

RICERCA OPERATIVA (Esercizi di modellazione da temi d'esame)

1. Un'azienda produce due diversi tipi di profumo costituiti da alcol e da essenze. Al momento, sono necessari 10 litri di essenza di rosa, 5 litri di mughetto e 8 litri di limone. Le essenze sono ottenute distillando delle basi vendute sul mercato in flaconi. Ogni tipo di flacone ha un costo diverso, un tempo di distillazione diverso e permette di ricavare una diversa quantità delle tre essenze. Le caratteristiche dei flaconi sono riassunte nella seguente tabella:

<i>Flacone</i>	Costo (€)	Ore richieste per flacone	Rosa (ml)	Mughetto (ml)	Limone (ml)
<i>1</i>	90	20	100	110	320
<i>2</i>	120	16	120	290	210
<i>3</i>	170	12	160	330	130

Scrivere il modello di programmazione lineare che determina l'approvvigionamento di costo minimo, tenendo anche conto che:

- le ore totali disponibili per il processo di distillazione sono 1500;
 - ogni ordine per un diverso tipo di flaconi costa 20 €;
 - si vogliono acquistare flaconi di almeno due tipi;
 - i flaconi dello stesso tipo vengono distillati uno di seguito all'altro e ogni volta che si distilla un tipo di flacone bisogna effettuare il set-up dell'impianto, della durata di 8 ore.
2. Un'associazione umanitaria internazionale deve spedire i regali di Natale per i bambini di due orfanotrofi in Africa. Quest'anno si regaleranno puzzle, orsacchiotti e trenini, secondo le richieste minime sintetizzate in tabella:

<i>Orfanotrofo</i>	Puzzle	Orsacchiotti	Trenini
<i>A: Tanzania</i>	2500	3000	1400
<i>B: Kenia</i>	2100	2400	1300

I regali saranno smistati a partire da 3 centri di raccolta. I regali sono stati confezionati in pacchi per la spedizione, e ciascun centro di raccolta ha composto dei pacchi diversi. La composizione dei pacchi e il numero di pacchi disponibili sono indicati nella seguente tabella:

<i>Centro</i>	Puzzle per pacco	Orsacchiotti per pacco	Trenini per pacco	Pacchi disponibili
<i>1</i>	10	4	15	220
<i>2</i>	5	12	7	240
<i>3</i>	14	9	16	260

La spedizione avverrà per via aerea: da ciascun centro potrà partire al massimo un aereo per ciascuna destinazione, tenendo conto che il Centro 2 ha al massimo un aereo a disposizione. Ciascun aereo ha un costo fisso (tasse aeroportuali in partenza) e un costo variabile per pacco, secondo i dati (in euro) riportati in tabella

<i>Centro</i>	Costo fisso per aereo	Costo variabile per pacco verso:	
		Tanzania	Kenia
<i>1</i>	500	10	12
<i>2</i>	300	15	14
<i>3</i>	400	5	25

Si vuole determinare un piano di smistamento dei regali di costo minimo, considerando che il governo della Tanzania incentiva l'arrivo di puzzle chiedendo una sovrattassa di 1000 € qualora il numero di puzzle arrivati non superi di 500 unità la richiesta minima.

3. In vista delle prossime festività natalizie, Babbo Natale e la Befana devono programmare l'utilizzo della flotta di slitte e scope volanti. Ciascuna slitta o scopa da utilizzare deve prima passare dalla manutenzione. Le operazioni di manutenzione per una slitta o scopa richiedono dei pezzi di ricambio e un costo di manodopera, secondo i dati indicati in tabella:

Tipo	Sottopattini	Bulloni	Perni	Costo manodopera €
<i>A: Slitta normale</i>	2	10	20	25
<i>B: Slitta lusso</i>	4	12	25	20
<i>C: Scopa normale</i>	0	5	30	35
<i>D: Scopa lusso</i>	0	9	25	30

Le previsioni sulle richieste dei bambini indicano la necessità di approntare almeno 1200 mezzi tra slitte e scope, indipendentemente dal tipo. Inoltre, Babbo Natale può contare su 600 aiutanti al massimo e la Befana può contare su 900 aiutanti al massimo (gli aiutanti di Babbo Natale e della Befana possono, ovviamente, guidare solo slitte i primi e scope le seconde). Per l'acquisto dei pezzi di ricambio sono disponibili le seguenti confezioni:

Confezione	Sottopattini	Bulloni	Perni	Costo unitario €
<i>1</i>	5	30	70	20
<i>2</i>	7	45	90	25

Le confezioni di tipo 1 sono in promozione: se si acquistano più di 200 confezioni di tipo 1 si ha uno sconto di 500 €. Vogliamo aiutare Babbo Natale e la Befana a determinare il numero di mezzi, per tipo, da utilizzare, cercando di minimizzare i costi complessivi di manutenzione (pezzi di ricambio e manodopera) e considerando che esattamente tre tipi di mezzi dovranno circolare.

4. Una ditta di trasporti distribuisce frigoriferi in 4 città A, B, C e D a partire da 3 centri di distribuzione 1, 2 e 3 e vuole valutare la convenienza ad aprire il centro 4. Il costo di trasporto di un frigorifero in euro, le richieste delle città e le disponibilità dei centri di distribuzione (già aperti o potenziali) sono sintetizzati nella seguente tabella:

	Città A	Città B	Città C	Città D	Disponibilità centri
Centro 1	4	3	2	3	1800
Centro 2	2	4	3	1	3000
Centro 3	2	3	4	5	1800
Centro 4	3	1	2	2	1000
Richieste città	1000	2000	1700	1300	

Scrivere il modello di programmazione lineare che permetta di minimizzare i costi di trasporto e di valutare la convenienza ad aprire il nuovo centro 4 considerando che:

- il costo di apertura del nuovo centro è di 1000 euro;
- il centro 4, per poter essere aperto, deve servire una domanda di almeno 600 frigoriferi;
- il centro 4, per poter essere aperto, deve servire almeno 2 città diverse.

5. Un risparmiatore ha a disposizione, all'inizio di aprile, un budget di 100.000 euro e vorrebbe disporre, all'inizio di agosto, di almeno 150.000 euro attraverso un mix di investimenti. Tutti gli investimenti sono a disposizione all'inizio di ciascuno dei prossimi mesi (da aprile a luglio) e le loro caratteristiche sono riassunte nella seguente tabella, in termini di durata (in mesi), rendimento percentuale e livello di rischio:

<i>Investimento</i>	<i>durata (mesi)</i>	<i>rendimento</i>	<i>rischio</i>
<i>A</i>	1	10%	2
<i>B</i>	2	19%	3
<i>C</i>	3	33%	5
<i>D</i>	1	15%	4

Scrivere il modello di programmazione lineare che aiuti il risparmiatore ad arrivare alla cifra desiderata minimizzando il livello di rischio e tenendo conto che:

- il capitale rientrato alla fine di un investimento è immediatamente a disposizione per altri investimenti;
 - a inizio maggio, non è possibile investire nello stesso periodo sia in B che in C;
 - per poter usufruire dell'investimento A a inizio aprile è necessario investire, nello stesso periodo, almeno 10.000 euro in B e 30.000 euro in D;
 - è possibile investire solo multipli interi di 1.000 euro.
6. Per l'assortimento di scatole di cioccolatini, sono disponibili praline di forme (cuore, fiore, stella o chicco) e gusti (latte, fondente o caffè) diversi. Le praline sono acquistate dalla sede centrale in confezioni, ciascuna contenente praline della stessa forma e dello stesso gusto. Il numero di praline per confezione dipende dalla forma: 70 cuori, 50 fiori, 100 stelle o 200 chicchi. Il costo per confezione dipende dal gusto: 30 euro per il latte, 50 euro per il fondente e 40 euro per il caffè. Le disponibilità di confezioni per le diverse forme e i diversi gusti sono riassunti nella tabella sotto. Il confezionamento avviene in tre diversi stabilimenti. Ogni stabilimento produce lo stesso numero di scatole dello stesso peso, ma con una composizione diversa: ciascuno stabilimento richiede 900 kg di cioccolato in tutto, e una quantità minima diversa di cioccolato dei diversi gusti, come dalla tabella.

Gusto	Disponibilità				Richiesta minima (kg)		
	Cuore	Fiore	Stella	Chicco	Stab. 1	Stab. 2	Stab. 3
Latte	Sì	Sì	No	No	500	100	100
Fondente	Sì	No	Sì	No	100	500	100
Caffè	No	Sì	Sì	Sì	100	100	500

Ciascuna pralina a forma di cuore, fiore, stella e chicco pesa, rispettivamente, 30, 50, 20 e 10 grammi. Si scriva un modello di programmazione lineare che minimizzi i costi tenendo conto che:

- si vogliono acquistare almeno 10 confezioni di cuori di cioccolato fondente;
- prima della spedizione negli stabilimenti, le praline acquistate sono pretrattate su linee diverse a seconda della forma, indipendentemente dal gusto, e ogni linea ha un costo fisso di setup pari a 200 euro;
- si vogliono acquistare praline di almeno 3 forme, indipendentemente dal gusto;
- si può evitare di rifornire uno stabilimento a scelta, pagando 15 000 euro a un fornitore esterno.