

## Esercizi proposti 16

### Trasformata di Laplace e applicazione alle EDO

#### 16.1

Trovare la trasformata di Laplace con la rispettiva regione di convergenza del segnale

$$x(t) = e^{-t} u(t) + e^{-2|t|}.$$

#### 16.2

[difficile] Si trovi un segnale  $x(t)$  che ammette trasformata bilatera di Laplace con regione di convergenza coincidente con l'asse immaginario.

#### 16.3

Un sistema LTI causale risponde al segnale d'ingresso  $x(t) = t^2 e^{-2t} u(t)$  con l'uscita  $y(t) = 2 t^3 e^{-2t} u(t)$ .

(a.) Si determini la risposta impulsiva del sistema.

(b.) La coppia di segnali  $x_1(t) = 3 \sin t u(t)$ ,  $y_1(t) = t \sin 2t u(t)$  è una possibile coppia ingresso-uscita per il sistema?

#### 16.4

L'equazione integrale

$$y(t) = \int_0^t y(\tau) \cos [3(t - \tau)] d\tau + x(t), \quad t > 0,$$

rappresenta la relazione ingresso-uscita di un sistema LTI causale, dove  $x(t) = 0$  per  $t < 0$ .

(a.) Si determini la funzione di trasferimento del sistema.

(b.) A quale equazione differenziale è associabile questo sistema?

#### 16.5

Un sistema LTI a tempo continuo ha risposta impulsiva

$$h(t) = \sin t u(t) + 2 \delta(t)$$

(a.) discutere la stabilità BIBO analizzando la funzione di trasferimento del sistema;

(b.) calcolare la risposta al gradino del sistema.

#### 16.6

Si calcoli la risposta al gradino di un sistema LTI con risposta impulsiva

$$h(t) = \begin{cases} e^t, & t < 0, \\ \cos t, & t \geq 0. \end{cases}$$

### 16.7

Si consideri l'equazione differenziale

$$y''(t) + 5y'(t) = 3x(t)$$

Determinare la soluzione  $y(t)$ ,  $t > 0$ , corrispondente a  $x(t) = \delta(t)$  ed alle condizioni iniziali  $y(0^-) = 0$ ,  $y'(0^-) = 2$ .

### 16.8

Si consideri un sistema LTI causale e BIBO-stabile a tempo continuo, con funzione di trasferimento

$$H(s) = \frac{6(s+4)}{s^2 + as + 9}$$

In risposta all'ingresso  $x(t) = \cos 3t u(t)$ , l'uscita presenta, a transitorio esaurito, un andamento oscillatorio compreso tra un valore massimo  $y_M = 2$  e un valore minimo  $y_m = -2$ . In base a questo esperimento, quanto vale il parametro reale  $a$ ?

### 16.9

Si consideri l'equazione differenziale

$$y''(t) + 6y'(t) = x(t).$$

(a.) Si determini la soluzione  $y(t)$ ,  $t > 0$ , corrispondente ad  $x(t) = u(t)$  ed alle condizioni iniziali  $y(0^-) = 1$ ,  $y'(0^-) = -6$ .

(b.) Si discuta la stabilità BIBO del sistema LTI causale associato all'equazione differenziale.

### 16.10

Per l'equazione differenziale

$$y'(t) + 3y(t) = x(t),$$

con  $x(t) = 30 \sin t u(t)$  e condizione iniziale  $y(0^-) = 2$ , calcolare la soluzione  $y(t)$ ,  $t > 0$ , determinando separatamente le componenti di risposta *libera* e di risposta *forzata*.

### 16.11

Scrivere un'equazione differenziale lineare a coefficienti costanti, cui sia associato il sistema LTI causale definito dalla risposta impulsiva

$$h(t) = [1 + e^t + 2e^{-2t}] u(t).$$

### 16.12

I segnali  $x(t)$  ed  $y(t)$  sono identicamente nulli per  $t < 0$ . Sappiamo inoltre che i due segnali soddisfano per  $-\infty < t < \infty$  le equazioni differenziali

$$\begin{aligned}x'(t) &= 3y(t) + \delta(t), \\y'(t) &= 3x(t).\end{aligned}$$

(a.) Determinare le trasformate di Laplace  $X(s)$  ed  $Y(s)$ .

(b.) Calcolare  $x(t)$  ed  $y(t)$ .

**16.13**

Si consideri la connessione in serie di due sistemi LTI continui, entrambi non BIBO stabili. Il sistema risultante è necessariamente non BIBO stabile? (Si dimostri l'asserto oppure si fornisca un controesempio).

**16.14**

hidden text below