementi di x (per colonne se x è matrice).
- $\text{prod}(x)$: prodotto degli elementi di x (per colonne se x è matrice).
- $\text{det}(X)$: determinante di X .
- $\text{rank}(X)$: rango di X .
- $\text{eig}(X)$: autovalori di X .
- $\text{norm}(X, p)$: norma p di X (matrice o vettore che sia)



FUNZIONI MATEMATICHE



Esistono innumerevoli funzioni matematiche che possono essere invocate su scalari o su matrici/vettori (in tal caso lavorano elemento per elemento).

- Funzioni trigonometriche: \cos , \sin , \cosh , \sinh , \tan , \tanh , \arcsin , arsinh , \arccos , acosh , ...
- Funzioni logaritmo in base e , 10 , 2 : \log , \log_{10} , \log_2
- Funzione esponenziale con base e : \exp
- Funzione valore assoluto: abs
- Resto della divisione tra interi: mod
- Radice quadrata ed n -esima: sqrt , $\operatorname{nthsqrt}(x, n)$
- Arrotondamento ad intero più vicino, per difetto o per eccesso: round , floor , ceil
- Funzione segno: sign



HELP



- Per consultare la documentazione di Matlab relativa ad una certa funzione possiamo usare il comando **help** seguito dal nome della funzione.

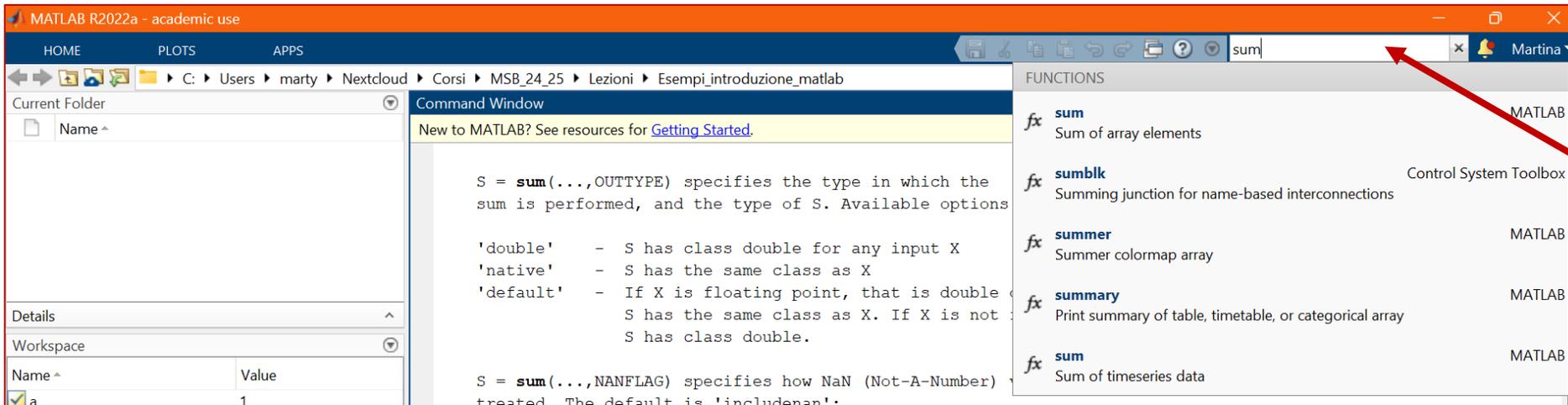
```
>> help sum
sum Sum of elements.
  S = sum(X) is the sum of the elements of the vector X. If X is a matrix,
  S is a row vector with the sum over each column. For N-D arrays,
  sum(X) operates along the first non-singleton dimension.

  S = sum(X,'all') sums all elements of X.

  S = sum(X,DIM) sums along the dimension DIM.

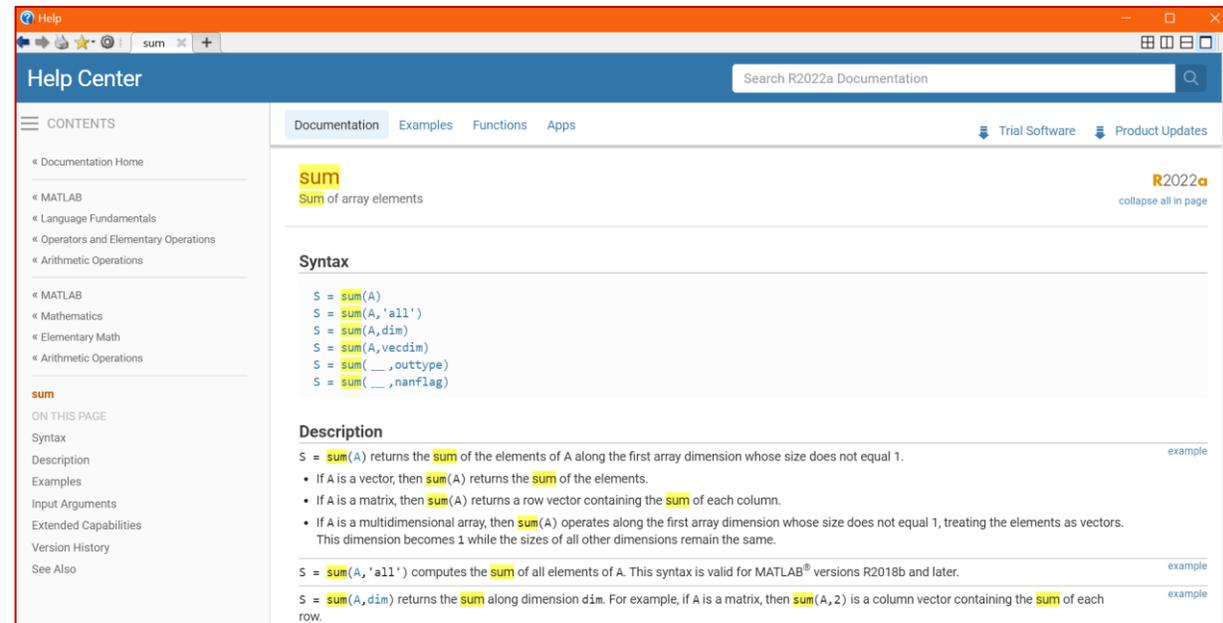
  S = sum(X,VECDIM) operates on the dimensions specified in the vector
  VECDIM. For example, sum(X,[1 2]) operates on the elements contained in
  the first and second dimensions of X.
```

VISUALIZZARE LA DOCUMENTAZIONE IN UNA FINESTRA A PARTE



Strumento per la
ricerca nella
documentazione

In alternativa possiamo usare il
comando `doc` seguito dal nome
della funzione.





TIPI DI DATI



- Finora abbiamo visto esempi con numeri reali. Il formato di questi dati in Matlab si chiama *double*.
 - In Matlab esistono molti altri tipi di dati, detti anche classi.
 - Tra questi menzioniamo:
 - `int64` → numeri interi con segno rappresentati con 64 bit.
 - `logical` → valori booleani vero (valore logical 1 o true) o falso (valore logical 0 o false)
 - `char` → caratteri e stringhe
 - `struct` → array di struttura
 - `cell array` → array di celle
- } Strutture dati



VARIABILI BOOLEANE

- Per creare una variabile booleana possiamo usare la funzione **logical**, oppure usare i comandi true e false.
- Per verificare se una variabile è booleana, possiamo usare la funzione **islogical** → `islogical(x)` restituisce un valore booleano pari a 1 se x è di tipo logical, altrimenti restituisce un valore booleano pari a 0.

```
>> a = logical(1)

a =

    logical
     1

>> b = logical(0)

b =

    logical
     0
```

```
>> islogical(a)

ans =

    logical
     1

>> islogical(10)

ans =

    logical
     0
```



CARATTERI E STRINGHE

- Caratteri e stringhe (sequenze di caratteri) si definiscono usando gli apici.
- `c = 'a'` → variabile di tipo char che rappresenta il carattere a
- `s = 'ciao'` → variabile di tipo char che rappresenta la stringa ciao.
- La funzione **ischar** permette di verificare se una variabile è di tipo char.

```
>> s = 'ottobre'

s =

    'ottobre'

>> ischar(s)

ans =

    logical

    1
```

SOTTOSTRINGHE, CONCATENARE STRINGHE



- Le stringhe vengono considerate come dei vettori riga di caratteri.
- Possiamo usare la funzione **length** per ricavare il numero di caratteri in una stringa.
- Possiamo estrarre delle **sottostringhe** di una stringa usando le parentesi tonde.
- Possiamo **concatenare** due o più stringhe usando le parentesi quadre.

```
>> s1 = 'metodi statistici';  
>> n = length(s1)  
  
n =  
  
    17  
  
>> s1(1:6)  
  
ans =  
  
    'metodi'  
  
>> s2 = ' per la bioingegneria';  
>>  
>> s = [s1 s2]  
  
s =  
  
    'metodi statistici per la bioingegneria'
```

- La funzione **num2str** consente di convertire un numero nella corrispondente stringa che rappresenta quel numero in formato testuale.
- Viceversa, la funzione **str2num** consente di convertire una stringa nel corrispondente valore numerico in formato double.

```
>> x = 65.4  
  
x =  
  
    65.4000  
  
>> s = num2str(x)  
  
s =  
  
    '65.4'
```

```
>> s = '-101.45'  
  
s =  
  
    '-101.45'  
  
>> x = str2num(s)  
  
x =  
  
   -101.4500
```

- La funzione **disp** consente di stampare delle stringhe sulla command window.
- E' utile per stampare su command window dei risultati numerici accompagnati da testo che li descrive.
- Esempio:

```
>> x = ones(1,10);  
>> y = sum(x);  
>> s = ['Il risultato della somma è: ' num2str(y)];  
>> disp(s)  
Il risultato della somma è: 10
```



VARIABILI DI TIPO STRUCT



- Matrici e vettori devono contenere dati tra loro omogenei (es. tutti valori `double` o tutti valori `logical`).
- A volte abbiamo la necessità di salvare nella stessa variabile elementi di diverso tipo. Questo è possibile con le variabili di tipo *struct*.
- Le **variabili struct**, dette anche **array di struttura**, sono come dei vettori in cui ogni elemento ha un certo numero di **campi** predefiniti.
 - Campi diversi possono contenere valori di diverso tipo.
 - Tutti gli elementi della variabile struct devono contenere gli stessi campi.

ESEMPIO DI VARIABILE STRUCT



➤ Creiamo una variabile struct di nome paziente per memorizzare i dati di un insieme di pazienti affetti da diabete, con i seguenti campi:

- nome → nome del paziente (tipo char)
- cognome → cognome del paziente (tipo char)
- eta_alla_diagnosi → età del paziente alla diagnosi di diabete espressa in anni (double)
- glicemie_a_digiuno → matrice contenente sulla prima colonna i tempi delle misure in mesi dalla diagnosi, sulla seconda colonna le misure di glicemia in mg/dl (tipo double)

```
>> paziente(1).nome = 'Mario';
>> paziente(1).cognome = 'Rossi';
>> paziente(1).eta_alla_diagnosi = 65;
>> paziente(1).glicemie_a_digiuno = [1 150; 3 139; 6 130];
>> paziente(2).nome = 'Anna';
>> paziente(2).cognome = 'Bianchi';
>> paziente(2).eta_alla_diagnosi = 54;
>> paziente(2).glicemie_a_digiuno = [0 145; 6 135; 12 126];
>> paziente(1)
```

```
ans =
```

```
struct with fields:
```

```
        nome: 'Mario'
        cognome: 'Rossi'
eta_alla_diagnosi: 65
glicemie_a_digiuno: [3x2 double]
```

```
>> paziente(2)
```

```
ans =
```

```
struct with fields:
```

```
        nome: 'Anna'
        cognome: 'Bianchi'
eta_alla_diagnosi: 54
glicemie_a_digiuno: [3x2 double]
```

```
>> paziente(2).glicemie_a_digiuno
```

```
ans =
```

```
    0  145
    6  135
   12  126
```

```
>> paziente(1).nome
```

```
ans =
```

```
'Mario'
```



VARIABILI DI TIPO CELL ARRAY



- Se abbiamo bisogno di una struttura dati più flessibile, possiamo ricorrere alle variabili di tipo **cell array**, dette anche **array di celle**.
- Un cell array non è altro che un contenitore di dati indicizzati chiamati **celle**, dove ogni cella può contenere qualsiasi tipo di dati (stringhe, vettori, matrici, scalari, struct, ...).
- I cell array si definiscono usando le parentesi graffe { }.

```
>> A = {4, 'Pippo', ones(1,10), zeros(2,3), true}

A =

1x5 cell array

    {[4]}    {'Pippo'}    {[1 1 1 1 1 1 1 1 1 1]}    {2x3 double}    {[1]}

>> A{1}

ans =

    4

>> A{3}

ans =

    1    1    1    1    1    1    1    1    1    1

>> A{5}

ans =

    logical

    1
```

IL COMANDO WHOS



- **whos** consente di visualizzare la lista di variabili nel workspace, la loro dimensione e il loro tipo.
- Per visualizzare le informazioni di una sola variabile, scriviamo whos seguito dal nome della variabile.

```
>> whos
Name           Size           Bytes  Class  Attributes

A              2x2             32    double
A_inversa     3x3             72    double
B              2x2             32    double
a              1x1              1    logical
ans            1x6             12    char
b              1x1              1    logical
c              1x1              2    char
n              1x1              8    double
s              1x38            76    char
s1             1x17            34    char
s2             1x21            42    char
somma          1x1              8    double
x              1x10            80    double
y              1x1              8    double

>> whos s1
Name           Size           Bytes  Class  Attributes

s1             1x17            34    char
```

OPERATORI RELAZIONALI



Gli operatori relazionali più comuni sono:

- `==` uguale a
- `~=` diverso da
- `<` minore di
- `<=` minore o uguale di
- `>` maggiore di
- `>=` maggiore o uguale di

Il risultato di un'espressione che coinvolge un operatore relazione è una variabile di tipo `logical` che vale 0 (= falso) o 1 (= vero).

```
>> x = 3;  
>> y = 10;  
>> x == y
```

```
ans =
```

```
logical
```

```
0
```

```
>> x >= y
```

```
ans =
```

```
logical
```

```
0
```

```
>> x < y
```

```
ans =
```

```
logical
```

```
1
```

```
>> A = [1 2 -4; -1 0 6]
```

```
A =
```

```
1 2 -4  
-1 0 6
```

```
>> A >= 0
```

```
ans =
```

```
2×3 logical array
```

```
1 1 0  
0 1 1
```

OPERATORI LOGICI



Gli operatori logici più comuni sono:

- $&$ → and logico
- $|$ → or logico
- \sim → not logico

Si usano per svolgere operazioni tra variabili logiche.

```
>> a = [1 3 -4 0];  
>> b = [-1 1 -6 2];  
>> a>0 & b>0  
  
ans =  
  
1×4 logical array  
  
0 1 0 0  
  
>> a>0 | b>0  
  
ans =  
  
1×4 logical array  
  
1 1 0 1  
  
>> ~(a>0)  
  
ans =  
  
1×4 logical array  
  
0 0 1 1
```



LA FUNZIONE FIND

- La funzione **find** restituisce gli indici di un vettore o di una matrice che soddisfano una certa condizione.
- La funzione **find** si invoca in questo modo:

$$\text{ind} = \text{find}(\text{condizione})$$

dove

- *condizione* è un'espressione che coinvolge uno o più matrici/vettori e degli operatori relazionali, il cui risultato può essere vero o falso.
 - *ind* sono gli indici per cui il risultato di *condizione* è vero.
- Quando *condizione* coinvolge una matrice, **find** può restituirci gli indici di riga e colonna degli elementi che soddisfano la *condizione*. In tal caso, **find** va invocata in questo modo:

$$[\text{ind}_r, \text{ind}_c] = \text{find}(\text{condizione})$$

dove *ind_r* e *ind_c* sono rispettivamente gli indici di riga e di colonna degli elementi che soddisfano la *condizione*.



ESEMPI SULL'USO DI FIND



```
>> a = [5 3 10 7 2 3 0 8]
a =
     5     3    10     7     2     3     0     8
>> b = 2*a - 10
b =
     0    -4    10     4    -6    -4   -10     6
>> ind = find(a > 3)
ind =
     1     3     4     8
>> find(a == b)
ans =
     3
```

```
>> b(find(a == b))
ans =
    10
>> find(a>0 & b<0)
ans =
     2     5     6
```

```
>> A = [1 2 3 4; 5 6 7 8]
A =
     1     2     3     4
     5     6     7     8
>> [ind_r, ind_c] = find(A > 4)
ind_r =
     2
     2
     2
     2
ind_c =
     1
     2
     3
     4
```

I VALORI INF E NAN

- Il valore **Inf** rappresenta il valore $+\infty$. Viene restituito, ad esempio quando si prova ad effettuare una divisione per 0.
- Il valore **NaN**, o Not-a-Number, indica il risultato di operazioni matematiche non definite (ad esempio $0/0$).
- La funzione `isnan(x)` restituisce vero (valore logical pari a 1) se `x` assume valore NaN, altrimenti restituisce falso (valore logical pari a 0).
 - `isnan` invocata su un vettore/matrice restituisce un risultato elemento per elemento.

```
>> 7/0

ans =

    Inf

>> x = 0/0

x =

    NaN

>> isnan(x)

ans =

    logical

     1

>> isnan([1 x -1])

ans =

    1×3 logical array

     0     1     0
```



M-FILE



- Una sequenza ordinata di comandi Matlab può essere salvata in un M-file, ovvero un file di testo con **estensione .m**.
- Gli M-file sono utili perché consentono di:
 - eseguire più volte lo stesso codice senza doverlo riscrivere sulla command window;
 - editare una versione precedente del codice;
 - scambiare il codice con altri utenti;
 - tenere traccia in memoria del codice utilizzato per effettuare le analisi.
- Matlab mette a disposizione un potente editor per la scrittura di M-file, che evidenzia parole chiave della sintassi Matlab.
- Per far eseguire un M-file dalla command window, è sufficiente scrivere il nome dell'M-file (seguito da eventuali argomenti di ingresso tra parentesi tonde) e battere “Invio”.



TIPI DI M-FILE



- **Script:** Non hanno variabili in entrata e in uscita e operano sulle variabili del workspace. Tutte le variabili definite in questi file sono accessibili dal workspace.
- **Funzioni:** hanno argomenti in entrata e in uscita. Le variabili definite all'interno di questi file non influenzano le variabili del workspace. Solo le variabili di ingresso e di uscita sono accessibili dal workspace.

ESEMPIO DI UNO SCRIPT



```
Editor - C:\Users\marty\Nextcloud\Corsi\MSB_24_25\Lezioni\Esempi_introd
prodotto_vettori.m x +
1   clc
2   clear all
3
4   x = [1 5 6 4];
5   y = [2 0 5 3];
6
7   p = x*y';
8
9   disp(['Il prodotto riga per colonna di x e y è: ' num2str(p)])
10
11

Command Window
New to MATLAB? See resources for Getting Started.
Il prodotto riga per colonna di x e y è: 44
fx >>
```

E' buona abitudine iniziare ogni nuovo script con i comandi **clc** e **clear all**, per pulire la command window e il workspace dai risultati e le variabili generati da precedenti esecuzioni di codice.

SAVE



- Possiamo usare il comando **save** per salvare i risultati di uno script in un file con **estensione .mat**.

The screenshot shows the MATLAB Editor interface. The current folder is 'C:\Users\marty\Nextcloud\Corsi\MSB_24_25\Lezioni\Esempi_introduzione_matlab'. The workspace contains variables: p (44), x ([1,5,6,4]), and y ([2,0,5,3]). The script 'prodotto_vettori.m' contains the following code:

```
1 clc
2 clear all
3
4 x = [1 5 6 4];
5 y = [2 0 5 3];
6
7 p = x*y';
8
9 disp(['Il prodotto riga per colonna di x e y è: ' num2str(p)])
10
11 save prodotto.mat x y p
12
```

The Command Window shows the output of the script:

```
Il prodotto riga per colonna di x e y è: 44
fx >> |
```

LOAD



- Possiamo usare il comando **load** per caricare nel workspace le variabili contenute in un file **.mat**.

```
Editor - C:\Users\martyna\Nextcloud\Corsi\MSB_24_25\Lezioni\Esempi_introduzione_matlab\carica_prodotto.m
produtto_vettori.m x carica_prodotto.m x +
1      clc
2      clear all
3
4      load prodotto.mat
5      |
6      x
7      y
8      disp(['Il prodotto riga per colonna di x e y è: ' num2str(p)])
9

Command Window
New to MATLAB? See resources for Getting Started.

x =
     1     5     6     4

y =
     2     0     5     3

Il prodotto riga per colonna di x e y è: 44
fx >>
```



COMMENTI



- Usando il simbolo % possiamo inserire dei **commenti** all'interno degli M-file.
- Matlab ignora tutto il testo riportato dopo il simbolo % fino alla fine della riga.
- E' buona abitudine commentare il codice per facilitarne la comprensione da parte di chi lo utilizzerà.

```
prodotto_vettori.m x +
1      % Questo script esegue il prodotto tra due vettori
2
3      clc
4      clear all
5
6      x = [1 5 6 4]; % primo vettore
7      y = [2 0 5 3]; % secondo vettore
8
9      % Calcolo il prodotto tra i vettori x e y
10     p = x*y';
11
12     % Stampo il risultato sulla command window
13     disp(['Il prodotto riga per colonna di x e y è: ' num2str(p)])
14
15     % Salvo il risultato su un file .mat
16     save prodotto.mat x y p
17
```



FUNZIONI CUSTOM



- Matlab consente all'utente di definire delle funzioni custom.
- Queste sono particolari tipi di M-file aventi questa particolare struttura:

```
function [out1,out2,...]=nome_funzione(in1,in2,...)
```

```
% commenti per l'help on line
```

```
...
```

```
...<operazioni su in1, in2, ...>
```

```
out1=...
```

```
out2=...
```

```
...
```

- in1, in2, ... sono gli argomenti di ingresso.
- out1, out2,... sono gli argomenti in uscita.
- nome_funzione è il nome della funzione stabilito dall'utente (non usare nomi di funzioni già esistenti).



INVOCARE UNA FUNZIONE



- La funzione può essere invocata da un altro M-file o sulla command window con la sintassi:

`[out1,out2,...]=nome_funzione(in1,in2,...)`

- Nota 1: quando si invoca una funzione, i nomi usati per le variabili di ingresso e di uscita non devono necessariamente coincidere con quelli usati nell'M-file che definisce la funzione.
- Nota 2: le variabili definite nel corpo della funzione sono locali, ovvero esistono solo all'interno della funzione, non sono visibili nel workspace.

ESEMPIO



The screenshot shows the MATLAB Editor with a file named `somma.m` open. The code in the editor is:

```
1 function s = somma(x,y)
2
3     s = x+y;
4
5
6
```

The Command Window shows the execution of the function:

```
>> somma(3,2)
ans =
     5
```

The Workspace window shows a single variable `ans` with a value of 5.

The screenshot shows the MATLAB Editor with a file named `main.m` open. The code in the editor is:

```
1 clc
2 clear all
3
4     x1 = 10;
5     x2 = 20;
6
7     risultato = somma(x1,x2);
8
9     disp(['La somma è: ' num2str(risultato)])
```

The Command Window shows the output of the script:

```
La somma è: 30
fx >>
```

The Workspace window shows three variables: `risultato` (30), `x1` (10), and `x2` (20).

Nota: Le variabili x e y non esistono nel workspace!



PERCHE' SONO UTILI LE FUNZIONI?



- In programmi complessi, è conveniente spezzare il codice in procedure, dando al programma una struttura modulare.
- In Matlab, come in altri linguaggi, si mette tipicamente a punto un programma **main** che invoca una o più **funzioni**, scritte in *M-file* separati.
- Le funzioni sono utili soprattutto quando dobbiamo eseguire più volte le stesse operazioni su diversi insiemi di dati.
 - Invece che riscrivere più volte lo stesso codice, possiamo scrivere una funzione e poi invocarla più volte in diversi punti del nostro programma.
 - Questo consente di creare programmi di più facile manutenzione e meno prone ad errori.

AGGIUNGERE UNA CARTELLA AL PATH



- Normalmente una funzione custom può essere invocata soltanto da M-file che si trovano nella stessa cartella della funzione.
- Se vogliamo rendere la funzione accessibile al di fuori della cartella in cui la funzione è memorizzata, dobbiamo aggiungere questa cartella al path di Matlab.

```
1 function err_medio = errore_assoluto_medio(x_mis,x_true)
2
3 % Argomenti di ingresso:
4 % x_mis: vettore contenente le misure di uno strumento
5 % x_true: vettore contenente i valori di riferimento
6 % Argomenti di uscita:
7 % err_medio: valor medio dell'errore assoluto definito come |x_mis - x_true|
8
9 err_ass = abs(x_mis - x_true);
10 err_medio = mean(err_ass);
11
12
```

```
>> X = [10.5 2.4 5.6];
>> REF = [10 3 6];
>> errore_assoluto_medio(X,REF)
'errore_assoluto_medio' is not found in the current folder or on the MATLAB path, but exists in:
    C:\Users\marty\Nextcloud\Corsi\MSB_24_25\Lezioni\mia_libreria_funzioni
Change the MATLAB current folder or add its folder to the MATLAB path.
fx >>
```

```
>> errore_assoluto_medio(X,REF)
'errore_assoluto_medio' is not found in
    C:\Users\marty\Nextcloud\Corsi\MSB_2
```

```
>> errore_assoluto_medio(X,REF)
ans =
    0.5000
```



- **Struttura if-else ed if-elseif**
- **Ciclo for**
- **Ciclo while**

STRUTTURA IF-ELSE

if *espressione*
istruzioni 1
else
istruzioni 2
end

- *espressione* dev'essere un'espressione avente come risultato un valore di tipo logical (vero o falso)
- Ricordarsi sempre di chiudere ogni if con un end.

if *espressione*
istruzioni
end

```
segno.m x +
1 function s = segno(x)
2
3 if x > 0
4     s = +1;
5 else
6     if x < 0
7         s = -1;
8     else
9         s = 0;
10    end
11 end
12
```

Command Window

New to MATLAB? See resources for [Getting Started.](#)

```
>> segno(-10)

ans =

    -1

>> segno(3)

ans =

     1
```

STRUTTURA IF-ELSEIF



if *espressione*
istruzioni
elseif *espressione*
istruzioni
else
istruzioni
end

```
segno.m x +
1 function s = segno(x)
2
3     if x > 0
4         s = +1;
5     elseif x < 0
6         s = -1;
7     else
8         s = 0;
9     end
10
```

Command Window

New to MATLAB? See resources for [Getting Started](#).

```
>> segno(3)

ans =

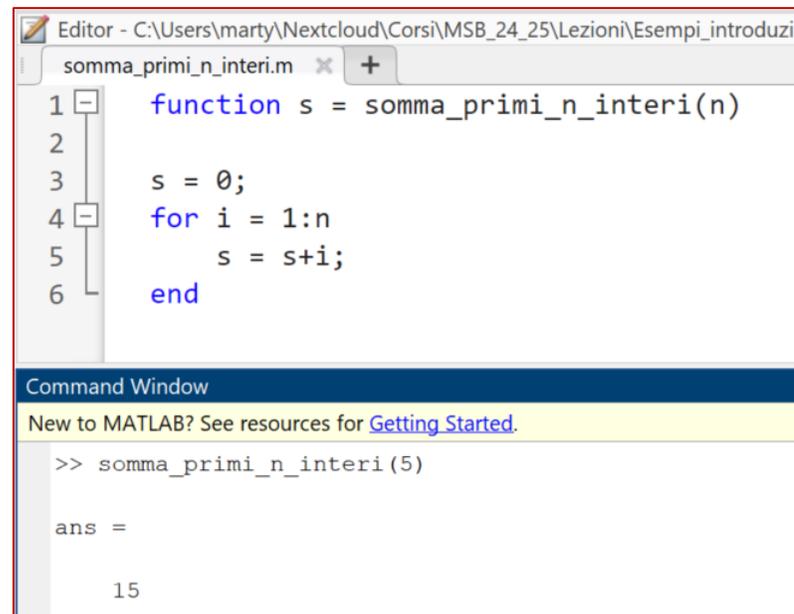
     1

fx >> |
```

CICLO FOR

for *variabile* = *vettore*
istruzioni
end

- Ad ogni iterazione *variabile* assume uno dei valori listati in *vettore* e vengono eseguite le *istruzioni* specificate all'interno del ciclo.
- Tante iterazioni quanti gli elementi in *vettore*.
- Ricordarsi sempre di chiudere il ciclo for con un **end**.



```
Editor - C:\Users\marty\Nextcloud\Corsi\MSB_24_25\Lezioni\Esempi_introduzio
somma_primi_n_interi.m x +
1 function s = somma_primi_n_interi(n)
2
3     s = 0;
4 for i = 1:n
5     s = s+i;
6 end

Command Window
New to MATLAB? See resources for Getting Started.

>> somma_primi_n_interi(5)

ans =

    15
```

CICLO WHILE



while espressione
 istruzioni
end

```
Editor - C:\Users\marty\Nextcloud\Corsi\MSB_24_25\Lezioni\Esempi_introduzione_1
somma_primi_n_interi_bis.m x +
1 function s = somma_primi_n_interi_bis(n)
2
3     s = 0;
4     i = 1;
5 while i<=n
6     s = s+i;
7     i = i+1;
8 end

Command Window
New to MATLAB? See resources for Getting Started.
>> somma_primi_n_interi_bis(5)

ans =

    15
```

- *espressione* dev'essere un'espressione avente come risultato un valore di tipo logical (vero o falso).
- Ricordarsi sempre di chiudere ogni while con un end.
- Ricordarsi sempre di incrementare la variabile contatore del ciclo while (nell'esempio i), altrimenti si avrà un ciclo infinito.
- Per interrompere forzatamente l'esecuzione di Matlab durante un ciclo infinito, usare `ctr+c`

GRAFICI



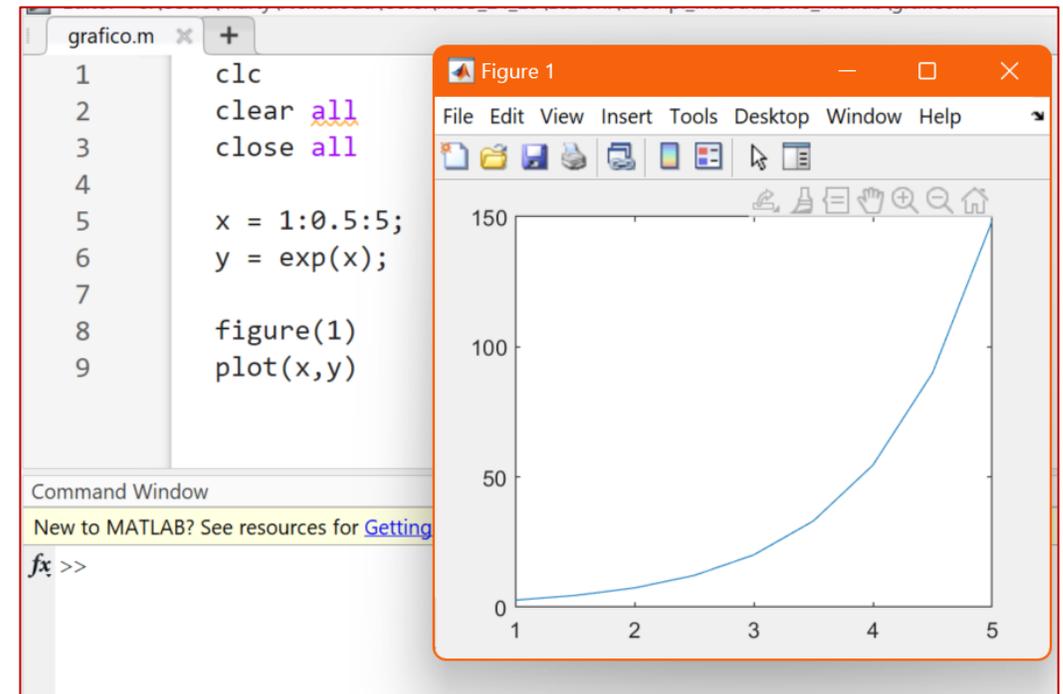
- La funzione principale per realizzare grafici in Matlab è **plot**, che consente di plottare una serie di punti di coordinate (x,y) sul piano cartesiano.

`plot(x,y)`

x = vettore delle ascisse

y = vettore delle ordinate

- Di default, plot rappresenta i punti di coordinate (x,y) unendoli con una linea spezzata blu, senza marker.





DIVERSI TIPI DI LINEA E MARKER



- La funzione `plot` consente di specificare diverse opzioni grafiche tramite i suoi argomenti di ingresso.
 - `plot(x, y, 'r--')` → linea tratteggiata rossa
 - `plot(x, y, 'g-.')` → punto-linea verde
 - `plot(x, y, 'c-')` → linea continua azzurra
 - `plot(x, y, 'b-o')` → linea continua blu con marker circolari
 - `plot(x, y, 'm:x')` → linea a puntini magenta con marker magenta
 - `plot(x, y, 'y^')` → marker triangolari gialli, senza linea
 - `plot(x, y, 'ks')` → marker quadrati neri, senza linea

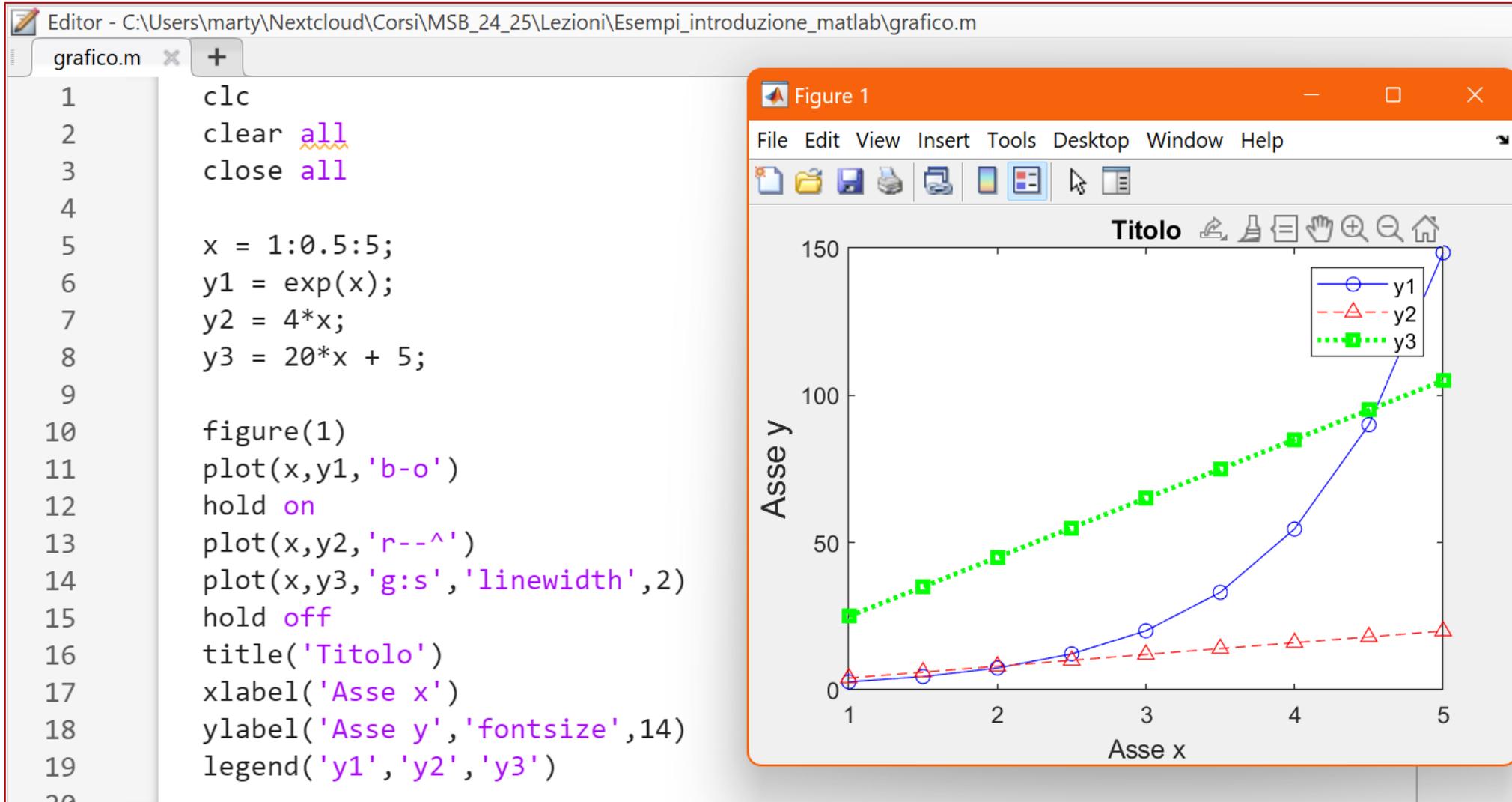


ALTRI UTILI COMANDI PER REALIZZARE I GRAFICI



- `figure` → per aprire una determinata figura
- `xlabel` → per inserire una label sull'asse delle x
- `ylabel` → per inserire una label sull'asse delle y
- `title` → per inserire un titolo alla figura
- `legend` → per inserire una legenda
- `xlim` → per limitare l'asse delle x
- `ylim` → per limitare l'asse delle y
- `subplot` → per realizzare figure con più pannelli
- `hold on/hold off` → per consentire/disabilitare la realizzazione di più plot nello stesso pannello
- `close all` → chiude tutte le figure aperte
 - Comando che conviene inserire all'inizio di ogni script.

ESEMPIO CON HOLD ON/HOLD OFF



ESEMPIO CON SUBPLOT

