

① // x_{ik} : num. pacchi $i \in \{A, B, C, D\}$ su aereo per campo $k \in \{1, 2, 3\}$ [29/01/25 6B]
 // $y_i = 1$ se si spediscono $i \in \{C, D\}$ in almeno un campo, 0 altrimenti
 // z : valore minimo della differenza tra i per spediti in 1 e 2
 $\max Mx_{A1} + 10x_{A2} + 9x_{A3} + 9x_{B1} + 8x_{B2} + 10x_{B3} + 11x_{C1} + 9x_{C2} + 8x_{C3} + 10x_{D1} + 8x_{D2} + 10x_{D3}$
 s.t. $x_{A1} \geq 50$ $x_{B2} \geq 25$ $x_{B3} \leq 50$
 $4x_{A1} + 5x_{B1} + 3x_{C1} + 2x_{D1} \leq 1500$ $30x_{A1} + 20x_{B1} + 10x_{C1} + 25x_{D1} \leq 10000$
 $4x_{A2} + 5x_{B2} + 3x_{C2} + 2x_{D2} \leq 1500$ $30x_{A2} + 20x_{B2} + 10x_{C2} + 25x_{D2} \leq 10000$
 $3x_{A3} + 5x_{B3} + 3x_{C3} + 2x_{D3} \leq 1500$ $30x_{A3} + 20x_{B3} + 10x_{C3} + 25x_{D3} \leq 10000$
 $x_{A1} + x_{A2} + x_{A3} + x_{B1} + x_{B2} + x_{B3} + x_{C1} + x_{C2} + x_{C3} + x_{D1} + x_{D2} + x_{D3} \leq 2000$
 $x_{C1} + x_{C2} + x_{C3} \leq M y_C$ $x_{D1} + x_{D2} + x_{D3} \leq M y_D$ $y_C + y_D \leq 1$ // $M = 2000$ (COST SUFF. gr.)
 $z \geq x_{A1} + x_{B1} + x_{C1} + x_{D1} - (x_{A2} + x_{B2} + x_{C2} + x_{D2})$
 $z \geq x_{A2} + x_{B2} + x_{C2} + x_{D2} - (x_{A1} + x_{B1} + x_{C1} + x_{D1})$ $z \leq 50$
 $x_{ik} \in \mathbb{Z}^+$, $\forall i \in \{A, B, C, D\}$, $j \in \{1, 2, 3\}$; $y_C, y_D \in \{0, 1\}$; $z \in \mathbb{R}$

② $\min -5x_1 - 3x_2 - 2x_3$ ($x_2 = x_3$)
 s.t. $-x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 3$
 $2x_1 + 2x_2 + x_5 = 3$
 $2x_1 - 2x_2 + x_3 + x_6 = 2$
 $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \geq 0$

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	b	θ
-5	-3	-2	0	0	0	-1	0
-1	-1	-1	1	0	0	0	3
2	2	0	0	1	0	0	3
②	-2	1	0	0	1	0	2

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	b	θ
0	-8	1/2	0	0	5/2	-1	5 $\leftarrow R_1$
0	-2	-1/2	1	0	1/2	0	4 $\leftarrow R_2$
0	④	-1	0	1	-1	0	1 $\leftarrow R_3$
1	-1	1/2	0	0	1/2	0	1 $\leftarrow R_3/2$

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	b	θ
0	0	-3/2	0	2	1/2	-1	7 $\leftarrow +2R_2$
0	0	-1	1	1/2	0	0	9/2 $\leftarrow +R_2/2$
0	1	-1/4	0	1/4	-1/4	0	1/4 $\leftarrow R_3/4$
1	0	①/4	0	1/4	1/4	0	5/4 $\leftarrow +R_2$

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	b	θ
6	0	0	0	7/2	2	-1	29/2 $\leftarrow +3R_3$
4	0	0	1	3/2	1	0	19/2 $\leftarrow +R_3$
1	1	0	0	1/2	0	0	3/2 $\leftarrow +R_3$
4	0	1	0	1	1	0	5 $\leftarrow R_2$

$z^* = -\frac{23}{2}$ ⑥ $W^* = -\frac{23}{2}$ (QUANTO FORTE)
 $x_1^* = 0$ $x_2^* = -3/2$ $x_3^* = 5$ $x_4^* = 1/2$ $x_5^* = 0$ $x_6^* = 0$

③

	A	B	C	D	E	F	G	Att
0	0	0	0	0	0	0	0	A
1	0	3	1	0	0	0	0	B
2	0	2	1	0	0	0	0	BDF
3	0	2	①	0	0	0	0	G
4	0	2	1	0	0	0	0	E
5	0	2	1	0	0	0	0	D
6	0	2	1	0	0	0	0	D

$\max h = 4$
 $D \leftarrow C \leftarrow A$
 $\max h = 5 \equiv 6$
 $A \leftarrow C \leftarrow F \leftarrow G \leftarrow E$
 $\rightarrow$ albero $\equiv$ GRADO

④) ENUNCIATO CCPO
 a) $(-3, 0, 0)$ è ammissibile per u
 b) dual: $\min -3u_1 + 3u_2 - u_4$
 s.t. $u_1 + u_2 + u_3 + u_4 = 5$
 $u_1 + 3u_2 + 2u_3 - 2u_4 = 2$
 $2u_1 + u_2 + 3u_3 + u_4 \geq -3$
 $u_1, u_2, u_3 \leq 0$ $u_4 \geq 0$
 c) $-3 \neq 0 \Rightarrow |u_1 + u_2 + u_3 + u_4 = 5|$ CCPO
 x_2 lib $\Rightarrow$ no CCPO (A.D. ...)
 $x_3 = 0 \Rightarrow //$
 $x_1 + x_2 + 2x_3 = -3$ per A.D. -
 $3x_2 + x_3 = 0 \Rightarrow //$
 $x_1 + 2x_2 + 3x_3 = -3 < 3 \Rightarrow u_3 = 0$
 $x_1 - 2x_2 + x_3 = -3 < -1 \Rightarrow u_4 = 0$
 d) sistema
 $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 + u_4 = 5 & \text{(CCPO)} \\ u_1 + 3u_2 + 2u_3 - 2u_4 = 2 & \text{(A.D.)} \\ u_3 = 0 & \text{(CCPO)} \\ u_4 = 0 & \text{(CCPO)} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} u_1 = 5 \\ u_2 = -1 \\ u_3 = 0 \\ u_4 = 0 \end{cases}$
 e) Verifica A.D.
 $u_1 = 5 \vee u_2 = -1 < 0 \vee u_3 = u_4 = 0 \vee$
 $u_1 + u_2 + u_3 + u_4 = 5$ per cost. max
 $u_1 - 3u_2 + 2u_3 - 2u_4 = 2$ per cost. min
 $2u_1 + u_2 + 3u_3 + u_4 = 9 > -3 \vee$
 f) la sol u è A.D. e in CCPO
 con $(-3, 0, 0) \Rightarrow (-3, 0, 0)$ è OTTIM!

⑤ a) x_6, x_7, x_8 è base (nonchiamare; basta!)
 b) $20/31 > 0/23 \rightarrow$ base ammissibile
 c) entra x_2 esce x_6 (new $= -20 - 10 \cdot 0 = -20$)
 d) x_4 per x_7 ; x_4 per x_8 ; x_5 per x_6
 e) $-20 - 15 \cdot 2 = -50$; -50 ; $-20 - 1 \cdot 0 = -20$
 ⑥ a) $1,1 \leq L_1 \leq 1,8^{(1)}$; $U_1 \geq 1,8$ $1 \leq U_1 \leq 1,8$ $U_1 \notin (2,7; 3,8)$
 scelgo $L_1 = 1,8$, $U_1 = 2,0$
 b) $[1,5; 1,3]$
 c) $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6$, cerchio P_3
 d) P_6
 (1) è min
 (2) U_1 è tra sol. di P_1
 (3) non è max