

## Esercizi di riepilogo

Riferito a tabella

|    | S1  | S2  | S3  |
|----|-----|-----|-----|
| A1 | 30  | 180 | 250 |
| A2 | 120 | 160 | 130 |
| A3 | 110 | 130 | 150 |
| A4 | 110 | 140 | 130 |

### Esercizio 1

Possiamo eliminare A3, dominata da A4 [...] ottenendo la tabella delle alternative ammissibili in cond. di max.

|    | S1  | S2  | S3  | MIN-S | MAX-S | HURCUIZ (0.4)                         |
|----|-----|-----|-----|-------|-------|---------------------------------------|
| A1 | 30  | 180 | 250 | 30    | 250   | $0.4 \cdot 30 + 0.6 \cdot 250 = 186$  |
| A2 | 120 | 160 | 130 | 120   | 160   | $0.4 \cdot 120 + 0.6 \cdot 160 = 144$ |
| A4 | 110 | 140 | 130 | 110   | 130   | $0.4 \cdot 110 + 0.6 \cdot 130 = 158$ |

a) Max-MIN : A3 (120) [...]

b) max max : A1 (250) [...]

c) HURCUIZ : A1 (186) [...]

d) Tabella mancato guadagno (m.g.)  
(120) (180) (250) (max per scenario)

|    | S1 | S2 | S3  | m.g. |
|----|----|----|-----|------|
| A1 | 30 | 0  | 0   | 30   |
| A3 | 0  | 20 | 120 | 120  |
| A4 | 10 | 40 | 60  | 60   |

MANCATO GUADAGNO : A1 (30)

Tabella di decisione in condizioni di rischio

|     | S1  | S2  | S3  |
|-----|-----|-----|-----|
| A1  | 30  | 180 | 250 |
| A3  | 120 | 160 | 130 |
| A4  | 110 | 140 | 130 |
| pr. | 0.3 | 0.5 | 0.2 |

e) MAX VERO-SIM: considero S2 [...] e scelgo A1 (180)

f) VALORE ATTESO:

$$A1 : 0.3 \cdot 30 + 0.5 \cdot 180 + 0.2 \cdot 250 = 167$$

$$A3 : 0.3 \cdot 120 + 0.5 \cdot 160 + 0.2 \cdot 130 = 142$$

$$A4 : 0.3 \cdot 110 + 0.5 \cdot 140 + 0.2 \cdot 130 = 141$$

Sceglgo A1 con  $VA^* = 167$

g) VAMG: equivale VA  $\Rightarrow$  scelgo A1

$$\text{in effetti, } VAMG(A1) = 0.3 \cdot 30 + 0.5 \cdot 0 + 0.2 \cdot 0 = 9$$

$$VAMG(A3) = \dots = 39$$

$$VAMG(A4) = \dots = 35$$

$$\text{e } VAMG^* = \min VAMG = 9 (A1)$$

h) Siamo disposti a spendere il Valore Atteso della perfetta informazione (VAPI), dove  $VAPI = VACPI - VA^*$   
(VACPI è il VA con PI) [...]

Ricordando che  $VAPI = VAMG^* = 9$ , siamo disposti

(VACPI è il VA con PI) [...]

Ricordando che  $VAPI = VAMQ^* = 9$ , siamo disposti a spendere 9

Per completare, bisogna calcolare VAPI da definizione.

Dalla definizione, otteniamo VAPI anche come segue:

$$VA \text{ con } PI = VACPI = 0.3 \cdot 120 + 0.5 \cdot 180 + 0.2 \cdot 250 = 176$$

$$VAPI = 176 - 167 = 9$$

## ESERCIZIO 2

a) Avendo l'incertezza definita da intervalli  $[c_{ij}^-, c_{ij}^+]$  sui costi degli archi  $(i, j)$ , possiamo calcolare il cammino minimo robusto in senso esatto come il cammino minimo nello stesso grafo con costi  $c_{ij}^+$  in ogni arco

|   | A | B | C | T |
|---|---|---|---|---|
| S | 4 | 9 | 2 | 7 |
| A | - | 8 | 5 | 7 |
| B | 4 | - | 9 | 4 |
| C | 9 | 5 | - | 4 |

possiamo usare un modello di programmazione matematica con AMPL, o un algoritmo oppure osservare che

- ordinare i costi:  $2 - 4 - 5 - 7 - 8 - 9$
- non esistono cammini da S a T di costo 2 (1 arco)
- non esistono " " " " " " " " 4 (1 arco)
- " " " " " " " " 5 (1 arco)
- esiste SCT di costo 6
- tutti gli altri cammini da S a T hanno costo  $\geq 6$

$\Rightarrow$  Dica C.M. Robusto in senso esatto da S a T è SCT di costo 6

b) Vogliamo trovare quale cammino tra P1 e P2 minimizza la più ampia differenza tra il costo dello stesso cammino in una qualsiasi delle configurazioni di costo ammesse, e il costo del cammino minimo nella stessa configurazione. Tale differenza è detta deviazione robusta (DR) del cammino:

$$DR(p) = \max_{C: c_{ij}^- \leq c_{ij} \leq c_{ij}^+} C(p) - C(p^*)$$

Si può dimostrare che  $DR(p)$  si ottiene utilizzando la configurazione dei costi corrispondenti ai costi relativi a  $p$  e  $p^*$ , definiti come:

$$c_{ij}^{(p)} = \begin{cases} c_{ij}^+ & \text{se } (i, j) \in p \\ c_{ij}^- & \text{se } (i, j) \notin p \end{cases}$$

D.R. (P1),  $P1 = SABCT$

| $c_{ij}^{(p)}$  | A | B | C | T |
|-----------------|---|---|---|---|
| $c_{ij}^{(P1)}$ | 5 | 4 | 2 | 2 |
|                 | A | - | 8 | 2 |
|                 | B | 1 | - | 9 |
|                 | C | 4 | 2 | - |

$$c^{(P1)}(P1) = 4 + 8 + 9 + 4 = 25$$

$c^{(P1)}(p^*)$  con modelli/algoritmi oppure:

- ordinare costi:  $1 - 2 - 3 - 4 - \dots$
- non esistono cammini da S a T di costo 1 (1 arco)
- esiste cammino ST diretto di costo 2
- tutti gli altri cammini costano  $\geq 2$

$$\Rightarrow c^{(P1)}(p^*) = 2$$

$$\Rightarrow D.R. (P1) = 25 - 2 = 23$$

$\Rightarrow C^{\sigma(P1)}(p^*) = 2$  - tutti gli altri comuni costano  $\geq 2$   
 $\rightarrow D.R.(P1) = 25 - 2 = 23$

D.R. (P2) = 32 (AT)

|              |   |   |   |   |                                                                                                                                                       |
|--------------|---|---|---|---|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\sigma(P2)$ | A | B | C | T | $\rightarrow C^{\sigma(P2)}(P2) = 9 + 9 + 9 + 7 = 34$<br>$\rightarrow C^{\sigma(P2)}(p^*) = 2$ (stessa operazione sopra)<br>D.R. (P2) = $34 - 2 = 32$ |
| $C_{ij}$     | S | 1 | 9 | 2 |                                                                                                                                                       |
|              | A | - | 4 | 2 |                                                                                                                                                       |
|              | B | 1 | - | 9 |                                                                                                                                                       |
|              | C | 9 | 2 | - |                                                                                                                                                       |

Essendo  $23 < 32$ , P1 è il miglior comune minimo robusto in senso robusto tra P1 e P2.

### ESERCIZIO 3

- a)  $x_A, x_B$  : stadio 1  
 $z$  : stadio 1 (rifornimento all'edizio)  
 $w$  : stadio 2 (decide dopo se cambiare o meno le pompe)  
 $y_A, y_B$  : stadio 2 (legati a  $w$ )

- b) Abbiamo 2 numeri: fabbricatore (1) o non fabbricatore (2)  
 $w \leadsto w^1, w^2$ ;  $y_A \leadsto y_A^1, y_A^2$

$$\begin{aligned} \min \quad & 60z + \\ & + 0.65 [10(140x_A + 135x_B) + 20(140y_A^1 + 135y_B^1) + 180w^1] + \\ & + 0.35 [10(125x_A + 133x_B) + 20(125y_A^2 + 133y_B^2) + 180w^2] \\ \text{n.t.} \quad & x_A + x_B = 1 \\ & y_A^1 + y_B^1 = 1 \quad S1 \\ & y_A^2 + y_B^2 = 1 \quad S2 \\ & 0.7 \cdot 10x_A + 0.6 \cdot 10x_B + 0.7 \cdot 20y_A^1 + 0.6 \cdot 20y_B^1 \leq 16 + 5z \quad S1 \\ & 0.45 \cdot 10x_A + 0.55 \cdot 10x_B + 0.45 \cdot 20y_A^2 + 0.55 \cdot 20y_B^2 \leq 16 + 5z \quad S2 \\ & w^1 \geq y_A^1 - x_A; \quad w^1 \geq x_A - y_A^1; \quad w^1 \geq y_B^1 - x_B; \quad w^1 \geq x_B - y_B^1 \quad S1 \\ & w^2 \geq y_A^2 - x_A; \quad w^2 \geq x_A - y_A^2; \quad w^2 \geq y_B^2 - x_B; \quad w^2 \geq x_B - y_B^2 \quad S2 \\ & x_A, x_B, y_A^1, y_A^2, y_B^1, y_B^2, w^1, w^2, z \in \{0, 1\} \end{aligned}$$

- c) Il ricorso non è finito in quanto  $w^1 \neq w^2$  (i coefficienti delle variabili di ricorso nei diversi rami sono diversi, come evidente dalle variabili  $y_A$  e  $y_B$ )

### DOMANDE

- No. Per un problema di massimo  $z(WS) \geq z(CRP) \geq z(EEV)$  in quanto  $z(WS) = 10 < z(EEV) = 12$ ,

- Ho. Per un problema di massimo  $z(WS) \geq z(CRP) \geq z(EEV)$  in quanto [...]. Invece abbiamo  $z(WS)=10 < z(EEV)=12$ , ad esempio.

- Vedi slide Ott. Stoc.-25: "Accuratezza e Solare dei modelli" [...]

- $W^l = W$ ,  $\forall l \in S$  con

$S$ : insieme degli scenari

$W^l$ : matrice dei coefficienti delle variabili di decisione relativi nei diversi scenari

[...]

- Vedi slide Ott. Stoc.-28

- introduzione definizioni

→ cammino minimo con costi  $c_{ij}^+$

- dimostrazione con modello di PL

- In generale, Rts. in senso esatto, limitate agli scenari in cui cambiano fino a  $\Gamma$  parametri  $d_1, \dots, d_n$  nel modello nominale, non sottoposti a incertezza ( $0 \leq \Gamma \leq n$ ) [...]