orari 12.30 – 13.10 13.15 – 14.00/14.05

Insiemi (numerici)

Come definisco un insieme?

1) elenco i suoi elementi (possibile se sono finiti)

2) caratterizzo i suoi elementi tramite una qualche proprietà

$A = \{$numeri naturali pari$\}$

X insieme fissato

X insieme fissato

$\boxed{A \subseteq X}$ (A è sottoinsieme di X)

↓

tutti gli elementi di A sono anche elementi di X

$X \supseteq A$

$X \nsubseteq A$ (X non è sottoinsieme di A)

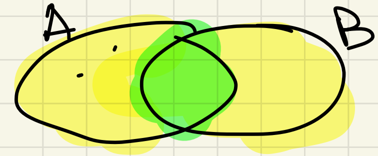
↓

esiste ALMEN UN elemento di X che NON è elemento di A.

$X \setminus A$ = complementare di A in X

(A^c) = insieme degli elem. di X che non stanno in A.

$A, B \subseteq X$



$A \cap B$ = intersezione = insieme che contiene gli elementi che stanno <u>SIA in A</u> <u>che in B</u>

(se A e B non hanno elementi comuni si scrive $A \cap B = \emptyset$

$\emptyset$ = INSIEME VUOTO = = insieme senza ELEMENTI

$A \cup B$ = unione = insieme che contiene tutti gli elementi di A e tutti gli elem. di B.

$A \times B = \{$ insieme di tutte le coppie ordinate (a, b) con primo elemento in A e secondo elemento in B $\}$

QUANTIFICATORI

$a \in A$ (a è un elemento dell'insieme A)

$\in$ APPARTIENE

$a \notin A$ (a NON è un elemento di A)

$\notin$ NON APPARTIENE

$\forall$ PER OGNI

$\exists$ esiste

$\exists!$ esiste UNICO

CONDIZIONE NECESSARIA e CONDIZIONE SUFFICIENTE
(SERVE) (BASTA)

Essere pari è NECESSARIO per essere divisibile per 8.

Essere pari non è SUFFICIENTE per essere divisibile per 8.

essere pari $\not\Rightarrow$ essere divisibile per 8

Essere divisibile per 8 $\Rightarrow$ essere pari essere divisibile per 8 È SUFFICIENTE per essere pari

non È NECESSARIA per essere pari

$\mathbb{N}$ numeri naturali $= \{0, 1, 2 \dots\}$
(assiomi G. PEANO, fine 800)

0 = "elemento "zero"

operazione di passaggio al successore:

$$S: \quad 0 \longrightarrow S(0) \longrightarrow S(S(0)) \longrightarrow \dots$$

U insieme tale che $0 \in U$

e tale che $\forall x \in U$ (per ogni elemento di U)

si abbia che $S(x) \in U$ (il successore di x è ancora un elem. di U)

Allora $U = \mathbb{N}$ (coincide con l'insieme dei numeri naturali)

Operazioni di somma e prodotto (commutative, associative, DISTRIBUTIVE)

$a+b = b+a \qquad a \cdot b = b \cdot a$ Comm.

$(a+b)+c = a+(b+c)$ ... Ass.

distributiva $(a+b) \cdot c = a \cdot c + bc$

Relazione d'ordine $\leq$ $(\geq)$

$a \leq b \qquad a, b \in \mathbb{N}$ | $a < b$

a è MINORE o UGUALE a b

b è MAGGIORE o UGUALE ad a.

TOTALE : posso sempre confrontare 2 numeri naturali

Ai numeri naturali aggiungo gli OPPOSTI

$n \in \mathbb{N}$ $\quad \underline{n \neq 0}$ (n diverso da 0)

chiamo opposto di n quell'elemento (che NON appartiene ai numeri naturali) che SOMMATO a n dia 0.

$-n$ è opposto di n

$$n + (-n) = n - n = 0$$

$\mathbb{Z}$ = NUM. INTERI $= \{0,\ n,\ -n,\ \ n \in \mathbb{N}\}$

dentro a $\mathbb{Z}$ ho somma, prodotto e relazione d'ordine totale

se $a \in \mathbb{Z}$ e $a \geq 0$ allora $a \in \mathbb{N}$
se $a \in \mathbb{Z}$ e $a < 0$ allora $a \notin \mathbb{N}$

$a \in \mathbb{Z}$ $a \neq 0$ e chiamo RECIPROCO di a quell'oggetto che MOLTIPLICATO per a dà 1

$$a \cdot \underbrace{\frac{1}{a}}_{= \text{RECIPROCO di } a} = 1$$

RECIPROCO di 1 è 1
RECIPROCO di -1 è -1
reciproco di $a \neq 0, 1, -1$, è $\frac{1}{a} \notin \mathbb{Z}$

0 NON HA RECIPROCO,

NUMERI RAZIONALI

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{m}{n} \;,\; m \in \mathbb{Z},\; n \in \mathbb{N} \;\; n \neq 0 \right\}$$

insieme in cui IDENTIFICO

$$\frac{m}{n} = \frac{r}{s} \quad \text{se} \quad m \cdot s = r \cdot n$$