



# Ricerca Operativa

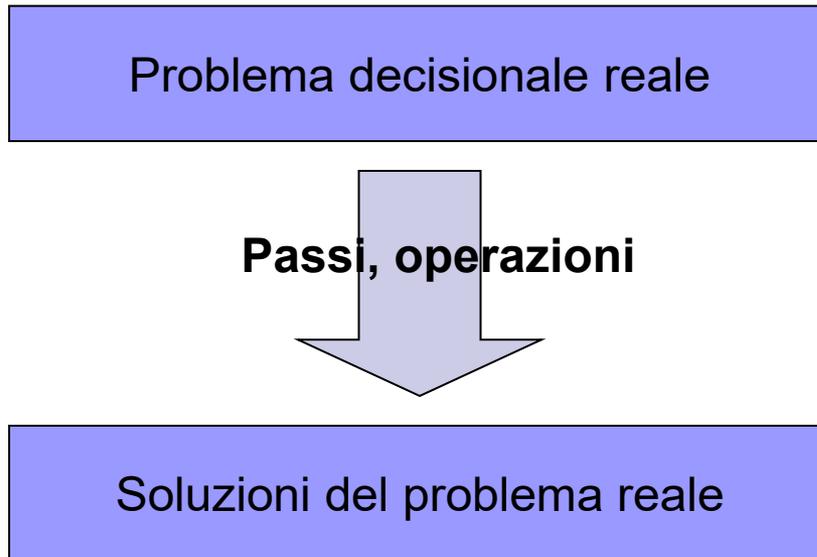
## 1. Introduzione

# Docente

- Luigi De Giovanni
- Dipartimento di Matematica  
(Torre Archimede) – uff. 4CD3
- Tel. 049 827 1349 – **Meeting su Zoom**
- email: [luigi@math.unipd.it](mailto:luigi@math.unipd.it)
- [www.math.unipd.it/~luigi](http://www.math.unipd.it/~luigi)
  
- **Ricevimento:** giovedì, h 10.30 – 12.30 (o altro)  
(su appuntamento via e-mail) – **Ufficio o Zoom**

# Cosa è la Ricerca Operativa?

- Supporto ai processi decisionali in sistemi complessi



Ricerca delle  
operazioni con  
metodo scientifico

# Una definizione (ispirata a [wikipedia](#))

La **ricerca operativa** (nota anche come **teoria delle decisioni**, **scienza della gestione** o, in inglese, **operations research** -"Operational Research" in Europa- e indicata con le sigle RO o OR) fornisce strumenti **matematici** di supporto alle attività decisionali in cui occorre gestire e coordinare attività e risorse limitate al fine di **massimizzare o minimizzare** una funzione obiettivo.

La ricerca operativa si occupa di **formalizzare** un problema in un **modello matematico** e calcolarne una soluzione ottima, quando possibile, o approssimata (detta anche subottima).

Essa costituisce un **approccio scientifico** alla risoluzione di problemi complessi, si può ricondurre all'ambito della matematica applicata ma presenta forti caratteristiche **interdisciplinari** relative in prevalenza a matematica, **informatica**, economia e finanza, ingegneria ed altre. Inoltre la ricerca operativa ha molte applicazioni commerciali soprattutto negli ambiti economico, infrastrutturale, logistico, militare, della progettazione di servizi e di sistemi di trasporto e nelle tecnologie. (...)

La ricerca operativa riveste un ruolo importante nelle attività decisionali perché permette di operare le **scelte migliori** per raggiungere un determinato obiettivo rispettando **vincoli** che sono imposti dall'esterno e non sono sotto il controllo di chi deve compiere le decisioni.

# Problemi di ottimizzazione: un “gioco”



10 **M**agliette



15 **B**orse



32 riquadri



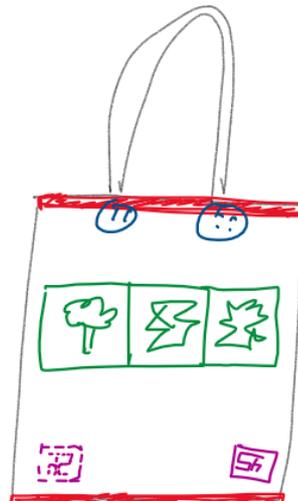
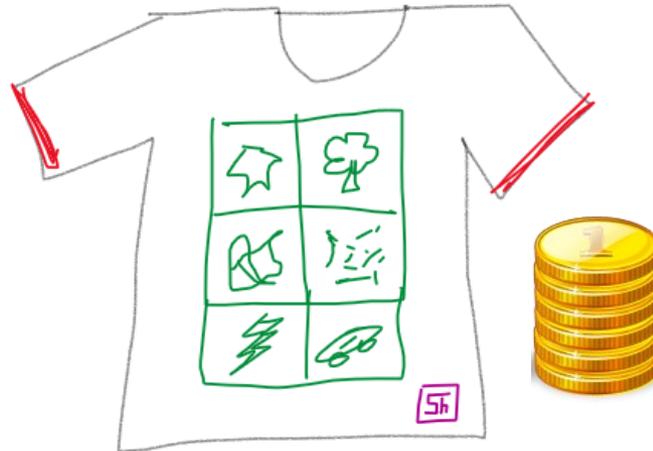
24 etichette



40 profili



15 bottoni



**Obiettivo:**



**Decisioni:**

- Quante **M**?
- Quante **B**?

# Problemi di ottimizzazione

- Determinare la migliore configurazione di sistemi complessi sotto condizioni di utilizzo di risorse scarse
  - Mix ottimo di produzione
  - Pianificazione della produzione, schedulazione di processi
  - Determinazione dei turni del personale
  - Determinazione di percorsi ottimali
  - Organizzazione dei flussi di dati in una rete di telecom.
  - Individuazione di sequenze genomiche
  - Pianificazione e gestione operativa di reti di trasporto
  - etc. etc. etc.

# Gli scopi della Ricerca Operativa

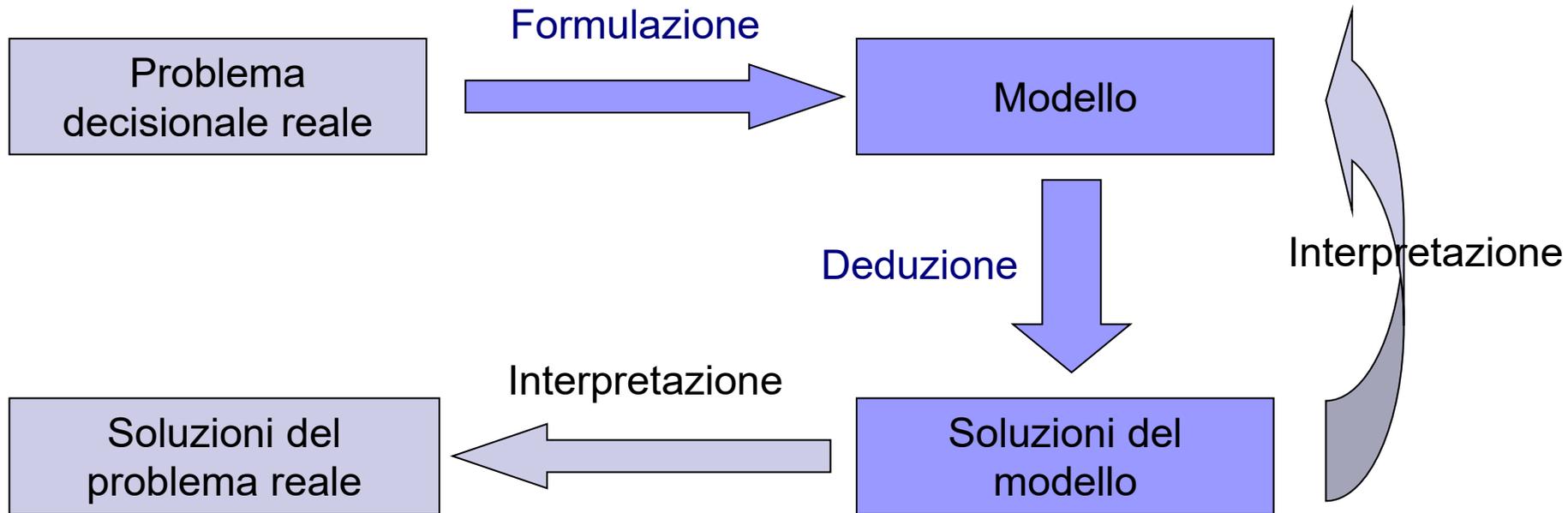
- E' spesso "facile" generare soluzioni ammissibili
- E' spesso "facile" proporre soluzioni "ragionevoli"

Ma...

- Come **certificare** che una soluzione proposta è la migliore in assoluto (ottima)?
- Come valutare il **valore intrinseco** delle risorse (e.g. un riquadro)
- Come valutare la **stabilità** della soluzione proposta in funzione di variazioni dei dati (ricavi, risorse disponibili etc.)?
- Come stabilire le soluzioni ottime in problemi simili (prospettiva **modellistica** e **algoritmica**)?

Uso di **strumenti** matematici e algoritmici: Ricerca Operativa!

# Il metodo della Ricerca Operativa



- **Formulazione:** modelli matematici, su grafo, di simulazione, teoria dei giochi, data-driven (intelligenza artificiale) etc.
- **Deduzione:** metodi quantitativi, algoritmi efficienti

# Esempio

Un coltivatore ha a disposizione 11 ettari di terreno da coltivare a lattuga o a patate. Le risorse a sua disposizione, oltre al terreno, sono: 70 kg di semi di lattuga, 18 t di tuberi, 145 mc di fertilizzante. Supponendo che il mercato sia in grado di assorbire tutta la produzione e che i prezzi siano stabili, la resa stimata per la coltivazione di lattuga è di 3000 €/ettaro e quella delle patate è di 5000 €/ettaro. Il consumo di risorse per ogni tipo di coltivazione è di 7 kg di semi e 10 mc di fertilizzante per ettaro di lattuga, e 3 t di tuberi e 20 mc di fertilizzante per le patate. Stabilire quanto terreno destinare a lattuga e quanto a patate in modo da massimizzare la resa economica e sfruttando al meglio le risorse disponibili.

# Costruzione del modello

- Quali sono gli elementi coinvolti e i dati?  
⇒ insiemi e parametri
- Cosa bisogna decidere?  
⇒ variabili decisionali (incognite)
- Quale è l'obiettivo?  
⇒ funzione obiettivo
- Come sono caratterizzate le soluzioni ammissibili?  
⇒ vincoli del problema (relazioni tra incognite)

## **Modelli matematici:**

funzione obiettivo e vincoli sono espressi come relazioni matematiche tra le variabili decisionali

# Modello matematico

- **Insiemi e parametri:**

$\{L,P\}$ ; {terreno,semi,tuberi,fertil} – 3000,5000 - 11,70,10,145 - 1,1,7,0,0,3,10,20

- **Variabili decisionali:**

$x_L$  : quantità in ettari da destinare a lattuga

$x_P$  : quantità in ettari da destinare a patate

- **Funzione obiettivo:**

$\max 3000 x_L + 5000 x_P$  (ricavo totale da massimizzare)

- **Sistema dei vincoli:**

$1 x_L + 1 x_P \leq 11$  (ettari disponibili)

$7 x_L \leq 70$  (semi disponibili)

$3 x_P \leq 18$  (tuberi disponibili)

$10 x_L + 20 x_P \leq 145$  (fertilizzante disponibile)

$x_L \geq 0, x_P \geq 0$  (dominio)

# Soluzione

- Soluzione empirica con foglio elettronico
- Facile ottenere soluzioni ammissibili...
- ...ma abbiamo la soluzione **ottima**?

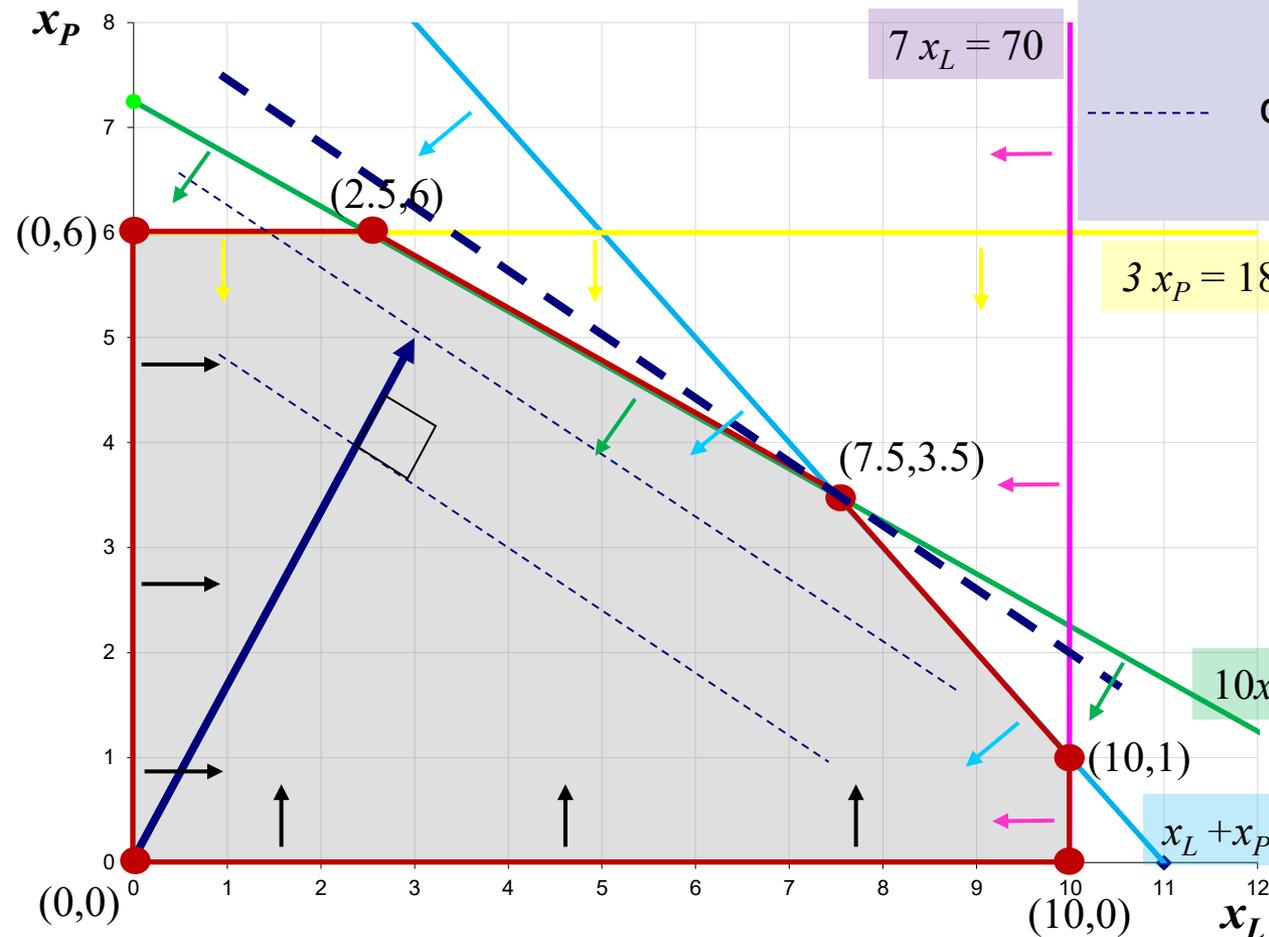
# Soluzione: metodo grafico

$$\max 3000 x_L + 5000 x_P$$

→ direzione del gradiente della funzione obiettivo

--- curve isoprofitto (ortogonali)

$$3000 x_L + 5000 x_P = K$$



$$3000 x_L + 5000 x_P = 27000$$

$$3000 x_L + 5000 x_P = 34500$$

$$3000 x_L + 5000 x_P = 40000$$

$$10x_L + 20x_P = 145$$

$$x_L + x_P = 11$$

# Modelli di programmazione lineare

- Il metodo grafico funziona grazie a:
  - ⇒ **linearità** della funzione obiettivo
  - ⇒ **linearità** dei vincoli
- Si parla in questi casi di **modelli di programmazione lineare (PL)**
- Sotto queste ipotesi (come vedremo meglio in seguito), una soluzione si trova su un vertice della regione ammissibile: l'ultimo toccato traslando le rette isoprofitto nella direzione del gradiente
- Con più variabili... geometria  $\approx$  algebra

# Soluzione: sw di ottimizzazione

- Risolutore per fogli di calcolo (Excel, Calc etc.)
- Software di ottimizzazione
  - Linguaggi di modellazione matematica (OPL, AMPL, Mosel, Lingo, GAMS etc.)
  - Motori di ottimizzazione (Cplex, Gurobi, Xpress, Scip, CoinOR, GPLK, LPsolve etc.)
- Importante disporre di un buon modello matematico: considereremo modelli di programmazione lineare (PL)

# Programma di massima (6 CFU)

- 1. Problemi di ottimizzazione: modellazione e soluzione con software off-the-shelf**
  - formulazione di modelli di programmazione matematica;
  - soluzione con l'utilizzo di pacchetti software (**laboratorio**).
- 2. Programmazione lineare:**
  - teoria e metodo del simplesso;
  - teoria della dualità e applicazioni.
- 3. Ottimizzazione su grafi:** modelli e algoritmi per
  - problema del cammino minimo;
  - problemi di flusso su reti (flusso massimo, flusso di costo minimo).
- 4. Introduzione alla Programm. Lineare Intera e all'Ottimizzazione Combinatoria:**
  - metodo del Branch & Bound per PLI;
  - cenni sui metodi euristici e metaeuristici (ricerca locale e varianti).

## TESTI DI RIFERIMENTO

- **Dispense fornite dal docente.**
- Matteo Fischetti, "Lezioni di Ricerca Operativa", II/III edizione, Edizioni Libreria Progetto, Padova, 1999/2013 (*per consultazione*).

# Organizzazione del corso

- Orario (salvo variazioni comunicate tempestivamente\*)
  - martedì 8.30 – 10.30 lezione in LuM250 o lab in LabP140\*
  - giovedì 8.30 – 10.30 lezione in LuM250 o lab in LabP140\*
  - venerdì 8.30 – 10.30 lezione in LuM250 o lab in LabP140\*

\*(vedi avvisi su Moodle)
- Modalità d'esame (regole)
  - Scritto (integrabile con la discussione di un mini-progetto)
- **Materiali e avvisi su Moodle**

<https://stem.elearning.unipd.it/course/view.php?id=9936>

(raggiungibile da [www.math.unipd.it/~luigi/courses/ricop/ricop.html](http://www.math.unipd.it/~luigi/courses/ricop/ricop.html))