UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

Introduzione al corso

SEGNALI E SISTEMI

A.A. 2024-2025

Docente

Marco CAGNAZZO

marco.cagnazzo@unipd.it

Ricevimento: su prenotazione

Edificio DEI/A, II piano, corridoio di destra
Interno 7719

Ufficio 220

In classe: durante la pausa,
alla fine della lezione

Orario lezioni

12 settimane, 36 lezioni

32 Lezioni in aula

4 Laboratori Matlab

Martedì **14:30**-16:15 in Aula Ce

- Tranne 5/11, 19/11, 3/12 e 17/12: Laboratorio in Ue/Te, **16:30-18.15**

Mercoledì **12:30**-14:15

Giovedì **14:30**-16:15

Attività in presenza: **non ci saranno registrazioni delle lezioni**

Si prega di **rispettare la puntualità** all'inizio della lezione

Ricevimento: Mercoledì 14:30 durante il primo semestre.
Su appuntamento durante le sessioni d'esame.
Da stabilire durante il secondo semestre

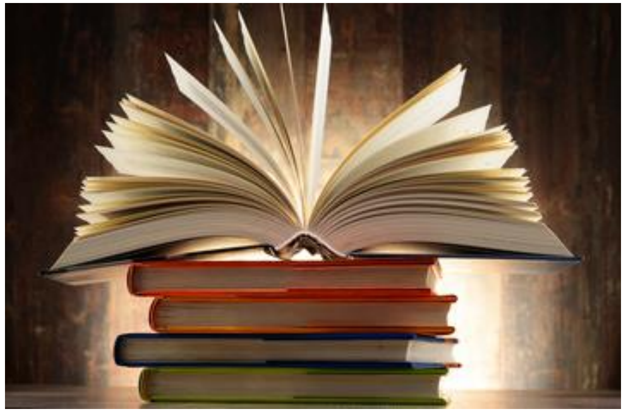
Libri

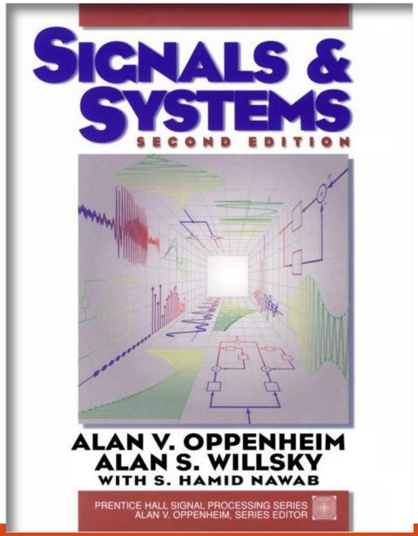
Lorenzo Finesso, *Segnali e Sistemi.* Libreria Progetto

Oppenheim, Willsky, Nawab, *Signals and Systems*. Pearson

Appunti delle lezioni che saranno caricati sul moodle progressivamente

Sono già disponibili gli appunti degli anni scorsi, ma ci sarà qualche (piccolo) aggiornamento





Modalità d'esame

Prova scritta a libro chiuso

Due parti: per superare l'esame bisogna ottenere un punteggio minimo in entrambe

Parte 1: Esercizi. Sono previsti 3 esercizi, ciascuno può valere 7 o 8 punti a seconda del tempo

Parte 2: Domande aperte. Ci sono 3 domande (due sulla **teoria**, una sui **laboratori**): 3 o 4 punti ciascuna. Lista delle domande *disponibile fin da adesso*, ma suscettibile di essere modificata

Per superare l'esame bisogna ottenere, **in ognuna delle due parti**, almeno la metà dei punti disponibili per tale parte.

Esempio: 3 esercizi, ognuno da 7 punti; 2 domande teoriche da 4 punti; una domanda di Matlab da 3 punti. Per superare l'esame bisogna ottenere almeno 21/2=10.5 punti negli esercizi, almeno 11/2=5.5 punti nelle domande aperte ed ovviamente almeno 18 punti in totale.
Il totale dei punti disponibili è tipicamente di 31 o 32

Prova al calcolatore (laboratorio)

Bonus (fino +3 punti o per la lode) applicabile se la prova scritta è superata

Modalità d'esame

Prova scritta

Date: mercoledì 22/01/2025, ore 10:00
lunedì 10/02/2025, ore 10:00
una data da confermare nella sessione estiva
una data da confermare nella sessione di recupero

Prova al calcolatore (laboratorio)

Data unica per tutto l'a.a.:
lunedì 27/01/2025, 09:30

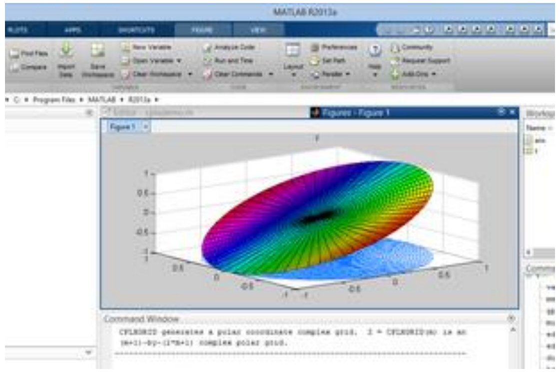
I punti acquisiti restano validi *per sempre*

Appelli straordinari

Non sono consentiti a meno di condizioni veramente straordinarie

I laboratori

- Quattro "lezioni pratiche" in laboratorio
  - Esercizi
  - Esempi
  - Simulazioni di segnali e sistemi con MATLAB



Saranno fornite anche delle dispense interattive realizzate con il software Mathematica
Tutti gli studenti possono inoltre installare MATLAB e Mathematica sui propri *computer personali:*
https://www.csia.unipd.it/servizi/servizi-utenti-istituzionali/contratti-software-e-licenze/matlab
https://asit.unipd.it/servizi/contratti-software-licenze/mathematica

Importante

Create un account «DEI» che vi permetterà di usare i computer del laboratorio:
https://www.dei.unipd.it/nuovoaccount

Università degli Studi di Padova

Prerequisiti

Analisi matematica:

- Limiti, serie, derivate
- Integrali definiti ed indefiniti
- Studio di funzioni

Algebra lineare

- Spazi vettoriali, basi, dipendenza e indipendenza lineare
- Spazi euclidei, prodotto scalare, norma, ortogonalità
- Autovettori ed autovalori

Aritmetica complessa

- Operazioni aritmetiche con i numeri complessi

Che cosa e come si studia in questo corso?

È un corso di *matematica applicata all'ingegneria*

In particolare a tutti i rami dell'ingegneria dell'informazione

È un corso *metodologico*

Si studiano strumenti matematici che saranno utili in molte applicazioni

È un corso *applicativo*

Vedremo come applicare i concetti illustrati tramite software come Matlab e Mathematica

È un corso *interattivo:* useremo Wooclap

Usate il QR code oppure

Andate su wooclap.com con il codice

ZGKQAR

Che cos'è un segnale? Che cos'è un sistema?

"Signals convey information; Systems transform signals" [1]

Dal dizionario Merriam-Webster [2]

signal

[…]

4
a : an object used to *transmit or convey information* beyond the range of human voice

b : the sound or image conveyed in telegraphy, *telephony*, radio, radar, or *television*

c : *a detectable physical quantity* or impulse (as a voltage, current, or magnetic field strength) by which messages or information can be transmitted

[1] Lee, Edward A., & Pravin Varaiya. "Signals and Systems." (2003). Addison Wesley.
[2] http://www.merriam-webster.com

Sistema / trasformazione

Ancora dal dizionario Merriam-Webster

transformation

[…]

3

a (1) : the operation of changing (as by rotation or mapping) one configuration or expression into another in accordance with a mathematical rule; […]

a (2) : the formula that effects a transformation

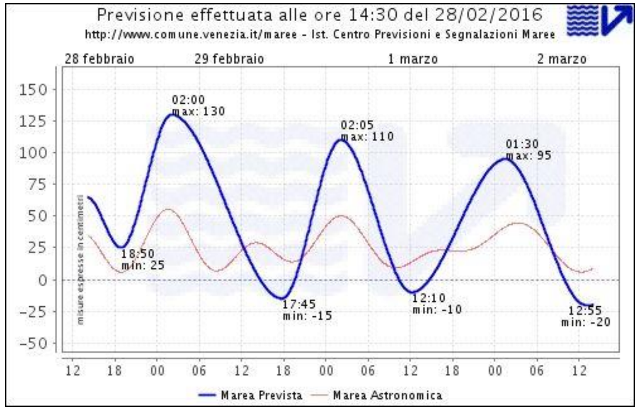
b : a mathematical correspondence that assigns exactly one element of one set to each element of the same or another set

http://www.merriam-webster.com

Esempi di segnali

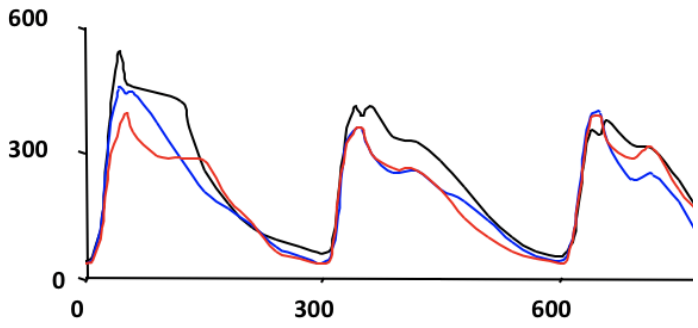
Voce umana (fluttuazioni di pressione acustica)

Livello di marea a Venezia



Elettrocardiogramma

Concentrazione di insulina nel sangue



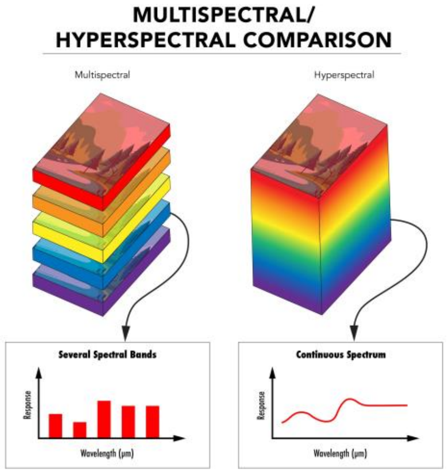
Esempi di segnali

Inflazione mensile (artificiale)

Cambio Euro/$ giornaliero (artificiale)

Immagini e video digitali

Immagini multispettrali
e iperspettrali



Segnali a tempo continuo

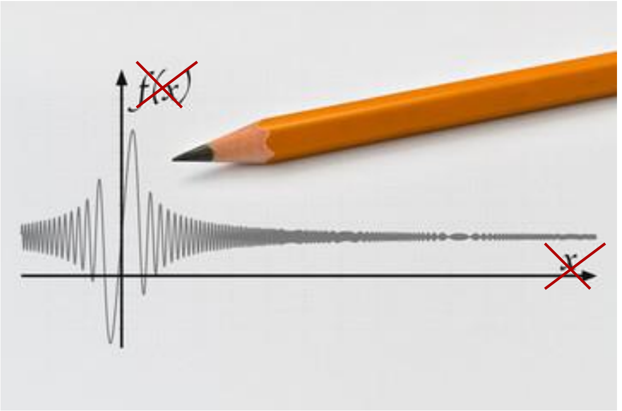
La convenzione è definire il segnale come $s(t)$

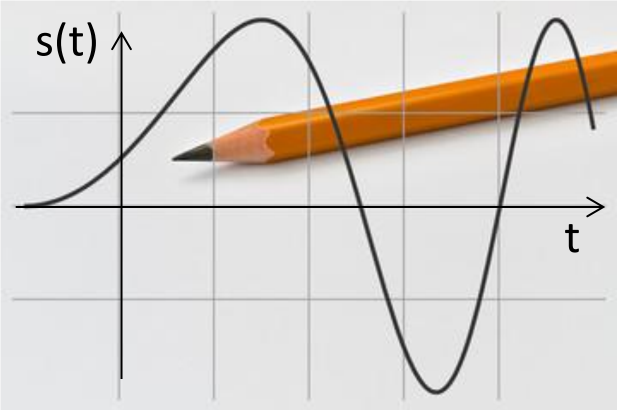
s = segnale
t = tempo (tipicamente, ma non solo… anche spazio)

Dominio ($t \in D$) e *codominio* ($s \in C$) definiscono la tipologia di segnale

Per il dominio, ad esempio, un segnale è detto ***a tempo continuo*** se D è un insieme continuo: tipicamente $D = \mathbb{R}$ oppure D è un *intervallo*

Per il codominio, un segnale può essere a valori reali ($C \subseteq \mathbb{R}$, segnale reale) o complessi ($C \subseteq \mathbb{C}$)



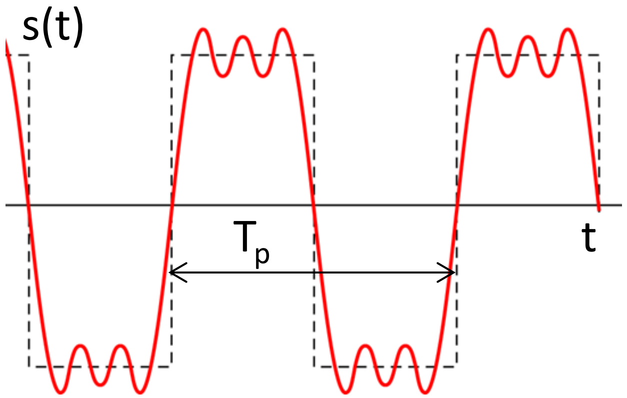


Segnali periodici

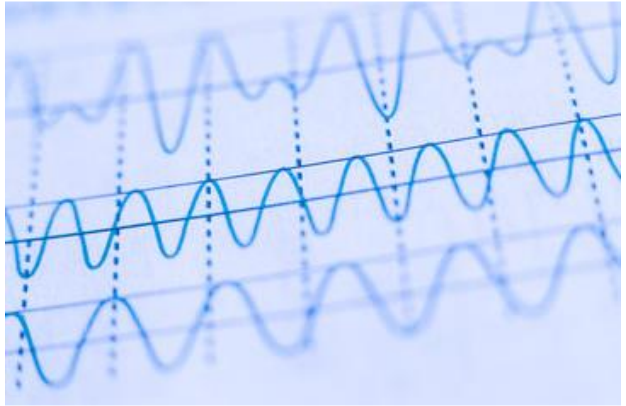
Soddisfano la proprietà seguente:

$$\exists T_p \in \mathbb{R}^+ : \forall t \in \mathbb{R}, s(t + T_p) = s(t)$$

con T_p il *periodo del segnale*



Sono univocamente definiti dai valori assunti nell'*intervallo fondamentale* $[0, T_p)$ o in qualunque altro periodo



Quindi tutta l'informazione di un segnali **periodico è contenuta in un suo periodo**

Questo permette di stabilire una relazione di equivalenza tra i segnali periodici ed **i segnali a supporto finito**

Segnali a tempo discreto

… conosciuti anche come *successioni*

Il dominio è discreto: $s: n \in \mathbb{Z} \to \mathbb{C}$

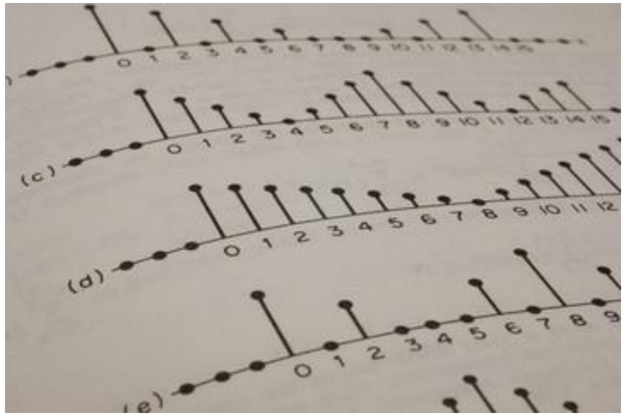
$$\dots s_{-1}, s_0, \ s_1, \dots, s_n, \dots$$

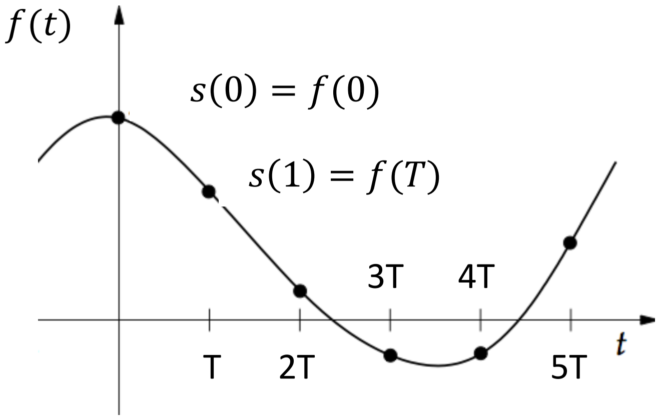
Esistono diverse convenzioni per rappresentare i segnali a tempo discreto:

$$s_n, s(n), s[n], s(nT)$$

Quest'ultima è legata al fatto che spesso i segnali a tempo discreto si ottengono tramite il *campionamento* (con opportuno periodo $T \in \mathbb{R}$) di segnali a tempo continuo:

$$s: n \in \mathbb{Z} \to f(t)|_{t=nT}$$

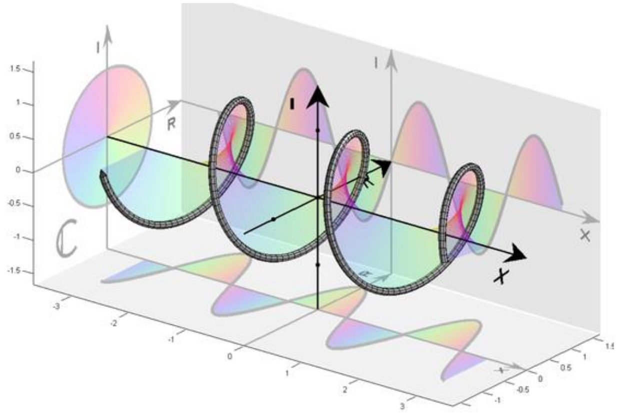




UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

Segnali a valori complessi

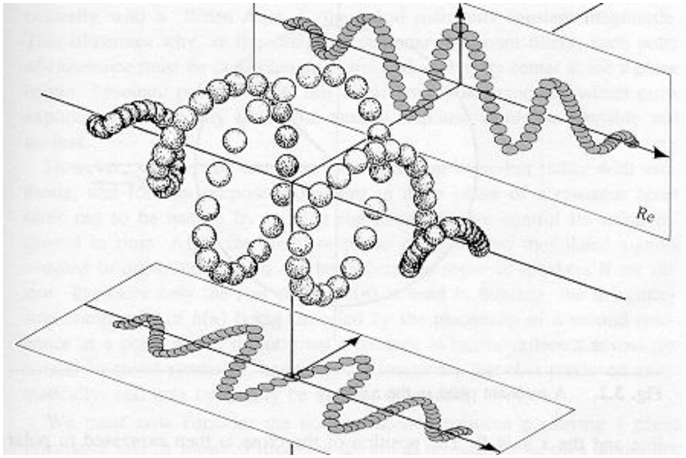
Segnali il cui codominio è $C \subseteq \mathbb{C}$



Possono essere interpretati come segnali vettoriali valori reali

$$\boldsymbol{s}(t) = \left[\Re\big(s(t)\big), \Im\big(s(t)\big)\right]$$

Le due componenti sono la parte reale la parte immaginaria di $s(t) \in \mathbb{C}$



Ma perché abbiamo bisogno dei numeri (e dei segnali) complessi?

I complessi… semplificano!

L’analisi complessa rende possibili calcoli e rappresentazioni che sarebbero molto più complicati o impossibili usando solo numeri reali

Esempi:

1. Rappresentazione di **ampiezza** e **fase**: I numeri complessi permettono di rappresentare simultaneamente l'ampiezza e la fase di un segnale in una singola entità matematica
2. Analisi di **Fourier**: sono indispensabili per la serie di Fourier (rappresentazione di segnali periodici) e per la trasformata di Fourier (interpretazione di un segnale come somma integrale di contributi a diversa frequenza)
3. **Risposta in frequenza**: consentono di descrivere molto facilmente come alcuni tipi di sistema (i sistemi lineari tempo-invarianti) rispondono ad una sollecitazione sinusoidale
4. **Applicazioni**: semplificano la progettazione e l'analisi di filtri digitali e analogici, sono utili nella descrizione di tecniche di modulazione analogiche e digitali, ecc.
5. Permettono di stabilire un quadro **teorico** compatto di problemi come le equazioni algebriche, le equazioni differenziali lineari a coefficienti costanti, ecc.

Segnali multidimensionali

Immagine *analogica* in bianco e nero:

$$s:(x,y)\in[a,b]\times[c,d]\subset\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$$

Immagine *digitale* in bianco e nero:

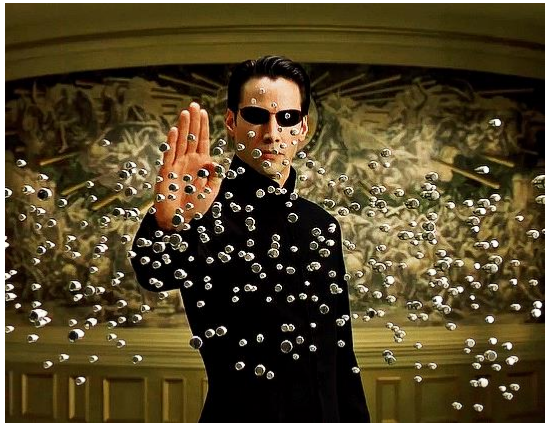
$$s:(x,y)\in D\subset\mathbb{Z}^2\to\{0,1,\dots,255\}$$

Immagine digitale *a colori*:

$$s:(x,y)\in D\subset\mathbb{Z}^2\to\left\{0,1,\dots,2^b-1\right\}^3$$

Video digitale a colori:

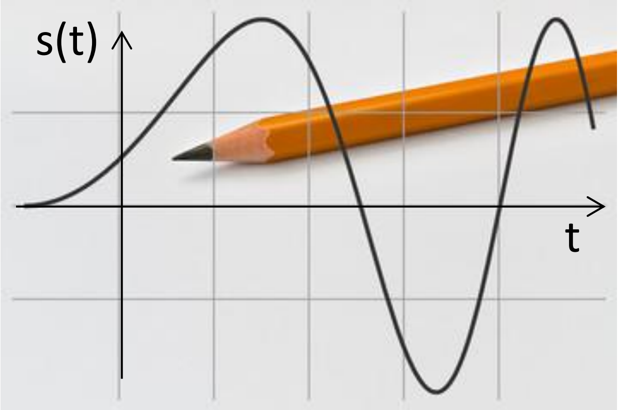
$$s:(x,y,t)\in D\subset\mathbb{Z}^3\to\left\{0,1,\dots,2^b-1\right\}^3$$

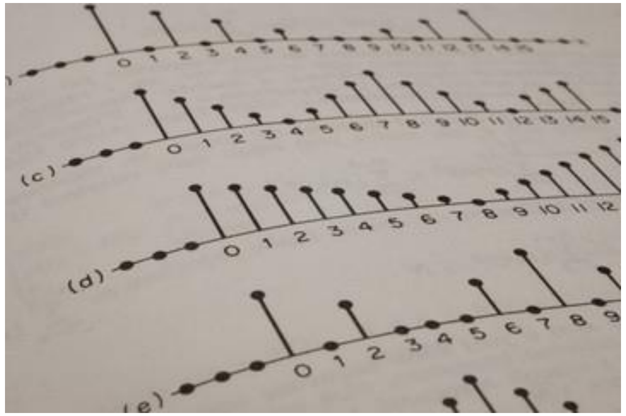


Le quattro classi di segnali

continui | discreti

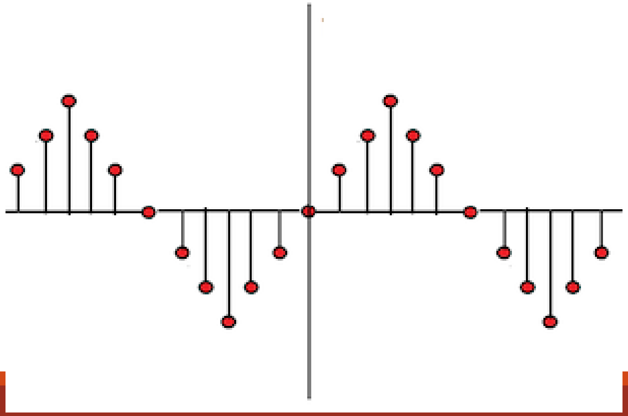
campionamento





aperiodici

periodizzazione



periodici

Sistemi LTI

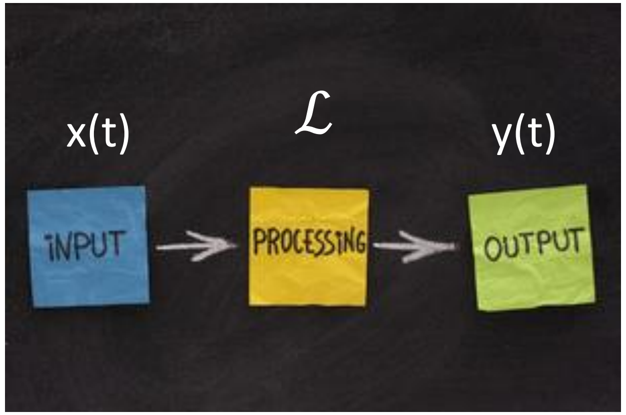
La classe più interessante di sistemi è quella delle trasformazioni LTI, con proprietà di

Linearità
Principio di sovrapposizione degli effetti

$$a\,x(t) \rightarrow a\,y(t)$$
$$x_1(t) + x_2(t) \rightarrow y_1(t) + y_2(t)$$

Tempo-invarianza
Principio di ripetibilità dell'esperimento

$$x(t - t_0) \rightarrow y(t - t_0)$$



Uno strumento fondamentale: le trasformate

Una *trasformata* è un operatore che associa, ad un segnale appartenente ad un opportuno un secondo segnale

Trasformate *invertibili* → **rappresentazioni equivalenti**

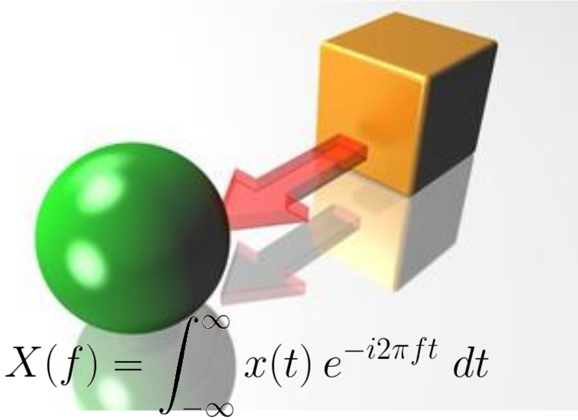
Esempio principale: un segnale ed il suo "spettro"

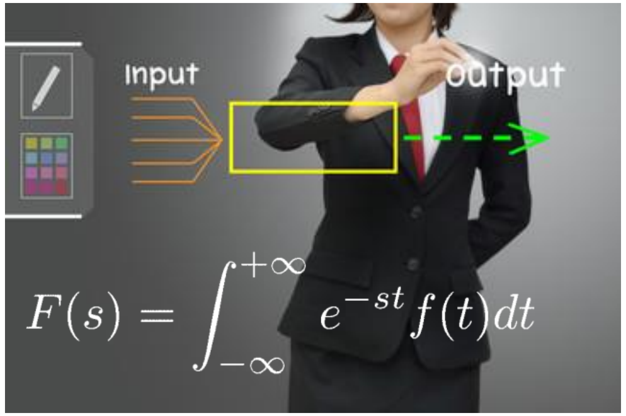
Con le trasformate è più facile effetuare certe operazioni

Come vedremo, tra le trasformate più importanti troviamo la trasformata di Fourier e quella di Laplace

Permettono di manipolare in modo estremamente semplice i sistemi lineari tempo-invarianti e le equazioni differenziali

C'è un forte legame con l'**Algebra Lineare**





Le trasformata di Fourier e Laplace

La **trasformata di Fourier** è una rappresentazione del segnale che ne evidenzia il contenuto alle varie *frequenze* (segnale come somma di sinusoidi, o meglio, di *esponenziali complessi*)

Esistono molti tipi di TF:

- per segnali tempo-continui, periodici o aperiodici
- per segnali tempo-discreti, periodici o aperiodici
- per segnali periodici
- per segnali definiti su $\mathbb{R}^2$, su $\mathbb{R}^3$, su grafi, ecc.

La **trasformata di Laplace** può vedersi come una generalizzazione della TF

Molto utile per studiare le EDOLCC

Versione a tempo discreto, **la trasformata Z**: studio dei filtri numerici e delle EDL

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

Esempio: RLC

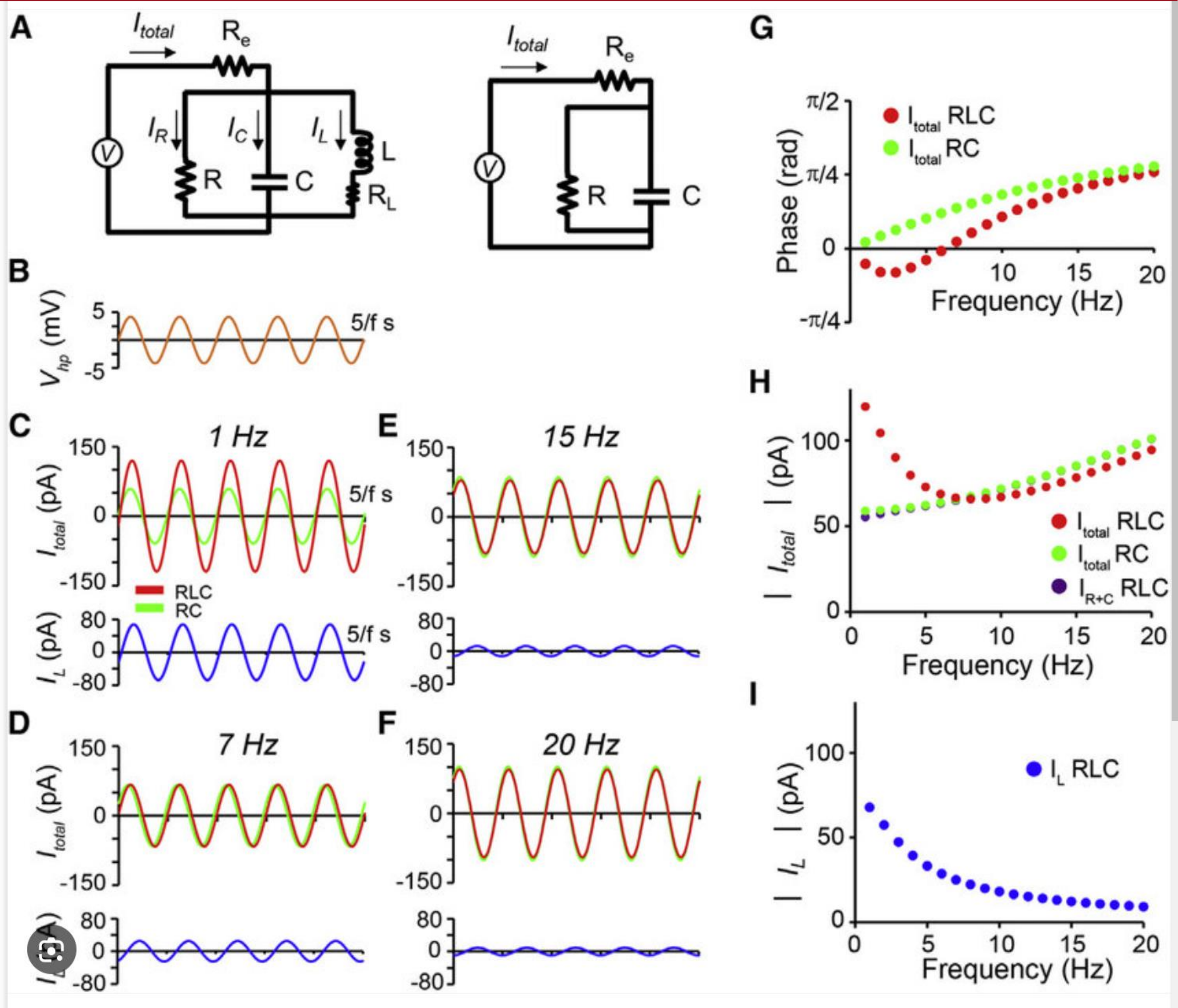
Studio dei circuiti lineari

I circuiti R L C possono essere considerati come sistemi LTI

- Ingresso: tensione o corrente del generatore
- Uscita tensione ai capi di un elemento o corrente che attraversa un elemento

Il corso di Segnali e Sistemi permette di rispondere a domande come:

- Perché se si applica una tensione sinusoidale ad un circuito RLC (ingresso), l’uscita sarà ancora una sinusoide alla stessa frequenza?
- Perché alcuni circuiti "cancellano" certe frequenze mentre ne lasciano passare altre (filtri)?
- Come capire se un circuito in evoluzione libera produce un’uscita oscillatoria ed a quale frequenza?



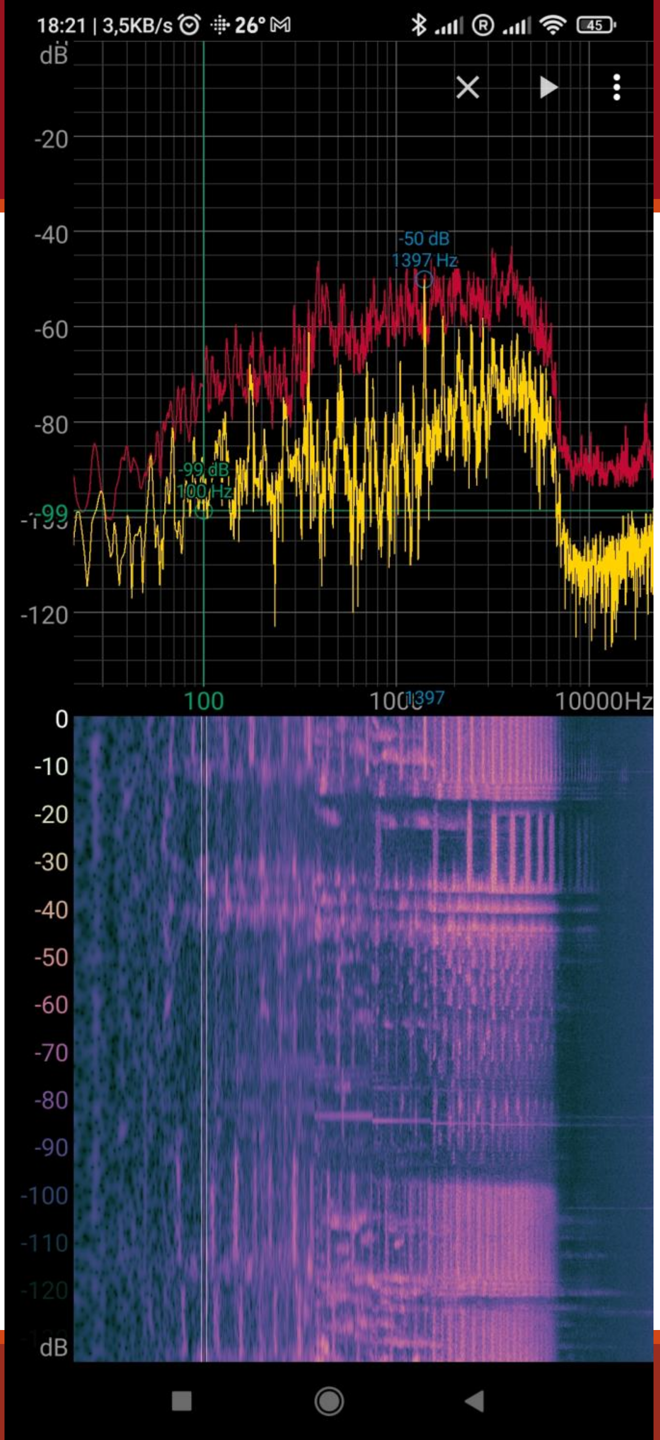
Esempio: Oscilloscopio digitale

L'oscilloscopio digitale permette di analizzare il "contenuto in frequenza" di un segnale

Quali tecniche si usano per realizzare un oscilloscopio digitale (filtraggio, campionamento, trasformata di Fourier)?

Come definire correttamente i parametri dell'analisi in frequenza?

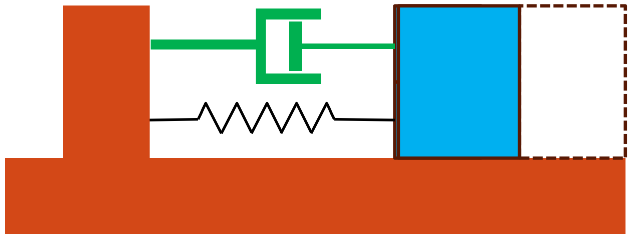
Come effettuare l'analisi di un segnale audio?



Esempio: Sistemi meccanici e termici

Alcuni sistemi meccanici possono essere modellati come sistemi lineari

Esempio: sistema massa-molla-smorzatore



Strumenti matematici:

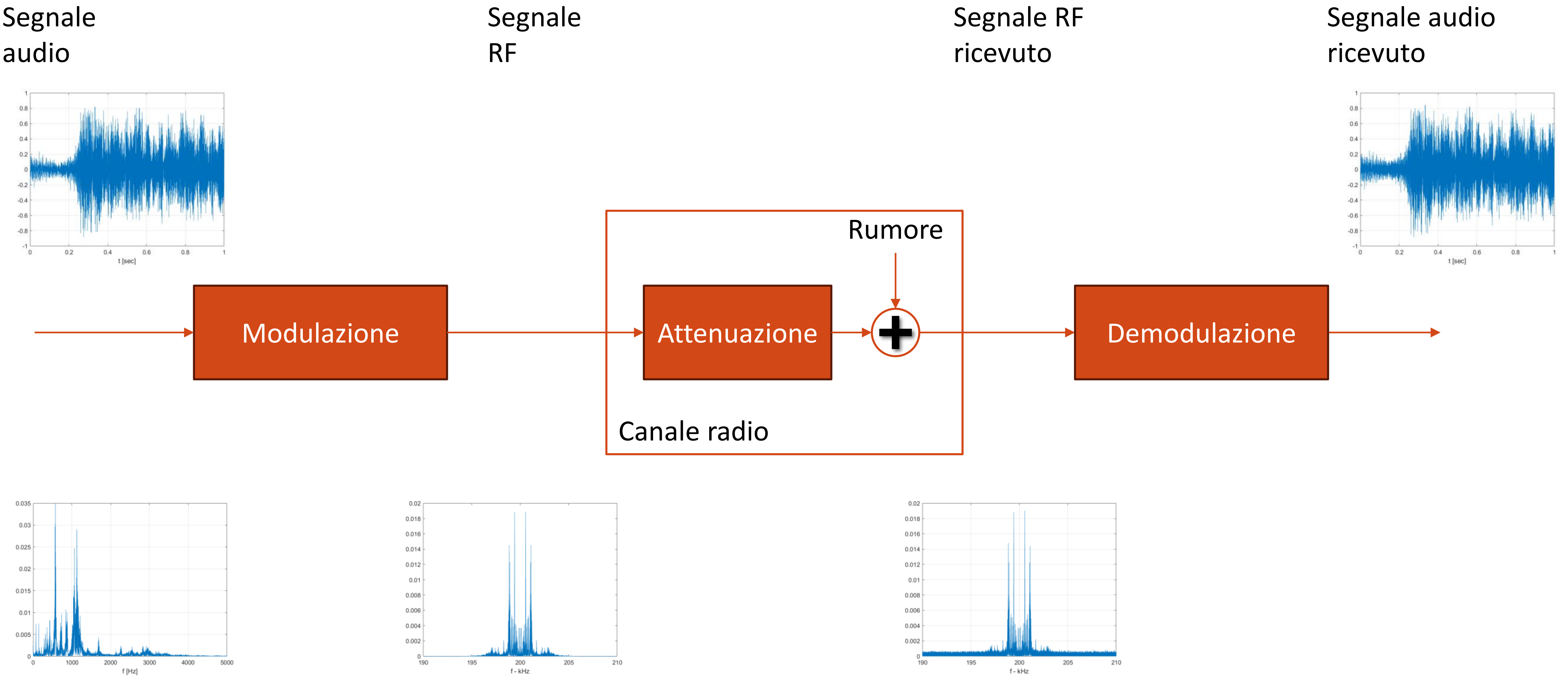
- Equazioni diff. ord. lineari a coeff. cost.
- Relazioni tra i parametri del sistema (massa, coeff. elastico, smorzamento) ed il suo comportamento
- Sistemi sotto-smorzati, con smorzamento critico, sovrasmorzati, non smorzati

Gli stessi modelli matematici (equazioni differenziali lineari a coefficienti costanti) permettono di modellare anche la propagazione del calore

L'analisi di Fourier è stata inventata proprio per risolvere problemi di termodinamica

Università degli Studi di Padova

Esempio: Sistema di trasmissione RF

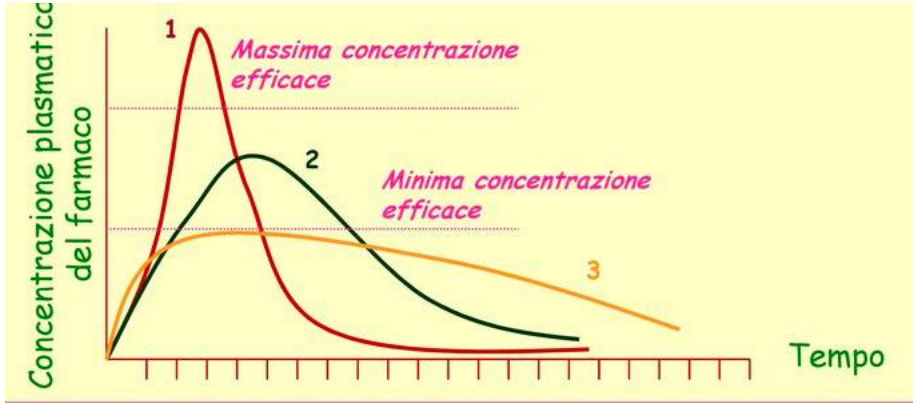


Esempio: Sistema biologico

Un esempio da bioingegneria: concentrazione di un farmaco nel sangue, data la modalità di somministrazione

<ins>Ingresso</ins> $x(t)$ = quantità somministrata (nel tempo)

<ins>Risposta impulsiva</ins> $h(t)$ = come il farmaco si trasferisce nel sangue (nel tempo)



<ins>Uscita</ins> $y(t)$ = concentrazione del farmaco nel sangue

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

Prospetto temporale

Segnali nel tempo (6 lezioni)

- Durata, Area, Valor medio, Energia Potenza
- Traslazione, Scala, Periodizzazione
- Esponenziali, Impulsi, e Altri segnali notevoli

Sistemi nel tempo (6 lezioni)

- Invertibilità, Memoria, Stabilità, Linearità
- I sistemi LTI, La convoluzione e sue proprietà
- Autofunzioni, Filtraggio, Connessione di sistemi
- Risposta a sinusoidi e esponenziali complessi

La trasformata di Fourier (14 lezioni)

- Serie di Fourier e sue properietà
- Trasformata di Fourier e sue proprietà
- Relazione periodico-aperiodico
- Trasformata per segnali discreti e sue proprietà
- Il teorema del campionamento

La trasformata di Laplace (4 lezioni)

- Trasformata di Laplace e sue proprietà
- Equazioni differenziali, Risposta libera e forzata
- Soluzione di equazioni differenziali tramite la trasformata di Laplace
- Esempi di applicazione

La trasformata Zeta (2 lezioni)

- Trasformata Zeta e sue proprietà
- Soluzione tramite trasformata Zeta di sistemi descritti da equazioni alle differenze

4 Laboratori a intervalli di 2 settimane