Ottimizzazione Stocastica gg mm aaaa

Cognome: .... **Nome:** .... **Matr.:** ....

Esercizio 1 (Code)
Ad una stazione di servizio le automobili arrivano secondo un processo di Poisson con una media di 6 auto ogni 10 minuti. Ogni auto è servita da un solo addetto e la durata del servizio è esponenziale con media 4 minuti.

1.1 Qual è il minimo numero di addetti che devono essere in servizio perché il sistema sia in condizioni di equilibrio? (Si supponga che ci sia a disposizione una pompa per ogni addetto)

1.2 Supponendo che il numero di addetti in servizio sia uguale al minimo calcolato al punto precedente, si calcolino:
- la probabilità che un cliente in arrivo debba attendere prima di essere servito;
- il tempo medio di attesa di un cliente prima di essere servito.

1.3 Sempre in condizioni di equilibrio, quanti clienti in media vengono serviti in un'ora?

Esercizio 2 (Revenue Management)
L'Hotel "Al Teatro" a Padova è vicino al teatro Verdi. Quando al teatro Verdi c'è uno spettacolo importante, l'Hotel si riempie sempre. In base ai dati storici è noto che il numero di clienti che disdicono all'ultimo momento la loro prenotazione (o equivalentemente non si presentano) è distribuito secondo una normale di media 5 e scarto quadratico medio 3. Il prezzo medio per cliente di una stanza è 80 euro. L'Hotel adotta una politica di overbooking: se un cliente prenotato si presenta e l'Hotel è già pieno, allora il cliente verrà alloggiato presso un altro hotel di categoria superiore, che costa all'Hotel Al Teatro (non al cliente) 200 euro. Quale livello di overbooking dovrebbe praticare l'Hotel, se decide di adottare il *Simple Risk based model*?

Esercizio 3 (Programmazione stocastica)
Si consideri il seguente modello nominale per un problema di ottimizzazione stocastica a due stadi con ricorso con variabili di primo stadio x e y, e variabile di secondo stadio z:

$$\begin{aligned} \max\ & 5\,x - 7\,y + 4\,z \\ \text{s.t. } & 4\,x + 2\,y \leq 11 \\ & x + y + \mathbf{a}\,z \leq 9 \\ & x, y, z \geq 0, \text{ intero} \end{aligned}$$

dove $\mathbf{a}$ assume valore 3 con probabilità 0,3 e 7 con probabilità 0,7.

3.1) Si scriva il corrispondente modello a due stadi con ricorso.

3.2) Descrivere il procedimento per ottenere il valore ottimo con ricorso (*Recourse Problem*), il valore ottimo *Wait and See*, e il valore *Expected result using Expected Values*, e indicare in che modo sono ordinati questi valori.

(... continua sul retro ...)

Esercizio 4 (Analisi decisionale)
Si consideri la seguente tabella relativa al valore (in euro) di quattro soluzioni alternative in tre possibili situazioni future.

Alternativa	Stato di natura		
	S1	S2	S3
A1	180	90	250
A2	130	110	150
A3	160	120	130
A4	140	110	190

Determinare l'alternativa ottimale (problema di massimizzazione) in base al:
4.1) Criterio del max-min,
4.2) Criterio del max-max,
4.3) Criterio di Hurwicz, con $\alpha = 0,3$,
4.4) Criterio del mancato guadagno.
Assumendo inoltre che le probabilità associate ai tre stati di natura siano rispettivamente 0,5; 0,3 e 0,2 determinare l'alternativa ottimale utilizzando:
4.5) Criterio di massima verosimiglianza,
4.6) Criterio del valore atteso,
4.7) Criterio del valore atteso del mancato guadagno.
Determinare infine
4.8) Quanto siamo disposti a spendere per avere informazioni "a priori" sullo stato di natura.

Esercizio 5 (Ottimizzazione robusta)
Un veicolo elettrico deve attraversare una città la cui rete stradale è rappresentata da un grafo con nodi S, A, B, C e T. La seguente tabella sintetizza l'energia consumata sul percorso tra ogni coppia di nodi (ad esempio, per andare dal noto A al nodo B si consumano da un minimo di 4 a un massimo di 8 unità di energia).

	A	**B**	**C**	**T**
S	1 - 4	2 - 9	1 - 2	7 - 9
A		4 - 8	3 - 5	4 - 7
B	3 - 4		3 - 9	1 - 4
C	4 - 9	2 - 5		1 - 4

5.1) Si descriva e si giustifichi un metodo per determinare qual è il livello di batteria minimo che consenta a un veicolo di attraversare la città.

5.2) Si applichi tale metodo al caso in cui il veicolo si trovi nel nodo S e voglia raggiungere il nodo T.

5.3) Supponendo che i soli percorsi ammessi da S a T siano

$$P1 = (S, A, B, C, T) \quad \text{oppure} \quad P2 = (S, B, C, A, T)$$

determinare quale dei due percorsi minimizza i consumi di energia in modo robusto in senso relativo.