10 CICLI TERMODINAMICI

10.1 *Introduzione*

In questo capitolo affronteremo molto brevemente il problema dei cicli termodinamici, che verrà approfondito nei corsi di macchine. Enfatizzeremo le ipotesi iniziali al fine di rendere ben chiari i limiti dei risultati ottenibili.
I cicli termodinamici rappresentano l'idealizzazione delle trasformazioni che avvengono all'interno dei principali motori ed impianti frigoriferi utilizzati nella pratica.
Sono formati da un certo numero di trasformazioni reversibili che riportano il fluido operatore nelle condizioni iniziali. È evidente che nei cicli reali il rendimento sarà decisamente minore di quello che ricaveremo, a causa delle inevitabili irreversibilità interne ed esterne che avvengono nelle trasformazioni reali. Ciò nonostante l'analisi dei rendimenti ideali ci permette di confrontare, almeno qualitativamente, i vari cicli esistenti.
Divideremo i cicli in diretti ed inversi.
Nei cicli diretti si assorbe calore da una o più sorgenti calde e si trasferisce calore ad una o più sorgenti fredde ottenendo così un lavoro netto.
Nei cicli inversi, invece, si assorbe calore da una o più sorgenti fredde, che viene, poi ceduto, ad una o più sorgenti calde, spendendo lavoro. Chiameremo macchine frigorifere quelle macchine che utilizzano cicli inversi al fine di raffreddare un certo ambiente e pompe di calore quelle macchine che utilizziamo per riscaldare un ambiente tramite il calore prelevato da una sorgente fredda.
Soffermiamoci, per il momento, a ragionare sui cicli diretti. Ritorneremo sui cicli inversi nel relativo paragrafo.
È bene ribadire una volta di più che il massimo rendimento ottenibile rimane in ogni caso quello del ciclo di Carnot che opererebbe tra le sorgenti a temperatura pari a quella massima e a quella minima del ciclo in esame.
La temperatura minima utilizzabile in un ciclo ideale coincide con quella ambiente. In base al secondo principio, infatti, non avrebbe alcun senso utilizzare un ciclo frigorifero per abbassare la temperatura minima al disotto di quella ambiente. Ciò comporta che nei cicli utilizzati praticamente abbassare la temperatura minima ha scarsa influenza sul rendimento. Piuttosto si potrebbe pensare di utilizzare il calore scambiato dal ciclo con l'ambiente per altri utilizzi (per esempio il teleriscaldamento). Si cerca, allora, di aumentare, nei limiti tecnologici, la temperatura massima.
Il calore assorbito si può ottenere in molti modi.
Il più usuale è quello di sfruttare una reazione di combustione utilizzando come combustibili gli idrocarburi, il carbone, il legno, l'idrogeno, ecc. Si possono, però, sfruttare anche altri metodi, quali l'utilizzo di reazioni di fissione nucleare controllata, o l'utilizzo del energia solare, di quella geotermica o dell'energia recuperata da processi industriali.
I cicli diretti si possono suddividere in cicli a vapore e a gas. I cicli inversi invece si possono suddividere in cicli a vapore, a gas e ad assorbimento.
Nella trattazione che segue ci riferiremo sempre ad 1 *kg* di massa di fluido, e quindi tutte le grandezze in gioco saranno considerate specifiche.

10.2 *Cicli diretti a vapore*

Gli impianti che sfruttano i cicli diretti a vapore vengono utilizzati principalmente nella grosse centrali di produzione di energia elettrica.
Nel campo della propulsione, a causa del grande peso dell'impianto, e della bassa elasticità di utilizzo, vengono usati ormai quasi esclusivamente per motorizzare le navi a propulsione nucleare (portaerei e sottomarini).
Normalmente il fluido utilizzato è acqua. Giustificheremo questa scelta dopo aver analizzato il funzionamento dei principali cicli a vapore.

10.2.1 Ciclo di Rankine

Per comprendere la genesi del ciclo di Rankine partiremo da un ciclo di Carnot che sfrutti il vapore saturo e lo modificheremo per renderlo tecnicamente fattibile.
In Figura 10-1 è rappresentato sul piano (T, s) un ciclo di Carnot a vapore saturo.

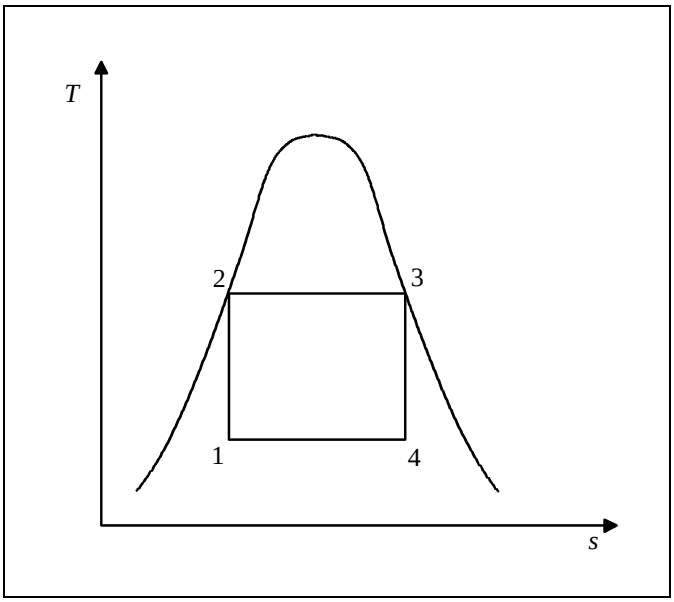


Figura 10-1: Ciclo di Carnot a vapore saturo.

Analizziamo le quattro trasformazioni:

- 1-2: compressione isoentropica.
- 2-3: assorbimento di calore tramite una trasformazione isobara e isoterma giacché avviene all'interno della campana di Andrews. La trasformazione avviene in un generatore di vapore. Di solito il generatore di vapore è costituito da un fascio tubiero, al cui interno scorre il fluido motore, che viene lambito dai fumi caldi prodotti dalla combustione del combustibile.
- 3-4: espansione isoentropica con produzione di lavoro.
- 4-1: cessione di calore all'ambiente con conseguente condensazione del fluido motore. La condensazione avviene all'interno di un condensatore, che altro non è che uno scambiatore di calore. La temperatura di condensazione (e quindi anche la pressione) è legata alla temperatura del fluido che si utilizza per raffreddare (normalmente acqua).

Purtroppo il ciclo di Carnot presenta tre problemi tecnici per i quali non viene praticamente utilizzato.

1. È difficile controllare il processo di condensazione in modo da fermarlo esattamente al titolo x_1.
2. La macchina che esegue la compressione isoentropica dovrebbe lavorare con un fluido bifasico. Ciò comporterebbe problemi meccanici e di corrosione, nonché il fatto di avere una macchina molto grossa a causa della presenza del vapore che ha un volume specifico molto più grande di quello del liquido.
3. La macchine che esegue l'espansione dovrebbe operare con un fluido bifasico.

Per questi motivi si deve modificare il ciclo, ottenendo, così, il ciclo di Rankine.
Per ovviare ai primi due problemi si lascia condensare il fluido fino a raggiungere la curva di saturazione. A questo punto il fluido è tutto in fase liquida e la compressione avviene utilizzando una pompa.
In Figura 10-2 è rappresentato lo schema dell'impianto, in Figura 10-3 il ciclo sul piano (*T, s*) e in Figura 10-4 il ciclo sul piano (*h, s*).

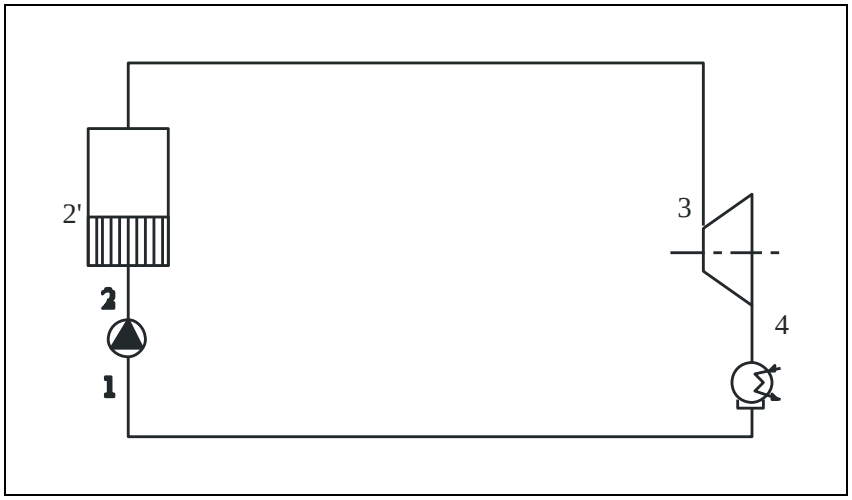


Figura 10-2: Ciclo di Rankine – Schema di impianto.

Avremo, quindi, all'interno delle singole parti dell'impianto, che possiamo considerare dei sistemi aperti, le seguenti trasformazioni:

1-2: compressione isoentropica. Essendo il fluido tutto in fase liquida si utilizzerà una pompa. Applicando il primo principio per i sistemi aperti si ricava che il lavoro negativo, $l_{1\text{-}2}$, è uguale a:

$$l_{1-2} = h_1 - h_2$$

2-3: trasformazione isobara. L'assorbimento di calore avviene all'interno del generatore di calore. Il calore assorbito, q_{23}, vale:

$$q_{23} = h_3 - h_2$$

3-4: espansione isoentropica. Avviene di norma in una turbina a vapore, mentre nelle vecchie macchine a vapore si utilizzavano espansori alternativi. Il lavoro positivo, l_{34}, ottenuto all'asse della turbina vale:

$$l_{34} = h_3 - h_4$$

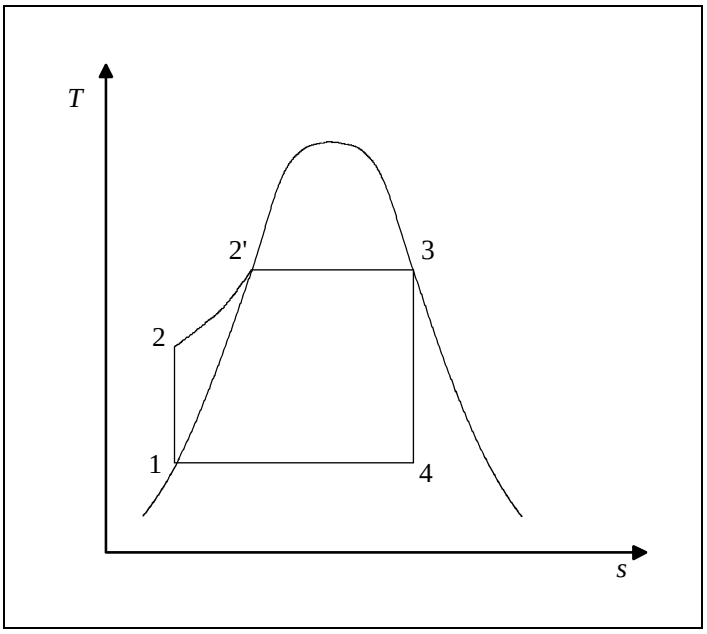


Figura 10-3: Ciclo di Rankine sul piano (*T*, *s*).

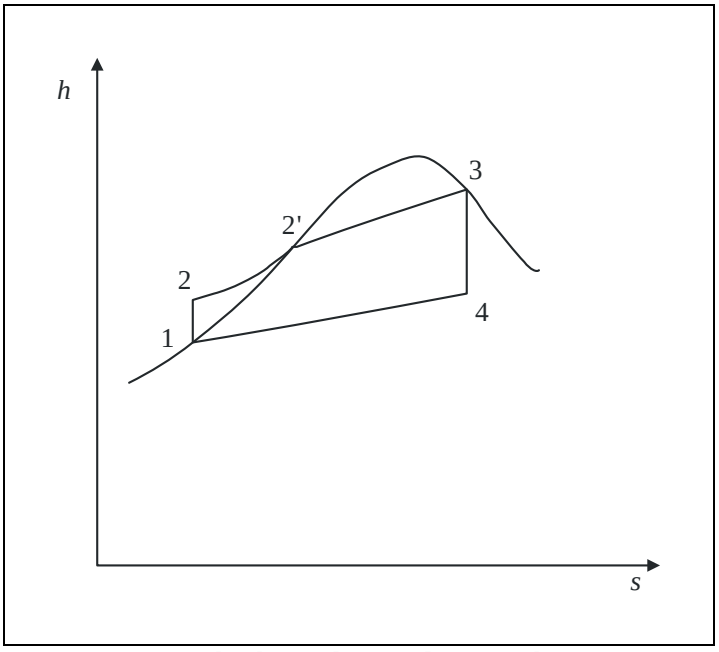


Figura 10-4: Ciclo di Rankine sul piano (*h*, *s*).

4-1: cessione di calore isobara. Avviene all'interno del condensatore e come abbiamo già detto comporta la completa condensazione del fluido. Il calore ceduto (negativo), q_{41}, è uguale a:

$$q_{41} = h_1 - h_4$$

Il rendimento di primo principio vale:

$$\eta_t = \frac{l_n^+}{q^+} = \frac{l_{34}^+ + l_{12}^-}{q_{23}} = \frac{(h_3 - h_4) - (h_2 - h_1)}{(h_3 - h_2)} \qquad (10\text{-}1)$$

Se valutiamo il lavoro fatto dalla pompa come:

$$l_{12} = -\int_1^2 v dp = -v(p_2 - p_1)$$

e il lavoro ottenuto in turbina come:

$$l_{34} = -\int_3^4 v dp = -\bar{v}(p_4 - p_3) = \bar{v}(p_2 - p_1)$$

dove:
$\bar{v}$ è il valor medio del volume specifico del vapore

possiamo vedere che il lavoro di compressione risulta trascurabile rispetto al lavoro ottenuto all'asse della turbina, in quanto il volume specifico medio del vapore è maggiore di circa 2 -3 ordini di grandezza rispetto a quello del liquido.
Si può pertanto semplificare la (10-1) e ottenere:

$$\eta_t \cong \frac{(h_3 - h_4)}{(h_3 - h_1)} \qquad (10\text{-}2)$$

Dimostriamo, ora, che per aumentare il rendimento del ciclo o si aumenta la temperatura di vaporizzazione (aumentando di conseguenza la pressione in caldaia), o si diminuisce la temperatura del condensatore.
Dal primo principio si ricava che il lavoro netto di un ciclo è uguale al calore scambiato dal ciclo. Nel nostro caso:

$$l_n = q_{23} - |q_{41}| \qquad (10\text{-}3)$$

Pertanto il rendimento di un ciclo di Rankine è anche uguale a:

$$\eta_t = 1 - \frac{|q_{41}|}{q_{23}} \qquad (10\text{-}4)$$

Ma dalla definizione di entropia per una trasformazione reversibile è possibile scrivere che:

$$\delta q = T ds$$

o in termini integrali:

$$q_{if} = \int_i^f T ds \qquad (10\text{-}5)$$

Per il teorema del valor medio è possibile definite una temperatura media, $\bar{T}$, tale che:

$$\bar{T}_{if} = \frac{\int_i^f Tds}{s_f - s_i}$$

Si può, quindi, scrivere che:

$$q_{23} = \bar{T}_{23}\left(s_3 - s_2\right) \tag{10-6}$$

e, tenendo conto che in una condensazione la temperatura rimane costante, si ricava che:

$$q_{41} = T_4\left(s_4 - s_1\right) \tag{10-7}$$

Sostituendo la (10-6) e la (10-7) nella (10-4) e considerando che, per come è costruito il ciclo, le variazioni di entropia $\left(s_3 - s_2\right)$ e $\left(s_4 - s_1\right)$ sono uguali si ottiene infine che:

$$\eta_t = 1 - \frac{T_4}{\bar{T}_{23}} \tag{10-8}$$

Da cui si vede che effettivamente per migliorare il rendimento o si aumenta la temperatura media in caldaia (il che significa aumentare la temperatura massima), o si diminuisce la temperatura al condensatore.
La seconda strada, purtroppo, porta a piccoli miglioramenti del rendimento in quanto la temperatura del condensatore è condizionata dalla temperatura del fluido che utilizziamo come fluido secondario nel condensatore. Viste le grandi portate necessarie si utilizza acqua pompata da grandi fiumi, laghi o dal mare. Ciò significa che la temperatura del condensatore deve essere di qualche grado superiore alla temperatura ambiente che rappresenta il valor minimo raggiungibile. Inoltre la pressione di condensazione dell'acqua alle temperature vicine a quella ambiente è molto bassa, dell'ordine dei centesimi di *bar*, generando problemi di tenuta sulle giunzioni delle tubazioni, con conseguente aspirazione di aria all'interno del condensatore. Tale fatto porterebbe all'aumento della pressione del fluido condensante con il conseguente aumento della temperatura di condensazione. Per ovviare a questo problema si installano degli eiettori che espellono gli incondensabili, ma che aumentano il costo dell'impianto e i costi di gestione.
Se, invece, aumentiamo la temperatura di evaporazione il rendimento aumenterà, almeno fino ad una decina di gradi sotto la temperatura critica. Aumentando la temperatura, però, diminuisce anche il titolo del vapore di fine espansione in turbina. Fin tanto che nell'espansione reale il titolo non scende a valori inferiori a 0,88, la turbina non risente del fatto di operare con un fluido bifasico. Scendendo sotto questo valore vi sarà un decadimento del rendimento di espansione e la presenza di fenomeni di erosione delle palettature della turbina a causa della gocce di liquido presenti nel fluido. Tale fatto comporta un limite superiore all'aumento della temperatura di evaporazione.
Per aumentare, allora, il rendimento del ciclo si deve surriscaldare il vapore.
Si ottiene, così, quello che è definito ciclo di Hirn o ciclo di Rankine a vapore surriscaldato.

10.2.2 Ciclo di Hirn o ciclo di Rankine a vapore surriscaldato

In Figura 10-5 è riportato un ciclo a vapore surriscaldato nel piano (*T*,*s*), in Figura 10-6 è riportato un ciclo a vapore surriscaldato nel piano (*h*,*s*) e in Figura 10-7 è riportato lo schema di impianto.

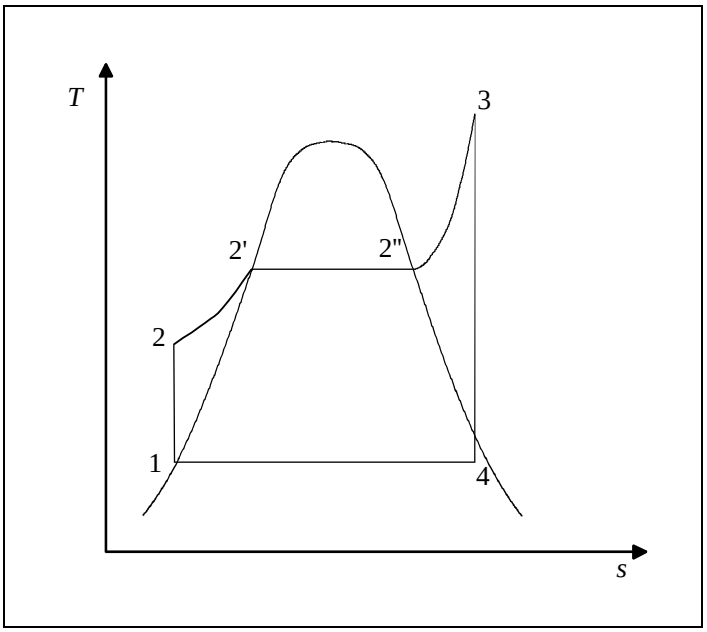


Figura 10-5: Ciclo di Hirn rappresentato nel piano (*T*,*s*).

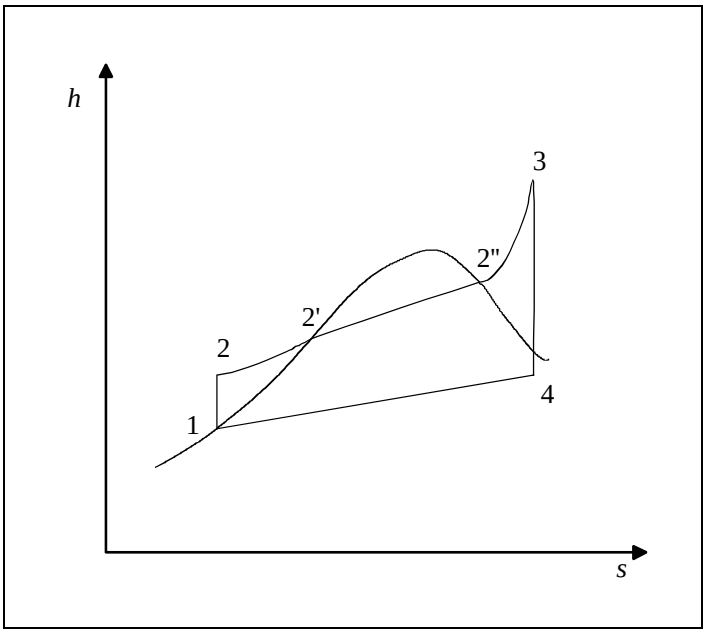


Figura 10-6: Ciclo di Hirn rappresentato nel piano (*h*,*s*).

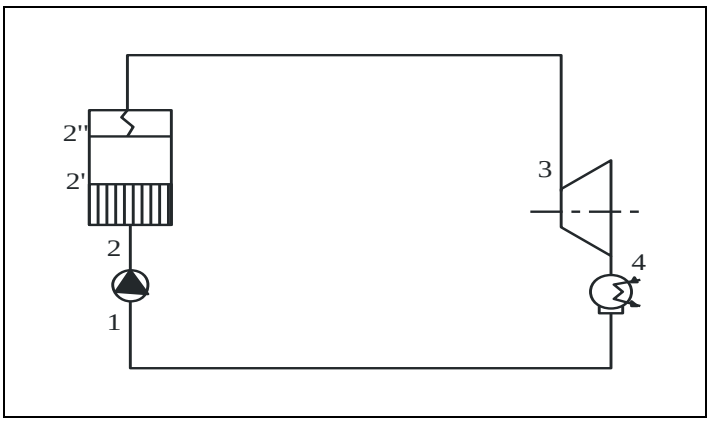


Figura 10-7: Schema di impianto del ciclo di Hirn.

Come si vede dalle figure, il ciclo a vapore surriscaldato si presenta uguale ad un ciclo di Rankine a parte il fatto che in caldaia il vapore viene surriscaldato a pressione costante. In tal modo si può portare la temperatura di ingresso in turbina a valori ben superiori alla temperatura critica, con un conseguente miglioramento del rendimento di primo principio e ottenendo un titolo di fine espansione alto.
La temperatura massima del ciclo è legata a scelte di tipo tecnico-economico. Di solito si cerca di non superare la temperatura di 540 ^oC per motivi tecnologici legati alla scelta del materiale con cui costruire le palettature della turbina. Sotto i 550 ^oC si possono usare acciai ferritici sopra bisogna utilizzare acciai austenitici.
Il rendimento del ciclo vale anche in questo caso:

$$\eta_t \cong \frac{(h_3 - h_4)}{(h_3 - h_1)} \qquad (10\text{-}9)$$

Per aumentare il rendimento si dovrebbe aumentare anche la temperatura di ingresso in turbina.
Questo fatto, però, oltre a obbligare il progettista ad utilizzare delle leghe più costose comporta anche un abbassamento del titolo di fine espansione.
Nei grossi impianti di produzione di energia si ricorre allora a più surriscaldamenti.

10.2.3 Ciclo di Rankine a rissurriscaldamento di vapore

Come abbiamo visto nel paragrafo precedente per aumentare ulteriormente il rendimento di un ciclo diretto a vapore è necessario ricorrere al rissuriscaldamento.
In Figura 10-8 è riportato un ciclo a vapore rissurriscaldato nel piano (*T*,*s*), in Figura 10-9 è riportato un ciclo a vapore rissurriscaldato nel piano (*h*,*s*) e in Figura 10-7 è riportato lo schema di impianto.

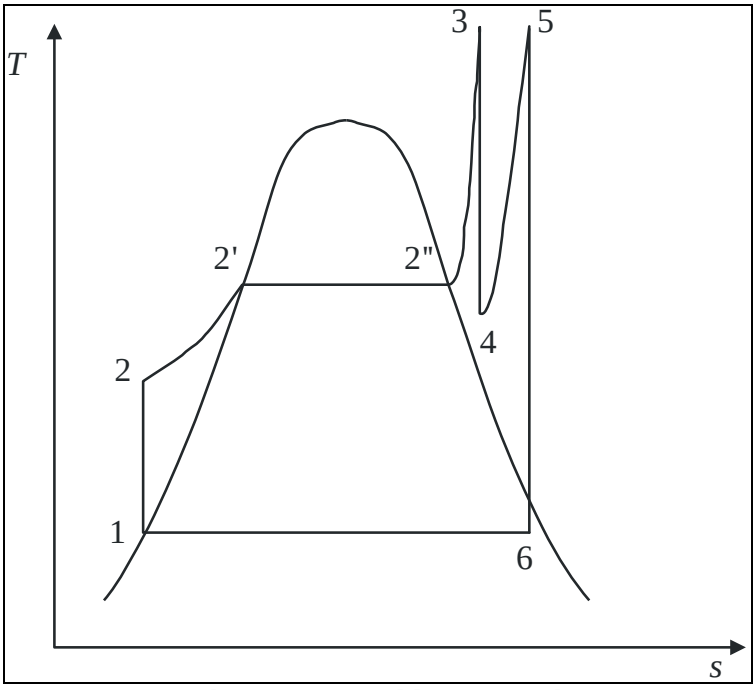


Figura 10-8: Ciclo a rissurriscaldamento nel piano (*T*,*s*)

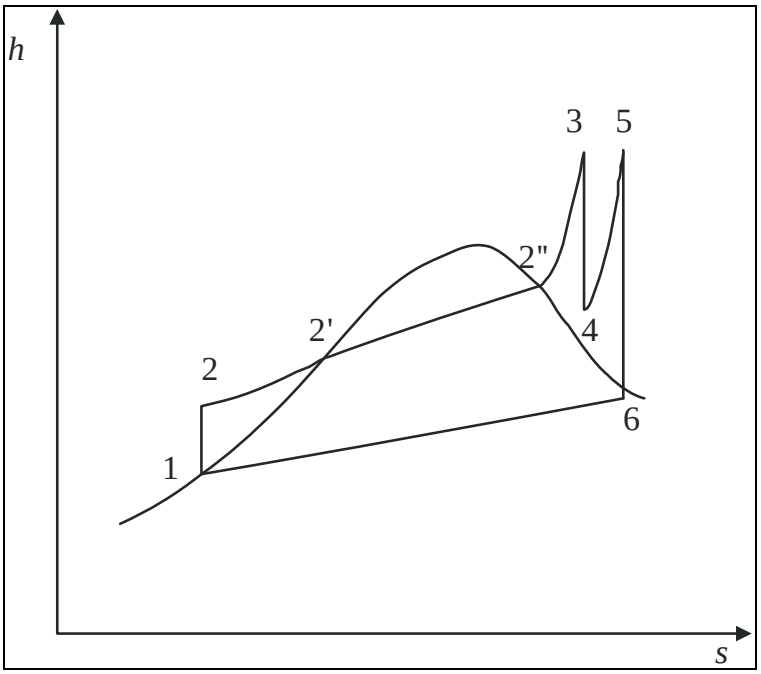


Figura 10-9: Ciclo a rissurriscaldamento nel piano (*h*,*s*)

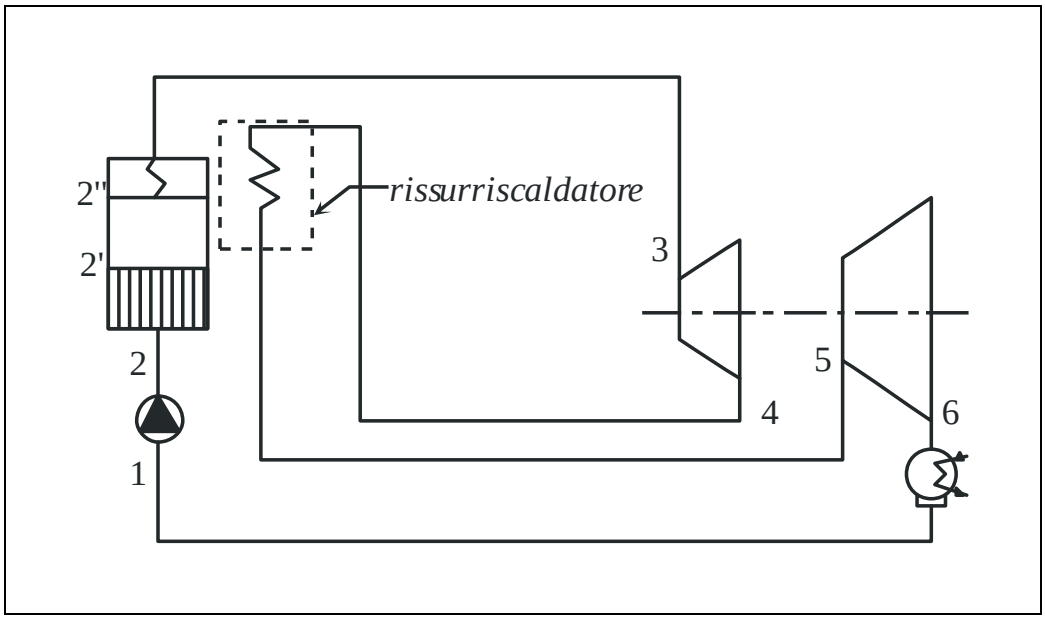


Figura 10-10: Schema d'impianto di un ciclo a rissurriscaldamento

Il vapore surriscaldato in uscita dalla turbina viene espanso nel primo stadio della turbina fin ad una pressione intermedia. All' uscita dallo stadio di alta pressione il vapore ritorna nel generatore di vapore nel rissuriscaldatore dove viene riscaldato fino alla temperatura T_5. successivamente il vapore entra nella turbina di bassa pressione ed espanso fino alla pressione del condensatore. Normalmente la temperatura T_5 è uguale alla T_3. Vi possono essere anche più surriscaldamenti.
Il rendimento è uguale a:

$$\eta_t = \frac{\sum \Delta h_{i,T} - \Delta h_p}{\sum h_{i,G}} \simeq \frac{\sum \Delta h_{i,T}}{\sum h_{i,G}} \qquad (10\text{-}10)$$

Dove:

$\Delta h_{i,T}$ sono i salti entalpici negli *i* stadi della turbina

Δh_p è il salto entalpico nella pompa

$\Delta h_{i,G}$ sono i salti entalpici nel generatore di calore

10.2.4 Cicli reali e rendimenti

Il rendimento termico di primo principio di un ciclo reale sarà minore di quello ideale a causa delle irreversibilità presenti nelle trasformazioni.
Potremo considerare la compressione e l'espansione come trasformazioni adiabatiche irreversibili.
Ci saranno, poi, delle perdite di carico nella caldaia e nel condensatore. A causa di questi salti di pressione le trasformazioni non saranno delle isobare, ma grazie alla piccola entità delle perdite di carico queste irreversibilità si possono, almeno in prima approssimazione, trascurare.
In Figura 10-11 è rappresentato un ciclo di Rankine surriscaldato in cui si considerano le irreversibilità che si sviluppano nella pompa e nella turbina.

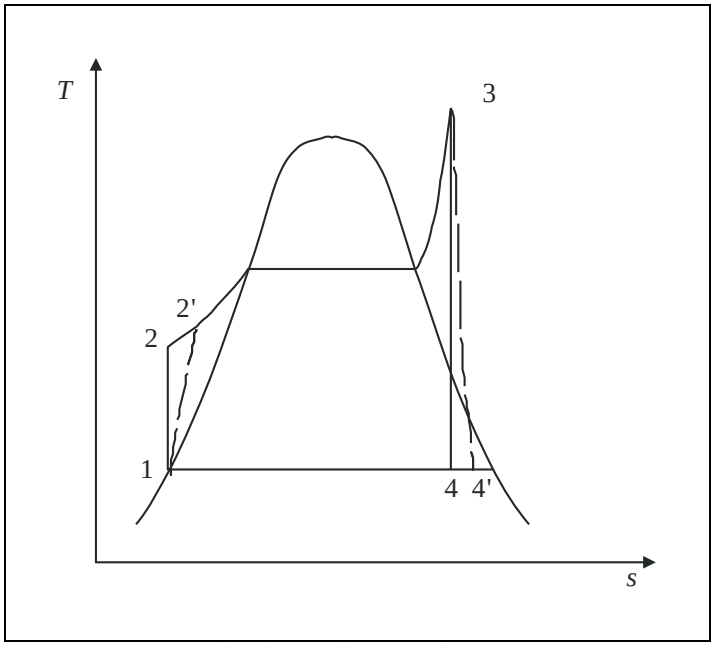


Figura 10-11:Ciclo di Rankine reale

La compressione e l'espansione reali sono state tratteggiate poiché essendo delle trasformazioni irreversibili non potrebbero essere rappresentate sul piano termodinamico.
Per poter calcolare i valori reali dei lavori si utilizzano i rendimenti isoentropici di compressione e di espansione (vedi paragrafo 7.5).
Il rendimento termico reale del ciclo vale:

$$\eta_{t,r} = \frac{\eta_{is,e} l_{id,T} - \dfrac{l_{id,P}}{\eta_{is,c}}}{q_{23}} = \frac{\eta_{is,e}\left(h_3 - h_4\right) - \dfrac{\left(h_2 - h_1\right)}{\eta_{is,c}}}{\left(h_2 - h_3\right)} \qquad (10\text{-}11)$$

Come si può vedere in Figura 10-11 le irreversibilità in turbina fanno aumentare il titolo di fine espansione, generando, almeno in questo caso un certo beneficio.

Consideriamo, ora, un ciclo di Rankine utilizzato per la produzione di energia elettrica (ma considerazioni analoghe si possono fare anche nel caso di un sistema propulsivo)
L'impianto è costituito dal generatore di vapore, dal condensatore, dalla pompa, dalla turbina, dal giunto che collega la turbina all'alternatore e dall'alternatore.
Dovremo, quindi, considerare il rendimento di ognuno di questi elementi per ricavare il rendimento complessivo dell'impianto. Avremo, dunque:

- il rendimento del generatore di calore; η_G
- il rendimento termico del ciclo, η_t
- il rendimento meccanico della turbina e del giunto, η_m
- il rendimento dell'alternatore (nel quale si tiene conto anche dell'energia utilizzata per gli ausiliari), η_e

il rendimento totale dell'impianto è uguale a:

$$\eta_{tot} = \eta_G \eta_t \eta_m \eta_e \tag{10-12}$$

Noto il rendimento totale si può calcolare il consumo termico specifico, φ, che è uguale al calore che il fluido riceve per produrre un unità di lavoro elettrico:

$$\varphi = \frac{3600}{\eta_{tot}} \quad \frac{kJ}{kWh} \tag{10-13}$$

Un altro parametro importante per caratterizzare la macchina è il consumo specifico di combustibile, *CSC*, definito come la quantità di combustibile necessaria per ottenere un unità di lavoro.
Dalla definizione di rendimento si ricava che la potenza elettrica, *P*, è uguale a:

$$P = \dot{m}_c H_i \eta_{tot} \tag{10-14}$$

Dove:
$\dot{m}_c$ è la portata di combustibile
H_i è il potere calorifico inferiore del combustibile
Dalla (10-14) si ricava immediatamente:

$$CSC = \frac{1}{\eta_{tot} H_i} \quad \frac{kg_{comb}}{kJ} \tag{10-15}$$

Oppure, se esprimiamo la portata in $\frac{kg}{h}$:

$$CSC = \frac{3600}{\eta_{tot} H_i} \quad \frac{kg_{comb}}{kWh} \tag{10-16}$$

L'ultimo parametro utile per definire il funzionamento di una macchia a vapore è il consumo specifico di vapore, *CSV*, definito come la quantità di vapore necessaria per ottenere un'unità di lavoro netto:

$$CSV = \frac{3600}{l_{r,T}} \quad \frac{kg_v}{kWh} \tag{10-17}$$

Dove:
$l_{r,T}$ è il lavoro specifico reale della turbina

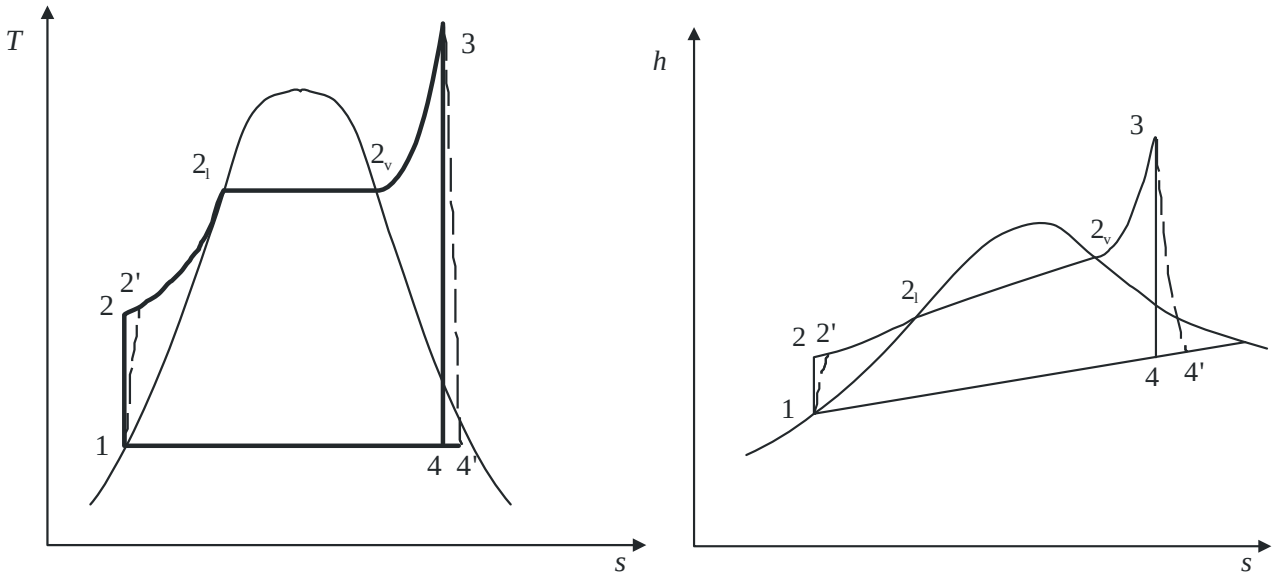
Esempio 10-1

Una centrale termoelettrica ha una potenza di 200 *MW*.
Il ciclo è a semplice surriscaldamento con la temperatura massima del vapore pari a 550 ^oC.
La caldaia produce vapore a 100 *bar*, mentre la pressione nel condensatore è uguale a 0,05 *bar*.
Il rendimento isoentropico di espansione della turbina è uguale a $\eta_{is,e}$ = 0,8, mentre il rendimento isoentropico di compressione della pompa vale $\eta_{is,c}$ = 0,82.
L'alternatore ha un rendimento elettrico η_e = 0,95, mentre il rendimento meccanico della turbina è uguale a η_m = 0,98.
In base a questi dati calcolare:

1. Il rendimento termico ideale del ciclo.
2. Il rendimento termico reale del ciclo.
3. La portata del vapore.
4. Il consumo di combustibile, supponendo che il combustibile abbia un Potere Calorifico Inferiore uguale a H_i = 42000 $\frac{kJ}{kg}$ e il rendimento del generatore sia η_G = 0,92.
5. La portata d'acqua di raffreddamento del condensatore.

Svolgimento.

Per prima cosa tracciamo il ciclo.



Punto 1
Dalle tabelle ricavo:

p_1 = 0,05 *bar* t_1 = 32,88 ^oC h_1 = 137,82 $\frac{kJ}{kg}$

Punto 2

$$h_2 = \int_1^2 v dp + h_1 = v(p_2 - p_1) + h_1 = 0{,}001(100 - 0{,}05)10^2 + 137{,}82 \cong 148 \frac{kJ}{kg}$$

$$h_2 - h_1 = 9{,}995 \frac{kJ}{kg}$$

Punto 2'

$$h_{2'} - h_1 = \frac{h_2 - h_1}{\eta_{is,c}}$$

$$h_{2'} = 137{,}82 + \frac{9{,}995}{0{,}82} \cong 150 \frac{kJ}{kg}$$

Punto 2_l
Dalle tabelle

$t_s = 311{,}06^oC$ $\qquad h_l = 1407{,}56 \ \frac{kJ}{kg}$

Punto 2_v
Dalle tabelle

$t_s = 311{,}06^oC$ $\qquad h_v = 12734{,}7 \ \frac{kJ}{kg}$

Punto 3
Da diagramma

$h_3 = 3500 \ \frac{kJ}{kg}$

Punto 4
Da diagramma

$h_4 = 2074 \ \frac{kJ}{kg}$ $\qquad t_4 = 32{,}88 \ ^oC$ $\qquad p_4 = 0{,}005 \ bar$ $\qquad x_4 = 0{,}79$

Punto 4'

$$l_r = \eta_{is,c} l_{id} = \eta_{is,c}(h_3 - h_4) = h_3 - h_{4'}$$

$h_{4'} = 2359 \ \frac{kJ}{kg}$ $\qquad x_{4'} = 0{,}92$

Rendimento ideale

$$\eta_{T,id} = \frac{(h_3 - h_4) - (h_2 - h_1)}{h_3 - h_2} = \frac{(3500 - 2074) - (9{,}995)}{3352} = 0{,}422$$

$$\eta_{T,id} \simeq \frac{(h_3 - h_4)}{h_3 - h_1} = \frac{3500 - 2074}{3500 - 138} = 0{,}424$$

Rendimento reale

$$\eta_{T,r} = \frac{(h_3 - h_{4'}) - (h_{2'} - h_1)}{h_3 - h_{2'}} = \frac{(3500 - 2359) - (150 - 138)}{3500 - 150} = 0,337$$

Portata di vapore
Potenza al giunto dell'alternatore

$$P_A = \frac{P}{\eta_A} = \frac{200000}{0,95} = 210526\,kW$$

Potenza fornita dalla turbina

$$P_T = \frac{P_A}{\eta_m} = \frac{210526}{0,98} = 214823\,kW$$
$$P_T = \dot{m}_v l_t$$
$$\dot{m}_v = \frac{P_T}{l_t} = \frac{214823}{1141} = 188,28\frac{kg}{s} = 677793\frac{kg}{h}$$

Consumo di combustibile
La potenza termica che deve fornire il generatore di calore è uguale a:

$$\dot{Q}_{id,G} = \dot{m}_v (h_3 - h_{2'}) = 188,28(3500 - 150) = 630738\,kW$$

La potenza del generatore è uguale a:

$$\dot{Q}_G = \frac{\dot{Q}_{id,G}}{\eta_G} = \frac{630738}{0,92} = 685585\,kW$$

Ma

$$\dot{Q}_G = \dot{m}_c H_i$$

Da cui:

$$\dot{m}_c = \frac{\dot{Q}_G}{H_i} = \frac{685585}{420000} = 16,32\frac{kg}{s} = 58752\frac{kg}{h}$$

Portata acqua di raffreddamento

La potenza termica da asportare al condensatore è uguale a:

$$\dot{Q}_{cond} = \dot{m}_v (h_{4'} - h_1) = 188,28(2359 - 138) = 418170\,kW$$

Se supponiamo per motivi ambientali un salto termico massimo dell'acqua secondaria di 5 ^oC si ottiene che:

$$\dot{Q}_{cond} = \dot{m}_{H_2O}\, c_{H_2O} \Delta t$$

$$\dot{m}_{H_2O} = \frac{\dot{Q}_{cond}}{c_{H_2O}\Delta t} = \frac{418170}{4{,}186 * 5} = 19979 \frac{kg}{s} = 7{,}19 * 10^7 \frac{kg}{h}$$

10.2.5 Caratteristiche del fluido motore

Prima di chiudere questo argomento, ritorniamo un momento a discutere sulle proprietà del fluido motore.
Il fluido motore ideale dovrebbe avere le seguenti caratteristiche:

- la temperatura critica dovrebbe essere ben più alta della temperatura massima di ingresso in turbina (legata a valutazioni economiche sul costo della girante della turbina), al fine di evitare il surriscaldamento.
- Il calore specifico del liquido dovrebbe essere basso e il calore latente di evaporazione dovrebbe essere molto grande alle pressioni di esercizio al fine di assorbire la gran parte del calore a temperatura costante, allontanandosi , così, il meno possibile da un ciclo di Carnot.
- La pressione di saturazione alla temperatura di evaporazione dovrebbe essere bassa.
- La curva limite superiore nel diagramma (*T,s*) dovrebbe essere ripida al fine di avere titoli alti a fine espansione.
- La pressione di saturazione alla temperatura ambiente dovrebbe essere superiore a quella atmosferica al fine di evitare problemi di infiltrazione di gas incondensabili attraverso le tenute del condensatore.
- Il fluido dovrebbe essere non tossico, chimicamente stabile, non attaccare i materiali dell'impianto e dovrebbe essere di facile reperibilità e basso costo.

In definitiva l'acqua rispetta solo l'ultimo punto, ma gli svantaggi termodinamici vengono più che compensati dal suo basso costo e dalla sua grande reperibilità.

10.3 *CICLI DIRETTI A GAS*

10.3.1 Introduzione

I cicli diretti a gas costituiscono il riferimento ideale per tutti i motori che utilizzano un gas come fluido operatore.
Possiamo suddividere i cicli in chiusi od aperti.
Nei cicli chiusi è sempre lo stesso fluido che compie il ciclo scambiando calore con delle sorgenti esterne, e pertanto si può utilizzare qualunque gas. In pratica le applicazioni di circuiti chiusi sono abbastanza rare.
Nei cicli aperti il fluido è scaricato in atmosfera e viene aspirato nuovo gas. Si utilizza come gas l'aria e la fornitura di calore viene sostituita da una combustione. A rigore non si potrebbe parlare di ciclo, poiché la massa di fluido non rimane costante durante il ciclo (aspiro aria ed immetto in camera di combustione aria più combustibile) e non ho equilibrio chimico (la combustione è un processo intrinsecamente irreversibile) .
Per utilizzare il concetto di ciclo termodinamico si formulano le seguenti ipotesi:

- Le proprietà termodinamiche vengono assimilate a quelle di un gas perfetto a calori specifici costanti.
- Si sostituisce l'emissione del fluido con un processo di cessione di calore con l'ambiente a volume o pressione costante.
- La combustione viene sostituita da un processo di scambio di calore positivo.
- La massa rimane costante durante il ciclo.

Questi particolari cicli termodinamici vengono definiti ***cicli ad aria standard***.
Queste ipotesi non sono poi così lontane dalla realtà come sembrerebbe a prima vista. Infatti, durante la combustione solo la massa dell'ossigeno reagisce con il combustibile mentre la massa dell'azoto,che è preponderante, rimane quasi inerte. Ciò è poi accentuato dal fatto che normalmente si opera con forti eccessi d'aria rispetto ai rapporti stechiometrici. La massa, poi, varia di poco durante il ciclo in quanto la percentuale del combustibile è sempre una frazione se non trascurabile almeno modesta del fluido aspirato.
I rendimenti che otteniamo saranno molto diversi da quelli dei cicli reali. Tuttavia, possediamo uno strumento molto utile per confrontare i vari cicli reali, almeno come linea di tendenza. In altri termini, confrontando due tipi diversi di ciclo, per esempio un ciclo Otto e un ciclo Diesel che operano tra le stesse pressioni, potremo ricavare quale dei due ha il rendimento maggiore.

10.3.2 Ciclo Otto

È il ciclo caratterizzante i motori alternativi con accensione comandata (motori a benzina).
In Figura 10-12 è indicato il ciclo meccanico (o indicato) del motore.
Non bisogna confondere il ciclo termodinamico con quello indicato. Nel ciclo indicato vengono rappresentate anche le fasi d'aspirazione ed espulsione e quindi non vi è conservazione della massa. Esso rappresenta l'effettivo funzionamento della macchina.

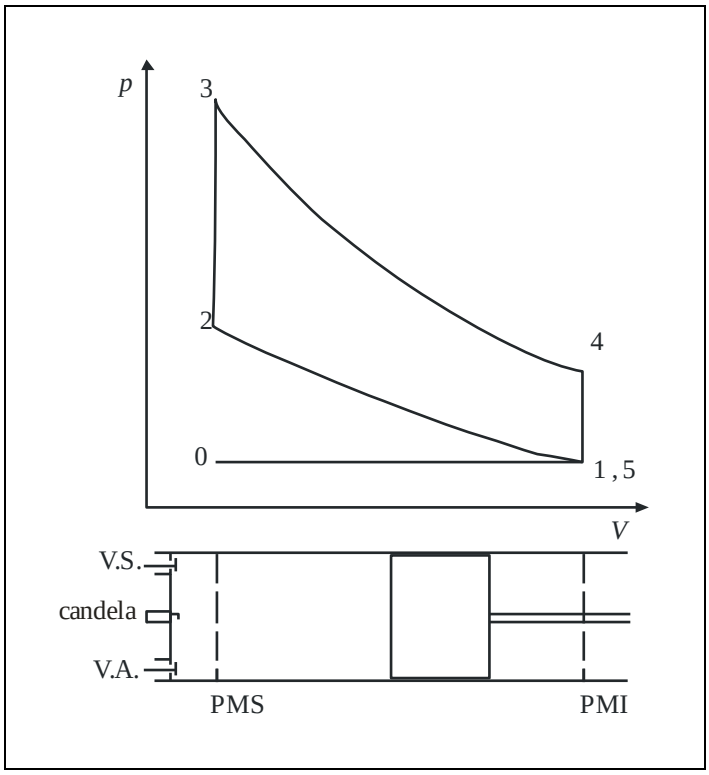


Figura **10**-12: Ciclo Otto indicato

Il ciclo indicato è caratterizzato dalle seguenti fasi:

- 0-1: aspirazione. Il pistone si sposta dal punto morto superiore (PMS) al punto morto inferiore (PMI) con la valvola di aspirazione aperta.
- 1-2: compressione. Il pistone ritorna al PMS con le valvole chiuse.
- 2-3: combustione. Scocca la scintilla e si innesca la combustione che si suppone talmente veloce da avvenire a volume costante.
- 3-4: espansione. Il pistone ritorna al PMI con le valvole chiuse.
- 4-5: scarico. Apre la valvola di scarico riportando in modo istantaneo (V=cost) la pressione al valore di quella atmosferica.
- 5-0: espulsione. Il pistone ritorna al PMS con la valvola di scarico aperta espellendo tutti i prodotti della combustione.

Il ciclo termodinamico è riportato in Figura 10-13 nei piani termodinamici (p,v) e (T,s).

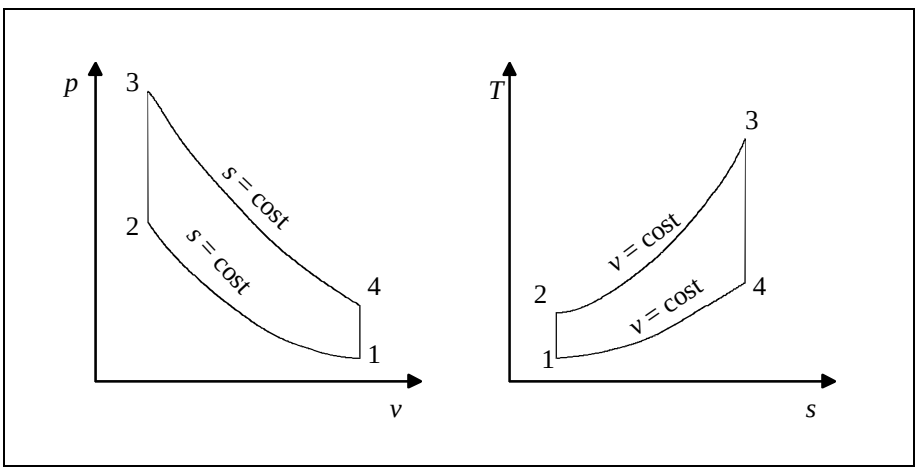


Figura 10-13: Ciclo termodinamico Otto

Si suppone che il ciclo Otto sia formato da due isoentropiche, in cui avviene la compressione e l'espansione del fluido, e da due isocore in cui si ha l'assorbimento e la cessione del calore.
Il rendimento di primo principio vale:

$$\eta = \frac{l_n}{q_{23}^+} = \frac{q_{23}^+ + q_{41}^-}{q_{23}^+} = 1 + \frac{q_{41}^-}{q_{23}^+} = 1 - \frac{\left|q_{41}^-\right|}{q_{23}^+} \tag{10-18}$$

Applicando le ipotesi di aria standard possiamo scrivere:

$$q_{23}^+ = u_3 - u_2 = c_v\left(T_3 - T_2\right) \tag{10-19}$$

$$q_{41}^- = u_1 - u_4 = c_v\left(T_1 - T_4\right) \tag{10-20}$$

Sostituendo la (10-19) e la (10-20) nella (10-18) si ottiene:

$$\eta = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} \tag{10-21}$$

o

$$\eta = 1 - \frac{T_1}{T_2}\frac{\frac{T_4}{T_1} - 1}{\frac{T_3}{T_2} - 1} \tag{10-22}$$

Chiamiamo r_T il rapporto tra le temperature e r_v il rapporto volumetrico di compressione definiti come:

$$\begin{aligned} r_T &= \frac{T_2}{T_1} = \frac{T_3}{T_4} \\ r_v &= \frac{v_1}{v_2} = \frac{v_4}{v_3} \end{aligned} \tag{10-23}$$

Applicando le equazioni dei gas perfetti alle due trasformazioni isoentropiche si ottiene:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{k-1} = r_v^{k-1} = r_T = \left(\frac{v_4}{v_3}\right)^{k-1} = \frac{T_3}{T_4} \tag{10-24}$$

Da cui si ricava che $\frac{T_4}{T_1} = \frac{T_3}{T_2}$.
Sostituendo le relazioni appena ottenute nella (10-22), si arriva alla formula:

$$\eta = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - \frac{1}{r_v^{k-1}} \tag{10-25}$$

Un altro parametro molto importante per caratterizzare una macchina alternativa (il ragionamento che faremo per il ciclo Otto vale anche per il Diesel) è la pressione media del ciclo che è definito come la pressione costante che fornirebbe lo stesso lavoro del ciclo considerato:

$$p_m = \frac{\oint p dv}{v_1 - v_2} \tag{10-26}$$

Ma applicando la definizione di rendimento si ottiene:

$$p_m = \frac{\eta q_{23}^{+}}{v_1 - v_2} = \frac{\eta c_v \left(T_3 - T_2\right)}{v_1 - v_2} \tag{10-27}$$

Dalle formule appena dimostrate si deduce che il rendimento non dipende dalla temperatura massima del ciclo T_3, ma dalla temperatura di fine compressione T_2, mentre il lavoro ottenibile dipende, una volta fissato il rapporto di compressione, dalla temperatura massima, come si vede dalla (10-27). La T_3 dipende dal potere calorifico del combustibile e dal rapporto aria combustibile.
Le relazioni evidenziano, poi, che il rendimento del ciclo Otto corrisponde a quello di un ciclo di Carnot che opera tra le temperature T_1 e T_2 e quindi molto più basso di quello che si potrebbe ottenere utilizzando un ciclo di Carnot che funzioni tra la temperatura massima e quella di aspirazione.
Si vede, inoltre, che aumentando il rapporto di compressione volumetrico aumenta il rendimento del ciclo.
Vi è però un limite alla possibilità di aumentare il rapporto di compressione. Infatti aumentando troppo il rapporto di compressione si potrebbe raggiungere la temperatura di autoaccensione della miscela prima che scocchi la scintilla. L'accensione avverrebbe prematuramente e in tutti i punti della camera di combustione, generando una vera e propria detonazione.
Nei motori utilizzati usualmente raramente si supera il valore $r_v = 9,5$ e solo nei motori da competizione con potenze specifiche molto alte e regimi di rotazione molto elevati si raggiunge il valore di 12.

Esempio 10-2

Consideriamo un motore a ciclo Otto avente un rapporto di compressione volumetrico $r_v = 9,5$. La temperatura di aspirazione T_1 è uguale a 77 ^{o}C (in questo valore si tiene conto delle caratteristiche e della quantità dei gas combusti residui e del calore di evaporazione del combustibile) e la pressione p_1 vale 1 *bar*. Si utilizza un combustibile avente un potere calorifico inferiore H_i = 46000 $\frac{kJ}{kg}$; il rapporto aria combustibile, m_a^*, è uguale a 17 $\frac{kg_a}{kg_{comb}}$. Valutare il rendimento del ciclo, i valori di pressione e temperatura dei singoli punti del ciclo e la pressione media (si consideri k = 1,4).

Svolgimento.

Applicando l'equazione (10-25) si ricava immediatamente il rendimento del ciclo:

$$\eta = 1 - \frac{1}{9,5^{0,4}} = 0,59$$

Da 1 a 2 la compressione è isoentropica, pertanto:

$$T_2 = T_1 r_v^{k-1} = (273{,}15 + 77)9{,}5^{0{,}4} = 861{,}7 \quad K$$

e

$$p_2 = p_1 r_v^k = 1 \cdot 9{,}5^{1{,}4} = 23{,}4\ bar$$

Per ricavare i valori di pressione e temperatura del punto 3 partiamo dalla temperatura.
Durante la trasformazione viene fornita una quantità di calore:

$$q = c_v(T_3 - T_2)$$

La quantità di combustibile per *kg* di miscela è uguale a $\frac{1}{m_a^*}\frac{kg_{comb}}{kg_a}$. Il calore per unità di massa che si fornisce al ciclo è uguale a:

$$q = \frac{H_i}{m_a^*} = \frac{46000}{17} = 2705{,}8\ \frac{kJ}{kg}$$

Il calore specifico per l'aria vale:

$$c_v = \frac{1}{k-1}R = \frac{1}{0{,}4}0{,}287 = 0{,}72\ \frac{kJ}{kg\ K}$$

Pertanto

$$T_3 = T_2 + \frac{q}{c_v} = 861{,}7 + \frac{2705{,}8}{0{,}72} = 4619{,}8\ K$$

La trasformazione tra 2 e 3 è un isocora; quindi

$$p_3 = p_2 \frac{T_3}{T_2} = 23{,}4 \frac{4619{,}8}{861{,}7} = 125{,}5\ bar$$

I valori del punto 4 si ricavano applicando le equazioni valide per un espansione isoentropica:

$$T_4 = \frac{T_3}{r_v^{k-1}} = 1877{,}3\ K$$

$$p_4 = \frac{p_3}{r_v^k} = 5{,}4\ bar$$

Il volume specifico nel punto 1 vale:

$$v_1 = \frac{RT_1}{p_1} = \frac{287{,}0 \cdot 350{,}14}{1 \cdot 10^5} = 1{,}005\ \frac{m^3}{kg}$$

Mentre il volume specifico nel punto 2 vale:

$$v_2 = \frac{RT_2}{p_2} = \frac{287,0 \cdot 861,7}{23,4 \cdot 10^5} = 0,1057 \frac{m^3}{kg}$$

La pressione media effettiva è uguale a:

$$p_m = \frac{\eta q}{v_1 - v_2} = \frac{0,59 \cdot 2705,8 \cdot 10^3}{1,005 - 0,1057} = 1,78 \cdot 10^6 Pa = 17,8 \, bar$$

10.3.3 Ciclo Diesel

Il ciclo diesel costituisce il riferimento termodinamico per i motori alternativi ad accensione spontanea (motori diesel).
In Figura 10-14 è riportato il ciclo indicato.

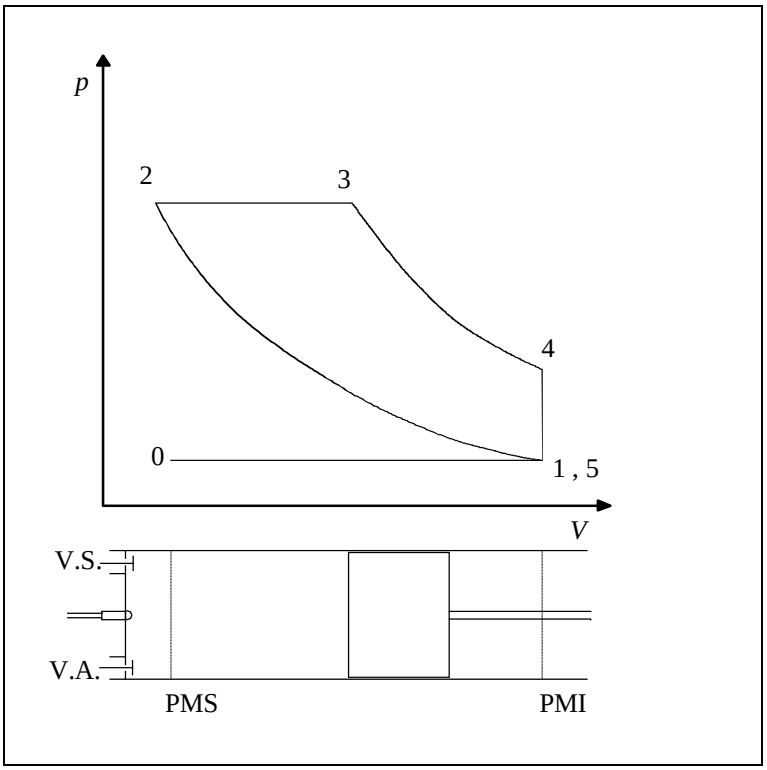


Figura 10-14: Ciclo indicato Diesel

Confrontando il ciclo Diesel con quello Otto, si nota che la differenza sostanziale tra i due sta nella combustione, che nel Diesel avviene a pressione costante. In Figura 10-15 sono riportati i cicli termodinamici nel piano (*p, v*) e (*T, s*).

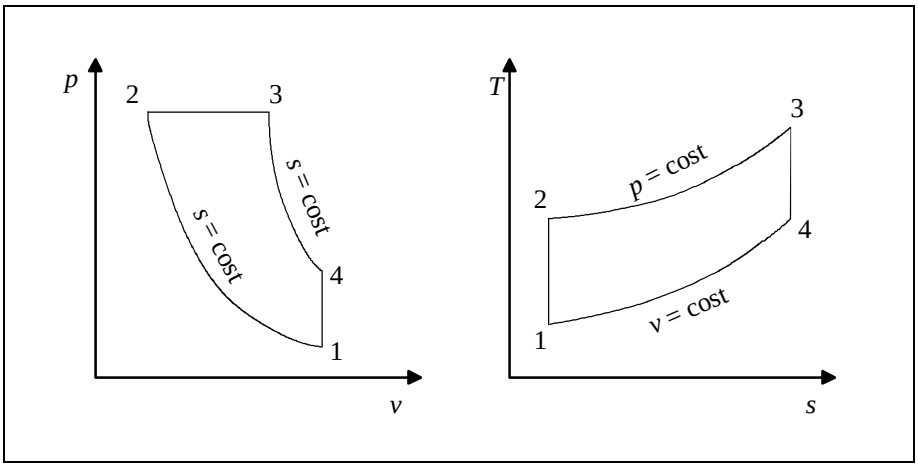


Figura 10-15:Ciclo termodinamico Diesel

I calori assorbiti e ceduti nel ciclo valgono:

$$q_{23}^{+} = h_3 - h_2 = c_p\left(T_3 - T_2\right) \tag{10-26}$$

$$q_{41}^{-} = u_1 - u_4 = c_v\left(T_1 - T_4\right) \tag{10-27}$$

Pertanto il rendimento si può esprimere come:

$$\eta = 1 - \frac{c_v\left(T_4 - T_1\right)}{c_p\left(T_3 - T_2\right)} = 1 - \frac{\left(T_4 - T_1\right)}{k\left(T_3 - T_2\right)} \tag{10-28}$$

Oltre agli altri parametri definiti per il ciclo Otto, si definisce anche un rapporto volumetrico di combustione, r_c, che vale:

$$r_c = \frac{v_3}{v_2} = \frac{T_3}{T_2} \tag{10-29}$$

Pertanto:

$$T_1 = T_2 \frac{1}{r_v^{k-1}} \tag{10-30}$$

$$T_3 = T_2 r_c \tag{10-31}$$

$$T_4 = T_3\left(\frac{v_3}{v_4}\right)^{k-1} = T_3\left(\frac{v_3}{v_2}\frac{v_2}{v_4}\right)^{k-1} = T_3\left(\frac{r_c}{r_v}\right)^{k-1} = T_2 r_c\left(\frac{r_c}{r_v}\right)^{k-1} \tag{10-32}$$

Sostituendo la (10,30), la (10-31) e la (10-32) nella (10-28) si ottiene:

$$\eta = 1 - \frac{1}{r_v^{k-1}}\left[\frac{r_c^k - 1}{k\left(r_c - 1\right)}\right] \tag{10-33}$$

La parentesi quadra è sempre positiva, perciò a parità di rapporto volumetrico di compressione il ciclo Otto ha un rendimento migliore.
In realtà, però, i rapporti di compressione dei motori Diesel hanno valori di molto più alti di quelli dei motori ad accensione comandata.
Il rapporto di compressione volumetrica in questi motori è compreso in un campo tra 14 e 22
Da ciò consegue che in pratica il rendimento dei motori Diesel è superiore a quello dei motori a benzina.
In Figura 10-16 è riportato l'andamento del rendimento in funzione del rapporto di compressione volumetrico e del rapporto volumetrico di combustione per k=1,4.

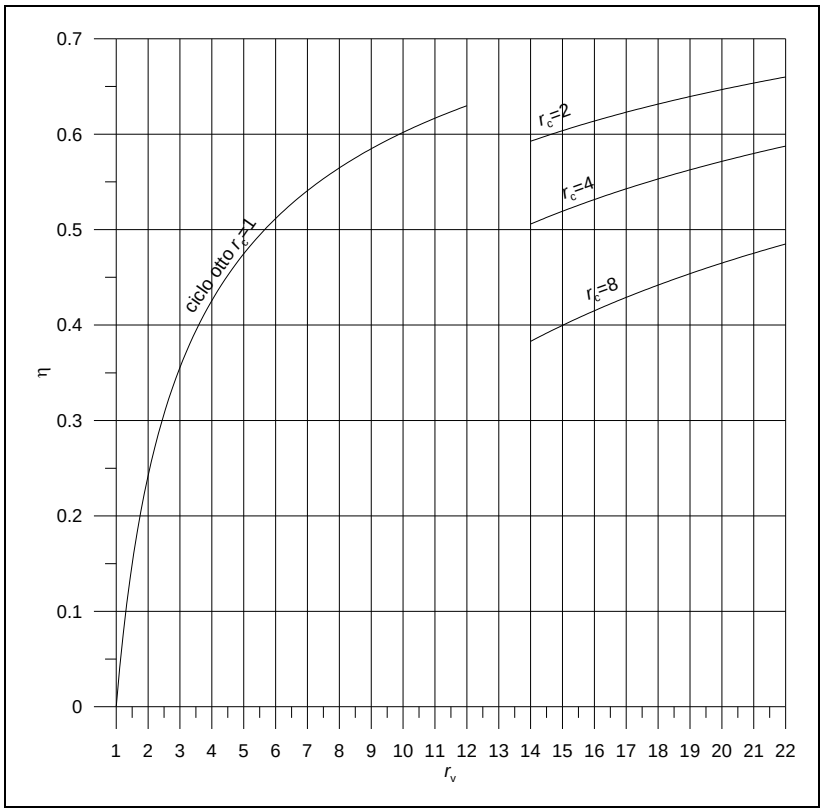


Figura 10-16: Il rendimento del ciclo Diesel e Otto in funzione del rapporto di compressione volumetrico per k=1,4

Dal grafico si vede chiaramente che il rendimento del ciclo Diesel è decrescente all'aumentare del rapporto volumetrico di combustione. Purtroppo al diminuire di r_c diminuisce anche il calore assorbito dal ciclo e di conseguenza il lavoro ottenibile.
Per dimostrarlo basta ricordarsi che:

$$q_{23}^{+} = h_3 - h_2 = c_p\left(T_3 - T_2\right)$$

Ma dalla (10-29) si ricava che:

$$T_3 = T_2 r_c$$

Per cui:

$$q_{23}^{+} = c_p T_2\left(r_c - 1\right)$$

Da cui si vede che effettivamente il calore assorbito diminuisce con il rapporto volumetrico di combustione fino ad annullarsi per $r_c = 1$.
D'altronde la temperatura T_3 (e quindi r_c) è legata al tipo di combustibile usato e al rapporto aria combustibile.

10.3.4 Ciclo Sabathè

Le condizioni di funzionamento di un ciclo reale sono in verità molto lontane da quelle di un ciclo Otto o Diesel ideale, al punto che i due cicli indicati reali tendono ad assomigliarsi. In pratica la combustione non avviene ne a volume costante, ne a pressione costante. Solo nei Diesel lenti si può ritenere con buona approssimazione che la combustione avvenga a pressione costante.
Per migliorare il modello si può utilizzare il ciclo ideale Sabathè in cui si suppone che il calore venga introdotto nel ciclo prima tramite una trasformazione isocora e poi con una isobara.
Il ciclo è rappresentato in figura 10-17.

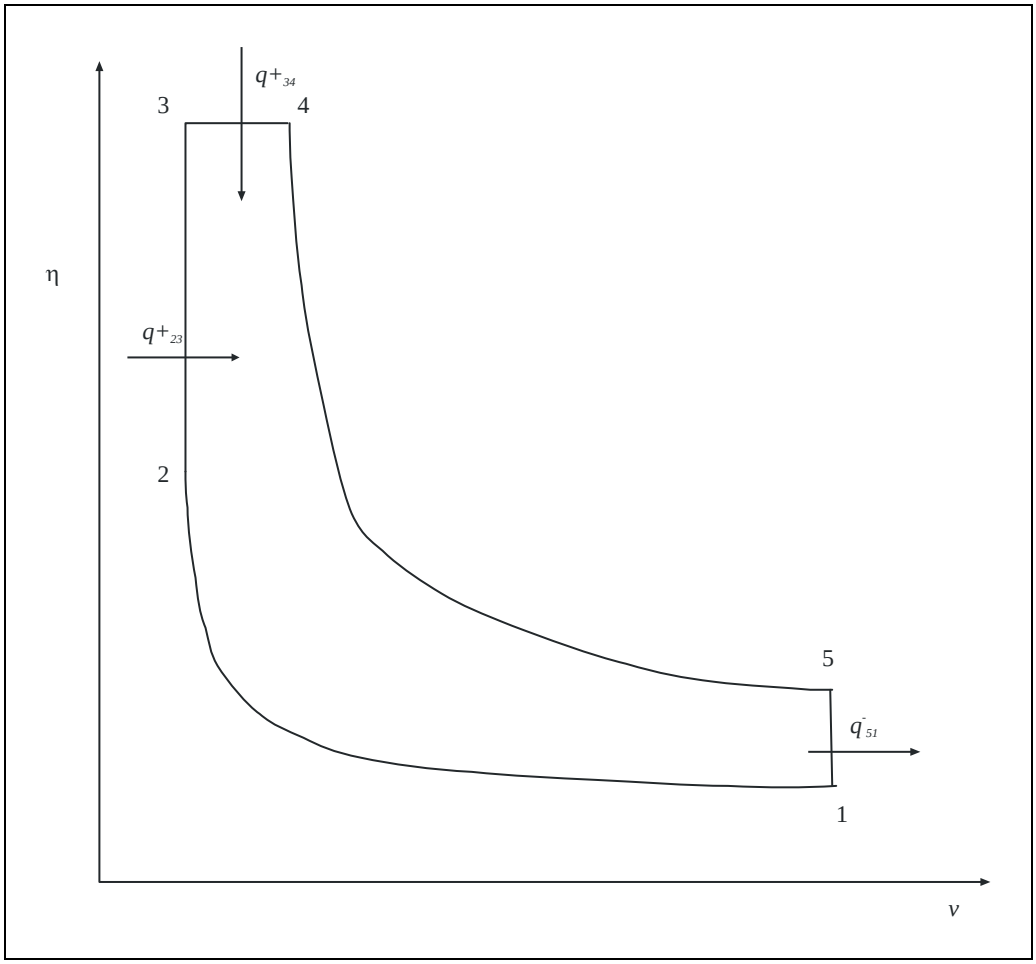


Figura 10-17: Ciclo misto Sabathè

Il calore totale trasferito al fluido motore è uguale a:

$$q_{24}^{+} = q_{23}^{+} + q_{34}^{+} = c_v\left(T_3 - T_2\right) + c_p\left(T_4 - T_3\right) \qquad (10\text{-}34)$$

Il calore ceduto all'ambiente è uguale a:

$$\left|q_{51}^{-}\right| = c_v\left(T_5 - T_1\right) \tag{10-35}$$

Il rendimento vale:

$$\eta = 1 - \frac{c_v\left(T_5 - T_1\right)}{c_v\left(T_3 - T_2\right) + c_p\left(T_4 - T_3\right)} = 1 - \frac{T_5 - T_1}{\left(T_3 - T_2\right) + k\left(T_4 - T_3\right)} \tag{10-36}$$

Da cui si ottiene:

$$\eta = 1 - \frac{T_1}{T_2}\frac{\frac{T_5}{T_1} - 1}{\left(\frac{T_3}{T_2} - 1\right) + k\frac{T_3}{T_2}\left(\frac{T_4}{T_3} - 1\right)} \tag{10-37}$$

Definiamo per la combustione a volume costante un rapporto di combustione a volume costante:

$$r_p = \frac{p_3}{p_2} = \frac{T_3}{T_2} \tag{10-38}$$

Per la combustione a pressione costante si definisce rapporto di combustione volumetrico a pressione costante:

$$r_c = \frac{v_4}{v_3} = \frac{T_4}{T_3} \tag{10-39}$$

Per la compressione isoentropica vale la relazione:

$$T_1 = T_2\left(\frac{v_2}{v_1}\right)^{k-1} = T_2\frac{1}{r_v^{k-1}} \tag{10-40}$$

Per l'espansione isoentropica vale la relazione

$$T_5 = T_4\left(\frac{v_4}{v_5}\right)^{k-1} \tag{10-41}$$

E, quindi:

$$\frac{T_5}{T_1} = \frac{T_4}{T_2}\frac{\left(\frac{v_4}{v_5}\right)^{k-1}}{\left(\frac{v_2}{v_1}\right)^{k-1}} = \frac{T_4}{T_3}\frac{T_3}{T_2}\frac{\left(\frac{v_4}{v_5}\right)^{k-1}}{\left(\frac{v_2}{v_1}\right)^{k-1}} \tag{10-42}$$

Viste la (10-38) e la (10-39) e dato che $v_3 = v_2$ e $v_5 = v_1$, si ottiene

$$\frac{T_5}{T_1} = \frac{v_4}{v_2}\frac{p_3}{p_2}\left(\frac{v_4}{v_2}\right)^{k-1} = \frac{p_3}{p_2}\left(\frac{v_4}{v_2}\right)^{k} = r_p r_c^k \qquad (10\text{-}43)$$

Sostituendo queste relazioni nella (10-37) si ottiene, infine:

$$\eta = 1 - \frac{1}{r_v^{k-1}}\frac{r_p r_c^k - 1}{\left(r_p - 1\right) + k r_p \left(r_c - 1\right)} \qquad (10\text{-}44)$$

Da questa relazione si vede che il ciclo Otto e quello Diesel sono casi particolari del ciclo Sabathè. Per $r_c = 1$ la relazione diventa uguale a quella del ciclo Otto e per $r_p = 1$ il ciclo diventa un ciclo Diesel.
A seconda del tipo di motore si hanno i seguenti campi di variabilità di r_c e r_p a pieno carico

- $r_p = 1,35 \div 1,60$
- $r_c = 1,35 \div 1,75$

10.3.5 Ciclo di Brayton - Joule

È il ciclo teorico dei turbomotori a gas. I turbomotori a gas sono utilizzati principalmente nel campo della propulsione aeronautica, della propulsione navale militare e negli impianti di generazione di energia soprattutto per coprire le punte.
I turbomotori sono di solito a ciclo aperto e pertanto ci occuperemo solo di quest'ultimi. A titolo informativo, in Figura 10-18 è rappresentato lo schema di impianto di un motore a ciclo chiuso

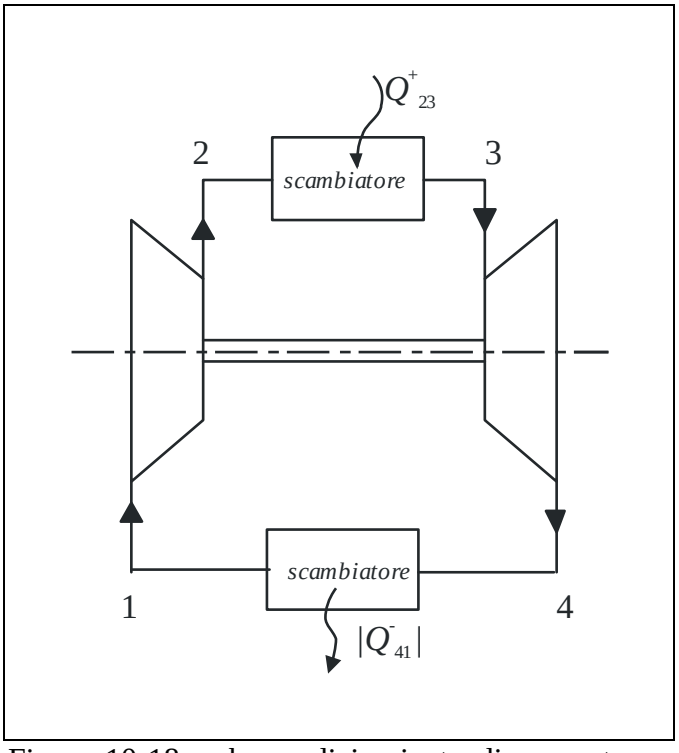


Figura 10-18: schema di impianto di un motore a ciclo chiuso

In Figura 10-19 è, invece, visibile lo schema d'impianto di un motore a ciclo aperto.
Nei cicli aperti il ciclo si chiude in atmosfera; il compressore aspira sempre aria nuova. Per questo motivo in Figura 10-19 la trasformazione 4-1 è stata tratteggiata.

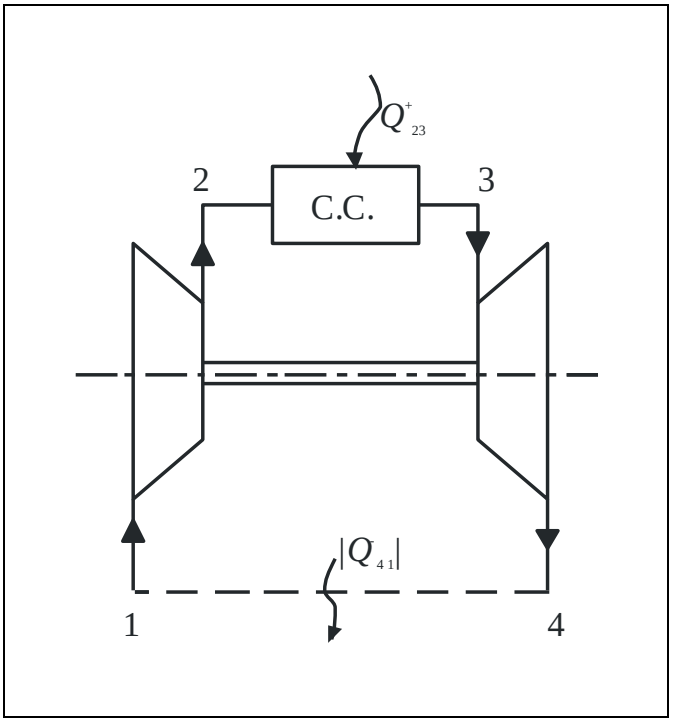


Figura 10-19: Turbina a gas a ciclo aperto

Un compressore comprime l'aria mandandola in camera di combustione dove viene iniettato il combustibile ed avviene la combustione. I gas combusti passano attraverso la turbina e vengono scaricati in atmosfera. La turbina è collegata al compressore e la sua funzione principale è quella di far funzionare il compressore.
Il ciclo termodinamico è formato da due isoentropiche (compressione ed espansione) e da due isobare (assorbimento e cessione di calore).
In Figura 10-20 è schematizzato il ciclo sul piano (*T*,*s*).

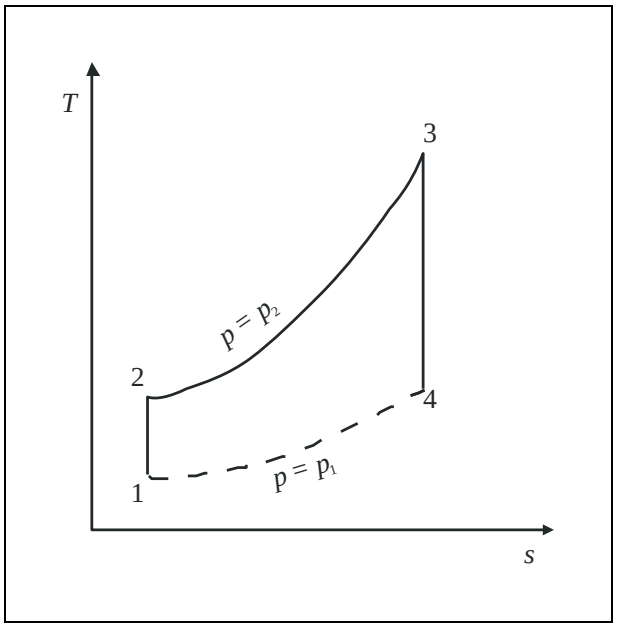


Figura 10-20: Ciclo Brayton - Joule

Il rendimento, (come per tutti i cicli), vale:

$$\eta = \frac{l_n}{q_{23}^+} = \frac{l_T - |l_C|}{q_{23}^+} = 1 + \frac{q_{41}^-}{q_{23}^+} = 1 - \frac{|q_{41}^-|}{q_{23}^+} \qquad (10\text{-}45)$$

dove:
l_T è il lavoro specifico ottenuto dalla turbina.
l_C è il lavoro assorbito dal compressore.

ma

$$q_{23}^+ = h_3 - h_2 = c_p(T_3 - T_2) \qquad (10\text{-}46)$$

$$q_{41}^- = h_1 - h_4 = c_p(T_1 - T_4) \qquad (10\text{-}47)$$

sostituendo le (10-46) e (10-47) nella (10-45) e semplificando, si ottiene:

$$\eta = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} \qquad (10\text{-}48)$$

o meglio:

$$\eta = 1 - \frac{T_1}{T_2}\frac{\frac{T_4}{T_1} - 1}{\frac{T_3}{T_2} - 1} \qquad (10\text{-}49)$$

Per le trasformazioni isoentropiche di compressione ed espansione, indicando con $r_p = p_2/p_1$ il rapporto tra la pressione, si può scrivere che:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{T_3}{T_4} = r_p^{\frac{k-1}{k}} \qquad (10\text{-}50)$$

Dalla (10-50) si ricava che:

$$\frac{T_4}{T_1} = \frac{T_3}{T_2} \qquad (10\text{-}51)$$

Pertanto il rendimento è uguale a:

$$\eta = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - \frac{1}{r_p^{\frac{k-1}{k}}} \qquad (10\text{-}52)$$

Dalla (10-52) si vede che il rendimento aumenta all'aumentare del rapporto di compressione.
In realtà il rendimento è limitato dal fatto che non si possono superare certi valori della temperatura di ingresso in turbina, T_3, per problemi strutturali.

La T_3 viene definita TIT (Turbine Inlet Temperature). Il suo valore dipende dal materiale con cui è costruita la turbina. Nei più moderni motori aeronautici si è arrivati a temperature superiori ai 1500 ^oC.
In Figura 10-21 è possibile osservare cosa accade, una volta fissata la temperatura massima e minima del ciclo, all'aumentare del rapporto di compressione.

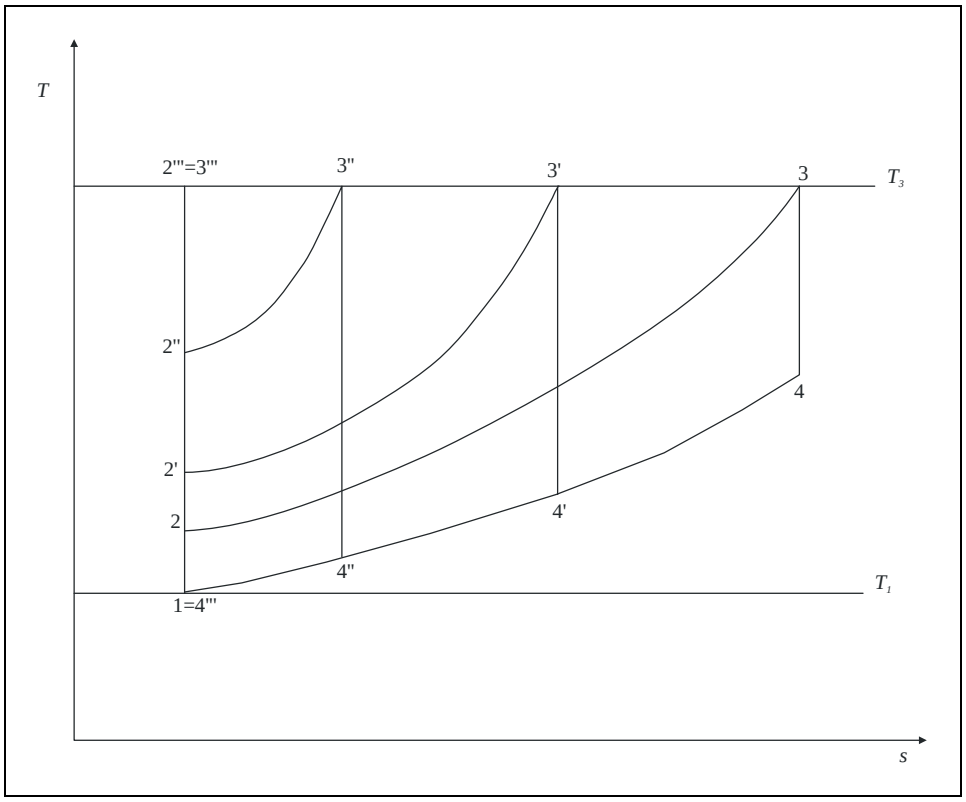


Figura 10-21: variazione della forma del ciclo di Brayton - Joule al variare del rapporto di compressione fissato il rapporto $\frac{T_3}{T_1}$

Come si vede in figura il ciclo tende a diventare ad area nulla quando il rapporto di compressione tende a quello massimo $r_{p,\max} = \frac{p_3}{p_1}$. Il ciclo tende ad un ciclo di Carnot ad area nulla e, quindi, a lavoro nullo.
Vediamo, ora, quanto vale il lavoro e come varia in funzione del rapporto di compressione.
Il lavoro netto specifico è uguale alla differenza tra il lavoro fatto dalla turbina e quello assorbito dal compressore:

$$l_n = (h_3 - h_4) - (h_2 - h_1) = c_p\left[(T_3 - T_4) - (T_2 - T_1)\right] \qquad (10\text{-}53)$$

$$l_n = c_p\left[T_3\left(1 - \frac{T_4}{T_3}\right) - T_1\left(\frac{T_2}{T_1} - 1\right)\right]$$

$$l_n = c_p T_1\left[\frac{T_3}{T_1}\left(1 - \frac{T_4}{T_3}\right) - \left(\frac{T_2}{T_1} - 1\right)\right] \qquad (10\text{-}54)$$

Al fine di ottenere un lavoro specifico adimensionalizzato si divide la (10-54) per c_pT_1; ricordando la (10-50) si ottiene:

$$l_n^* = \frac{l_n}{c_p T_1} = \frac{T_3}{T_1}\left(1 - \frac{1}{r_p^{\frac{k-1}{k}}}\right) - \left(r_p^{\frac{k-1}{k}} - 1\right) \qquad (10\text{-}55)$$

Per trovare il rapporto di compressione ottimale che massimizza il lavoro si eguaglia a 0 la derivata prima della (10-55) e si ottiene:

$$r_{p,ott} = \left(\frac{T_3}{T_1}\right)^{\frac{k}{2(k-1)}} = \sqrt{r_{p,\max}} \qquad (10\text{-}56)$$

Si vede, quindi, che in un ciclo a gas ideale il rendimento è sempre crescente e non dipende dal rapporto $\frac{T_3}{T_1}$, mentre il lavoro presenta un massimo funzione di questo rapporto.

In Figura 10-22 è riportato il grafico del rendimento e del lavoro adimensionalizzato in funzione del rapporto di compressione e del rapporto $\frac{T_3}{T_1}$.

Nel grafico il rapporto di compressione arriva a valori vicini a 300; questo è stato fatto per poter evidenziare che il lavoro si annulla per 2 valori: $r_p = 1$ e un $r_{p,MAX}$, funzione del rapporto di temperatura massimo. In realtà i motori attuali presentano rapporti di compressione dell'ordine di 30. Ad esempio l'Eurojet EJ 2000 (il motore del F2000 Typhoon) ha un rapporto di compressione uguale a 26, mentre il General Electric – Pratt & Whitney GP7000 presenta un rapporto di compressione pari a 45,6.

Come si può osservare bene in Figura 10-22, all'aumentare della temperatura di ingresso turbina, T_3, (la T_1 si può considerare coincidente con la temperatura ambiente) il rapporto di compressione ottimale si sposta verso valori più alti. Da ciò si comprende che la progettazione del compressore è strettamente legata alla TIT e quindi ai materiali con cui sono costruite le palette della turbina.

Cerchiamo, ora, di avvicinare il nostro modello a quello di una macchina reale, introducendo le irreversibilità che modificano sensibilmente il ciclo di Brayton - Joule.

In una macchina reale accade che:

- La compressione e l'espansione in turbina sono delle trasformazioni irreversibili e non adiabatiche.
- Il calore positivo viene ottenuto tramite una combustione che ,come già detto, è una trasformazione intrinsecamente irreversibile ed inoltre non è isobara a causa delle perdite di carico.

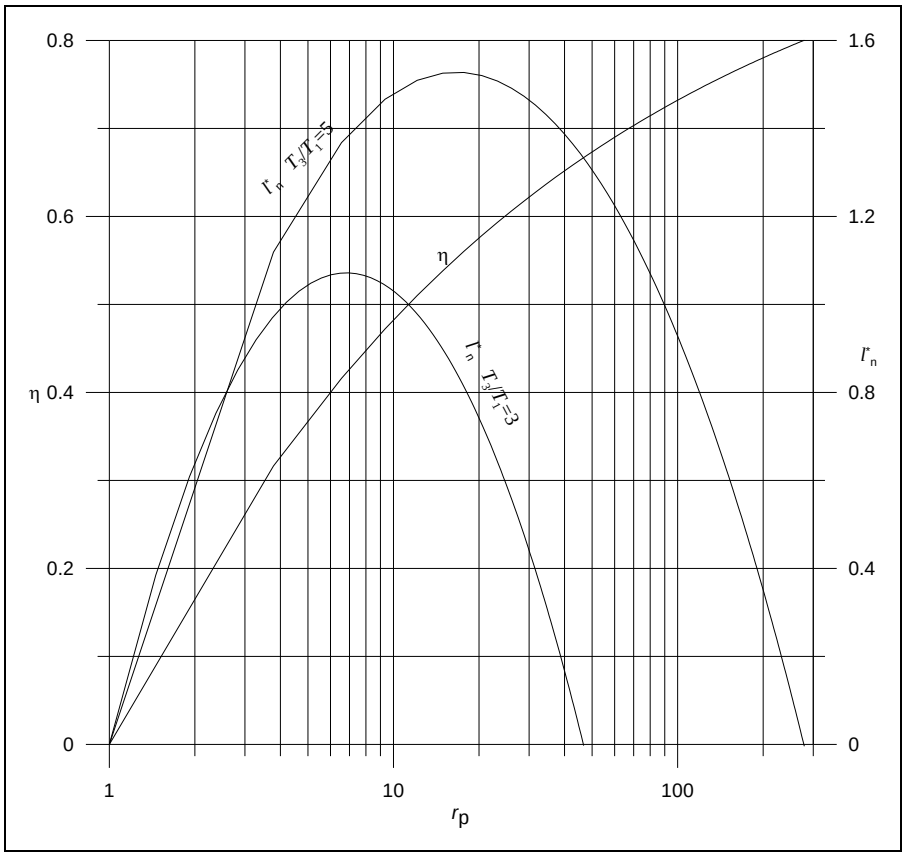


Figura 10-22: Andamento del rendimento e del lavoro adimensionalizzato in funzione del rapporto di combustione e del rapporto $\frac{T_3}{T_1}$.

Nel nostro modello, comunque ad aria standard, utilizzeremo le seguenti ipotesi:

- Compressione adiabatica irreversibile
- L'assorbimento di calore avviene tramite una trasformazione isobara reversibile
- Espansione in turbina adiabatica irreversibile
- Cessione del calore tramite una trasformazione isobara reversibile (se il ciclo è aperto si suppone che il ciclo si chiuda in atmosfera)

Queste ipotesi sono sufficientemente accettabili in quanto le perdite di carico nel combustore sono modeste.
In Figura 10-23 viene riportato il ciclo costruito sulla base delle nuove ipotesi.

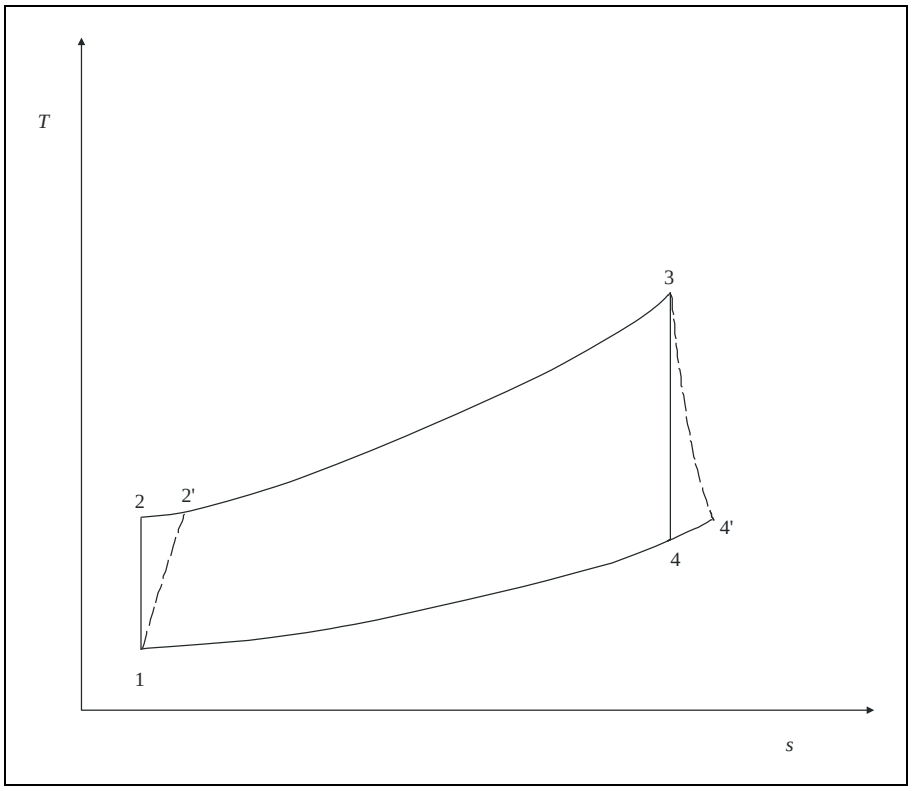


Figura 10-23: Ciclo di Brayton – Joule con la presenza di irreversibilità nella compressione e nell'espansione

Il rendimento del ciclo reale è uguale a:

$$\eta_t = \frac{l_{r,e} - l_{r,c}}{q_{2'3}} = \frac{\eta_{is,e} l_{id,e} - \dfrac{l_{id,c}}{\eta_{is,c}}}{q_{2'3}} \tag{10-57}$$

$$\eta_t = \frac{\eta_{is,e}\left(h_3 - h_4\right) - \dfrac{\left(h_2 - h_1\right)}{\eta_{is,c}}}{\left(h_3 - h_{2'}\right)} = \frac{\eta_{is,e}\left(T_3 - T_4\right) - \dfrac{\left(T_2 - T_1\right)}{\eta_{is,c}}}{\left(T_3 - T_{2'}\right)} \tag{10-58}$$

Ma, considerando le relazioni valide per le trasformazioni isoentropiche e la definizione di rendimento isoentropico di compressione (equazione (7-74)), si ricavano le seguenti relazioni:

$$T_2 - T_1 = T_1\left(\frac{T_2}{T_1} - 1\right) = T_1\left(r_p^{\frac{k-1}{k}} - 1\right) \tag{10-59}$$

$$T_3 - T_4 = T_3\left(1 - \frac{T_4}{T_3}\right) = T_3\left(1 - \frac{1}{r_p^{\frac{k-1}{k}}}\right) \tag{10-60}$$

$$T_{2'} = \frac{T_2 - T_1}{\eta_{is,c}} + T_1 \tag{10-61}$$

$$T_3 - T_{2'} = T_3 - T_1 - \frac{T_2 - T_1}{\eta_{is,c}} = T_3 - T_1 - T_1\frac{r_p^{\frac{k-1}{k}} - 1}{\eta_{is,c}} \tag{10-62}$$

Sostituendo la (10-59), (10-60) e (10-62) nella (10-58) e dividendo numeratore e denominatore per T_1, si ottiene :

$$\eta_t = \frac{\eta_{is,e}\frac{T_3}{T_1}\left(1-\frac{1}{r_p^{\frac{k-1}{k}}}\right)-\frac{r_p^{\frac{k-1}{k}}-1}{\eta_{is,c}}}{\frac{T_3}{T_1}-1-\frac{r_p^{\frac{k-1}{k}}-1}{\eta_{is,c}}} \qquad (10\text{-}63)$$

Analizzando questa relazione, si osserva che, una volta fissati i rendimenti isoentropici, il rendimento di primo principio di un ciclo di Brayton - Joule dipende oltre che dal rapporto di compressione anche dal rapporto T_3/T_1 e quindi sostanzialmente dalla temperatura di ingresso turbina .
Statisticamente si può ritenere che il rendimento isoentropico di compressione ed espansione siano compresi nei seguenti campi

- $\eta_{is,c} = 0,7 \div 0,86$
- $\eta_{is,e} = 0,75 \div 0,92$
-

In Figura 10-24 è rappresentato il rendimento termico reale per diversi rapporti di temperatura.

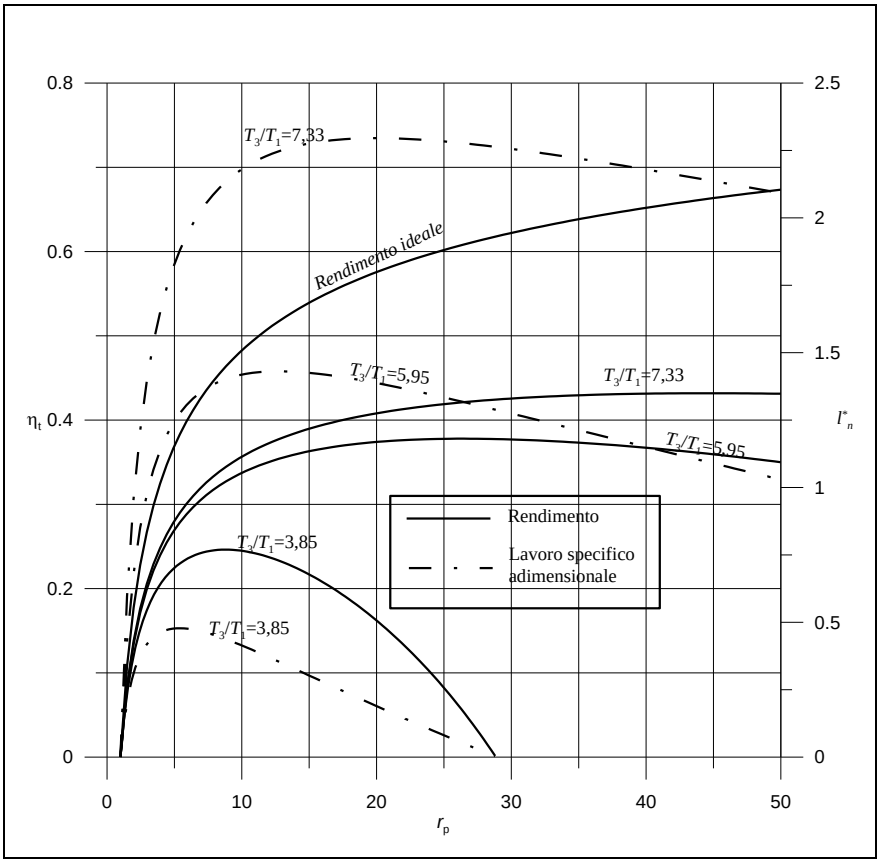


Figura 10-24: Rendimento reale e lavoro adimensionale di un ciclo di Brayton – Joule in funzione di r_p

Per tracciare il grafico si sono fissati i seguenti rendimenti isoentropici: $\eta_{is,c} = 0,8$, $\eta_{is,e} = 0,85$.

Fissando la temperatura ambiente a 273 K i tre rapporti di temperatura implicano delle TIT di circa 778 ^{o}C, 1350 ^{o}C e 1730 ^{o}C che rappresentano le temperature di ingresso turbina di un motore di prima generazione (anni ’40), di un motore di seconda generazione (anni ‘50) e di un motore attuale.
Nel diagramma è tracciato anche il rendimento ideale; si può, quindi osservare che le irreversibilità peggiorano notevolmente le prestazioni del motore.
Si nota, inoltre un altro fatto molto importante: la curva del rendimento presenta un massimo e poi decresce fino ad annullarsi per valori di r_p molto più piccoli del $r_{p,MAX}$. Questo massimo si sposta verso valori più alti del rapporto di compressione all’aumentare della temperatura di ingresso turbina.
Valutiamo infine il lavoro reale ottenibile.
Prendendo come riferimento i lavori ideali (vedi eq (10-53)) il lavoro specifico netto reale, $l_{n,r}$, è uguale a:

$$l_{n,r} = c_p \left[\eta_{is,e} \left(T_3 - T_4 \right) - \frac{T_2 - T_1}{\eta_{is,c}} \right] \tag{10-64}$$

$$l_{n,r} = c_p T_1 \left[\eta_{is,e} \frac{T_3}{T_1} \left(1 - \frac{T_4}{T_3} \right) - \frac{\frac{T_2}{T_1} - 1}{\eta_{is,c}} \right]$$

Applicando le relazioni note per le trasformazioni isoentropiche di gas ideale si ottiene

$$l_{n,r} = c_p T_1 \left[\eta_{is,e} \frac{T_3}{T_1} \left(1 - \frac{1}{r_p^{\frac{k-1}{k}}} \right) - \frac{r_p^{\frac{k-1}{k}} - 1}{\eta_{is,c}} \right] \tag{10-65}$$

Infine dividendo la (10-65) per $c_p\, T_1$ si ottiene il lavoro netto adimensionale:

$$l_{n,r}^{*} = \frac{l_{n,r}}{c_p T_1} = \left[\eta_{is,e} \frac{T_3}{T_1} \left(1 - \frac{1}{r_p^{\frac{k-1}{k}}} \right) - \frac{r_p^{\frac{k-1}{k}} - 1}{\eta_{is,c}} \right] \tag{10-66}$$

Derivando la (10-66) ed eguagliando a 0 la derivata si ottiene il rapporto ottimale delle pressioni:

$$r_{p,ott,L} = \left(\frac{T_3}{T_1} \eta_{is,e}\, \eta_{is,c} \right)^{\frac{k}{2(k-1)}} \tag{10-67}$$

Dalla Figura 10-24 si può notare che il rapporto di compressione che massimizza il lavoro è decisamente più basso di quello che massimizza il rendimento.
Il progettista deve scegliere il rapporto di compressione di progetto nel campo compreso tra i due rapporti di compressione ottimali a seconda del tipo di applicazione a cui è destinato il motore. Peraltro si può notare che in questo campo la curva del rendimento si mantiene sufficientemente piatta per cui di solito si sceglie un valore vicino al rapporto di compressione ottimale per il lavoro.
In fase di progettazione per avvicinarsi ulteriormente al funzionamento della macchina reale si possono introdurre altri parametri:

- Per tener conto delle irreversibilità della combustione si può introdurre il rendimento di combustione, che fa diminuire la temperatura massima
- Si possono calcolare le perdite di carico che riducendo il valore della pressione massima riducono di conseguenza il lavoro ottenibile in turbina
- È possibile svincolarsi dall'ipotesi di aria standard considerando i calori specifici funzione della temperatura ed utilizzando coefficienti isoentropici diversi tra aspirazione e scarico.

I gas di scarico escono dalla turbina ancora ricchi di aria a causa del grande eccesso d'aria utilizzato e molto caldi. Nei motori aeronautici si sfrutta questo eccesso d'aria per effettuare una post combustione (after burning) al fine di aumentare la velocità dei gas di scarico e quindi la spinta ottenibile.

Esempio 10-3

Una turbina a gas, che supponiamo operi con un ciclo ideale ad area standard, ha una temperatura di ingresso turbina T_3 pari a 1350 ^oC. Il compressore aspira aria a 15 ^oC. Da questa macchina si vuole ottenere una potenza di 3500 kW con la minima aria circolante.
In tali condizioni calcolare:

1. Il rapporto di compressione.
2. La temperatura di uscita dal compressore T_2.
3. La portata d'aria necessaria.
4. Il rendimento della macchina.

Svolgimento:

1)
La portata d'aria sarà minima quando il lavoro specifico sarà massimo. Dovremo operare in condizioni di rapporto di compressione ottimale. Ricordando la (10-56) si ricava:

$$r_{p,ott} = \left(\frac{T_3}{T_1}\right)^{\frac{k}{2(k-1)}} = \left[\frac{(1350+273)}{(15+273)}\right]^{\frac{1,4}{2*(1,4-1)}} = 20,61$$

2)
Dalla (10- 50) ricaviamo che:

$$T_2 = T_1 r_p^{\frac{k-1}{k}} = 288 * 20,61^{\frac{1,4-1}{1,4}} = 684K = 411^oC$$

3)
Il lavoro specifico vale:

$$l_n = c_p\left[(t_3 - t_4) - (t_2 - t_1)\right] = \frac{k}{k-1} R\left[(t_3 - t_4) - (t_2 - t_1)\right]$$

Dobbiamo calcolare t_4:

$$T_4 = T_3 r_p^{\frac{1-k}{k}} = 1623 * 20,61^{-0,286} = 683K = 410^oC$$

Per cui il lavoro netta è uguale a:

$$l_n = \frac{1,4}{1,4-1} * 0,287 * \left[\left(1350-410\right) - \left(410-288\right) \right] = 821,7 \frac{kJ}{kg}$$

Ma la potenza totale è pari a:

$$P = \dot{m} l_n$$

Per cui la portata massica è uguale a:

$$\dot{m} = \frac{P}{l_n} = \frac{3500}{821,7} = 4,26 \frac{kg}{s}$$

4)
Il rendimento della macchina vale:

$$\eta = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - \frac{1}{r_p^{\frac{k-1}{k}}} = 1 - \frac{1}{20,61^{0,286}} = 0,58$$

Esempio 10-4

Rieseguire gli stessi calcoli per la turbina dell'esercizio precedente considerando un rendimento isoentropico di compressione pari a 0,8 e un rendimento isoentropico di espansione pari a 0,85

Svolgimento

1)

Per calcolare il rapporto di compressione che massimizza il lavoro si applica la relazione (10-67)

$$r_{p,ott,L} = \left(\frac{T_3}{T_1} \eta_{is,e} \eta_{is,c} \right)^{\frac{k}{2(k-1)}} = \left(\frac{1623}{288} * 0,8 * 0,9 \right)^{\frac{1,4}{2(1,4-1)}} = 11,60$$

Come si può osservare il rapporto di compressione ottimale è sensibilmente più basso di quello di un ciclo ideale.

2)
Dalla (7-67) ricaviamo che:

$$t_{2'} = \frac{\left| l_{id} \right|}{c_p \eta_{is,c}} + t_1 = \frac{t_2 - t_1}{\eta_{is,c}} + t_1 = \frac{411-15}{0,8} + 15 = 510^oC = 783\,K$$

3)

Il lavoro netto specifico vale:

$$l_n = \frac{k}{k-1} R \left[\eta_{is,e} \left(t_3 - t_4 \right) - \frac{\left(t_2 - t_1 \right)}{\eta_{is,c}} \right] = \frac{1,4}{1,4-1} * 0,287 * \left[0,85 * \left(1350 - 410 \right) - \frac{\left(410 - 288 \right)}{0,8} \right] = 646,5 \frac{kJ}{kg}$$

Per cui la portata massica è uguale a:

$$\dot{m} = \frac{P}{l_n} = \frac{3500}{646,5} = 5,41 \frac{kg}{s}$$

4)
Dalla (10-63) si ricava che:

$$\eta_t = \frac{\eta_{is,e} \frac{T_3}{T_1} \left(1 - \frac{1}{r_p^{\frac{k-1}{k}}} \right) - \frac{r_p^{\frac{k-1}{k}} - 1}{\eta_{is,c}}}{\frac{T_3}{T_1} - 1 - \frac{r_p^{\frac{k-1}{k}} - 1}{\eta_{is,c}}} = \frac{0,85 * \frac{1623}{288} * \left(1 - \frac{1}{11,60^{0,286}} \right) - \frac{11,60^{0,286} - 1}{0,8}}{\frac{1623}{288} - 1 - \frac{11,60^{0,286} - 1}{0,8}} = 0,34$$

Si vede, quindi, che le irreversibilità di compressione ed espansione pesano notevolmente anche nel calcolo del rendimento.

10.3.6 Ciclo Brayton - Joule con rigenerazione

Le turbine a gas a ciclo semplice trovarono un immediato impiego nel settore dei trasporti, soprattutto aeronautici, in virtù degli elevati rapporti potenza /peso che le caratterizzano.
Purtroppo i rendimenti sono più bassi (e quindi i consumi specifici più alti) di quelli ottenibili con altri tipi di motori. I bassi rendimenti sono dovuti al fatto che la temperatura di uscita dalla turbina, T_4, è molto più alta di quella ambiente (sull'ordine dei 400 – 500 ^oC) e quindi il calore scambiato con l'ambiente è consistente.
Per migliorare il rendimento si può ricorrere alla rigenerazione. Il concetto che sta alla base della rigenerazione è il seguente:
Sappiamo che per trasformare parte del calore assorbito da una trasformazione in lavoro si deve espandere il fluido motore da una pressione ad una inferiore. Pertanto se noi riusciamo a trasferire del calore da un gas a bassa pressione, come quello presente allo scarico della turbina, ad un gas a pressione più alta, come quello in uscita dal compressore, rivalutiamo questo calore, nel senso che gli forniamo la possibilità di riconvertirsi parzialmente in lavoro; in definitiva lo rigeneriamo.
Lo schema di impianto di un ciclo Brayton – Joule rigenerativo è visibile in Figura 10-25.

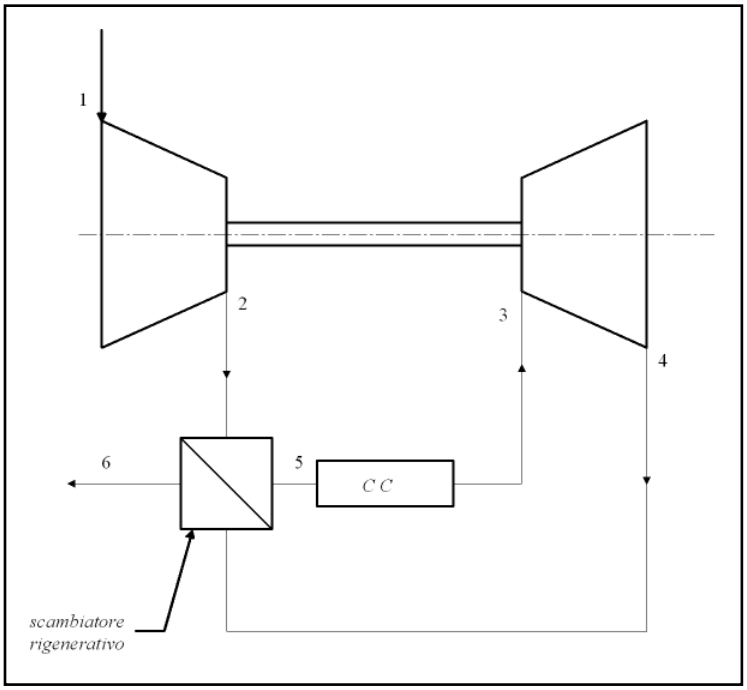


Figura 10-25: schema di impianto di un ciclo Brayton – Joule rigenerativo

Il fluido in uscita dalla turbina passa nel circuito secondario di uno scambiatore di calore ed esce nelle condizioni 6, riscaldando, così, il fluido a pressione maggiore che attraversa in controcorrente il circuito primario. In tal modo si recupera la potenza termica $\dot{Q}_{25}$ che non deve essere più fornita dalla camera di combustione
Vediamo ora le ipotesi che utilizzeremo per valutare il rendimento del ciclo:

- Aria standard
- Condizioni ideali; senza, cioè, alcuna irreversibilità
- Scambiatore rigenerativo di area infinita; ciò implica il fatto che nello scambiatore i salti di temperatura tra i due circuiti sono infinitesimi

Il ciclo che otteniamo è raffigurato in Figura 10-26.
Come si vede in Figura 10-26 in condizioni ideali, considerando che le capacità termiche dei due gas sono uguali, potremo raffreddare il gas di scarico fino alla temperatura T_2, riscaldando, così, i gas nel primario fino alla temperatura T_4.
In definitiva in condizioni ideali, o come si dice di rigenerazione totale, avremo che:

$$\begin{aligned} T_4 &= T_5 \\ T_6 &= T_2 \end{aligned} \qquad (10\text{-}68)$$

Sotto le nostre ipotesi il rendimento termico di primo principio vale:

$$\eta_t = \frac{(T_3 - T_4) - (T_2 - T_1)}{(T_3 - T_5)}$$

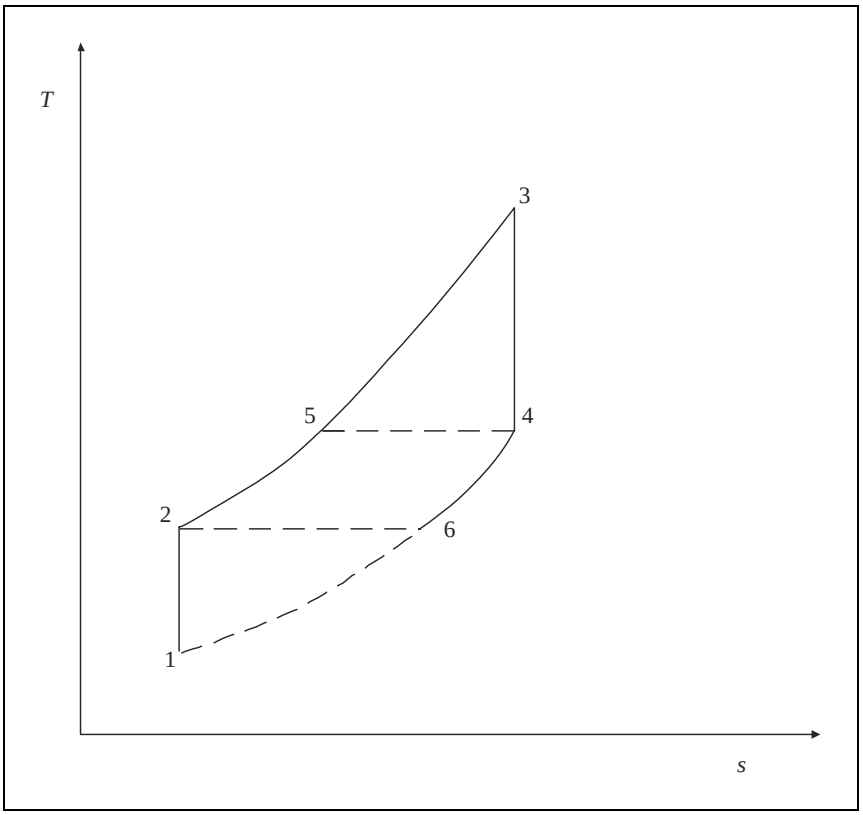


Figura 10-26: Ciclo di Brayton – Joule nel piano *T-s*

Ma ricordando le (10-68) si ottiene:

$$\eta_t = 1 - \frac{T_2 - T_1}{T_3 - T_4} \tag{10-69}$$

raccogliendo al numeratore T_1 e al denominatore T_3 e ricordando la (10-50) si ottiene infine:

$$\eta_t = 1 - \frac{T_1}{T_3}\frac{r_p^{\frac{k-1}{k}} - 1}{1 - \frac{1}{r_p^{\frac{k-1}{k}}}} = 1 - \frac{T_1}{T_3} r_p^{\frac{k-1}{k}} \tag{10-70}$$

Da questa relazione si vede, quindi, che nel caso di ciclo ideale rigenerativo totale il rendimento , fissata la temperatura di aspirazione, aumenta all'aumentare della temperatura massima e al diminuire del rapporto di compressione.
Per r_p tendente a 1 il ciclo tende ad un ciclo di Carnot operante tra la temperatura massima e quella minima del ciclo.
In Figura 10-27 è riportato l'andamento del rendimento in funzione del rapporto di compressione e del rapporto T_3/T_1.

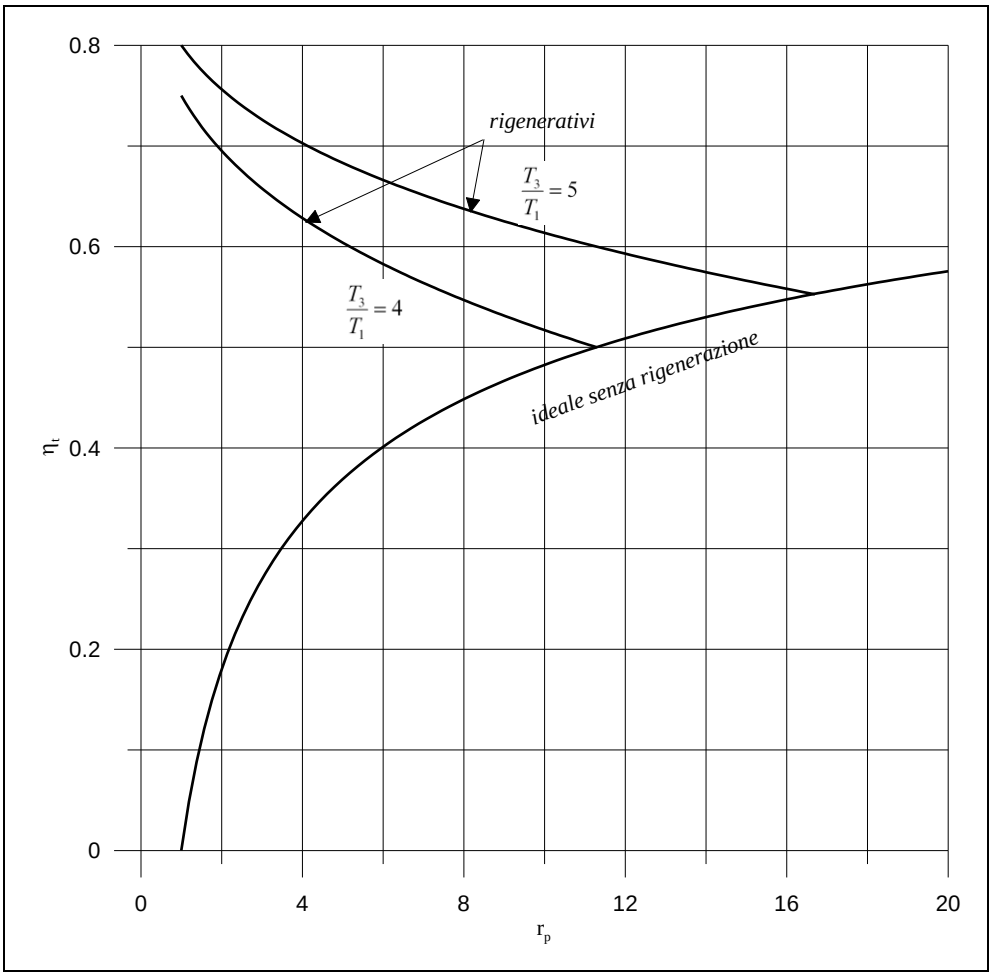


Figura 10-27: Rendimento di un ciclo di Brayton – Joule ideale ad aria standard in funzione del rapporto di compressione e del rapporto T_3/T_1

Come si vede nel grafico il rendimento del ciclo rigenerativo è maggiore di quello di un ciclo semplice almeno fino ad un certo rapporto di compressione.
Eguagliando il rendimento dei due cicli si ottiene il rapporto di compressione di questo punto che chiameremo $r_{p,MAX}$, in quanto, come dimostreremo tra breve, rappresenta il valore massimo del rapporto di compressione a cui può funzionare un ciclo rigenerativo.

$$1-\frac{1}{r_p^{\frac{k-1}{k}}}=1-\frac{T_1}{T_3}r_p^{\frac{k-1}{k}}$$

Da cui si ricava che:

$$r_{p,MAX}=\left(\frac{T_3}{T_1}\right)^{\frac{k}{2(k-1)}}=r_{p,ott} \qquad (10\text{-}71)$$

Dalla (10-71) si vede che il massimo rapporto di compressione per il quale ha senso eseguire la rigenerazione coincide con il rapporto di compressione che massimizza il lavoro.
Ora, dalla (10-71) e dalla (10-50) si ricava anche:

$$r_{p,MAX}^{\frac{2(k-1)}{k}} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 = \frac{T_3}{T_1} = \frac{T_3 T_1}{T_1^2} = \frac{T_2 T_4}{T_1^2} \qquad (10\text{-}72)$$

Da cui si vede che in quel punto $T_2 = T_4$. Quindi da questo punto in poi non è più fisicamente possibile eseguire la rigenerazione in quanto la temperatura del fluido in uscita dal compressore sarebbe maggiore di quella dei gas scaricati dalla turbina. Se facessi passare i due gas nel rigeneratore raffredderei i gas che entrano in camera di combustione diminuendo, quindi, la temperatura di ingresso turbina.
Valutiamo ora l'influsso sul ciclo delle irreversibilità.
Come irreversibilità ci accontentiamo di considerare quelle presenti nella turbina e nel compressore e quelle conseguenti al fatto che nello scambiatore rigenerativo il salto termico è finito e non infinitesimo. Trascureremo, invece, le perdite di carico.
In Figura 10-28 è rappresentato l'influsso delle irreversibilità appena considerate su un ciclo Brayton – Joule rigenerativo ad area standard.
Considerare nello scambiatore di calore salti termici finiti implica il fatto che lo scambiatore presenta un area di scambio finita.
In pratica ciò implica che:

$$\begin{aligned} T_5 &< T_4' \\ T_2' &< T_6 \end{aligned} \qquad (10\text{-}73)$$

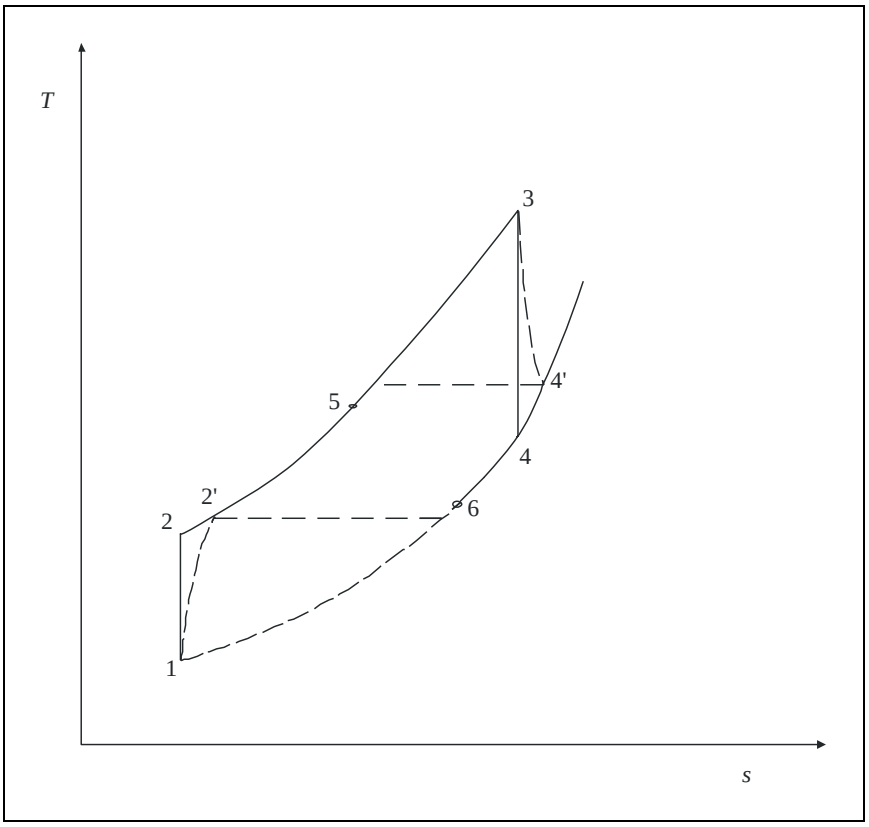


Figura 10-28: Ciclo Brayton – Joule rigenerativo ad area standard con presenza di irreversibilità nelle trasformazioni di compressione, espansione e scambio termico.

Definiamo, ora, l'efficacia della rigenerazione:

L'efficacia della rigenerazione, che indicheremo con e, è il rapporto tra il calore effettivamente trasferito al fluido caldo e quello trasferibile in una rigenerazione totale.
Nel nostro caso l'efficacia è uguale a:

$$e = \frac{\dot{Q}_{52'}}{\dot{Q}_{4'2'}}$$

Tenendo conto che per l'ipotesi di aria standard, sia le portate, sia i calori specifici dei due fluidi sono uguali si ottiene:

$$e = \frac{\dot{m}c_p\left(T_5 - T_{2'}\right)}{\dot{m}c_p\left(T_{4'} - T_{2'}\right)} = \frac{T_5 - T_{2'}}{T_{4'} - T_{2'}} \qquad (10\text{-}74)$$

Il rendimento, sotto le ipotesi considerate, vale:

$$\eta_t = \frac{\left(T_3 - T_{4'}\right) - \left(T_{2'} - T_1\right)}{\left(T_3 - T_5\right)} \qquad (10\text{-}75)$$

Ma considerando la (10-74) si ricava che:

$$T_3 - T_5 = \left(T_3 - T_{2'}\right) - e\left(T_{4'} - T_{2'}\right)$$

Sommando e sottraendo al secondo membro eT_3, si ottiene:

$$T_3 - T_5 = \left(1 - e\right)\left(T_3 - T_{2'}\right) - e\left(T_3 - T_{4'}\right) \qquad (10\text{-}76)$$

Sostituendo la (10-76) nella (10 75) e ricordando le espressioni (10-59), (10-60) e (10-62), viste per l'analogo ciclo non rigenerativo si ottiene:

$$\eta_t = \frac{\eta_{is,e}\frac{T_3}{T_1}\left(1 - \frac{1}{r_p^{\frac{k-1}{k}}}\right) - \frac{1}{\eta_{is,c}}\left(r_p^{\frac{k-1}{k}} - 1\right)}{\left(1-e\right)\left[\frac{T_3}{T_1} - 1 - \frac{1}{\eta_{is,c}}\left(r_p^{\frac{k-1}{k}} - 1\right)\right] + e\eta_{1s,e}\frac{T_3}{T_1}\left(1 - \frac{1}{r_p^{\frac{k-1}{k}}}\right)} \qquad (10\text{-}77)$$

In Figura 10-29 è rappresentato l'andamento del rendimento in funzione del rapporto di compressione per il rapporto di temperatura $T_3/T_1 = 4$ e per le efficienze e = 0,6, e =0,7, e = 0,8.

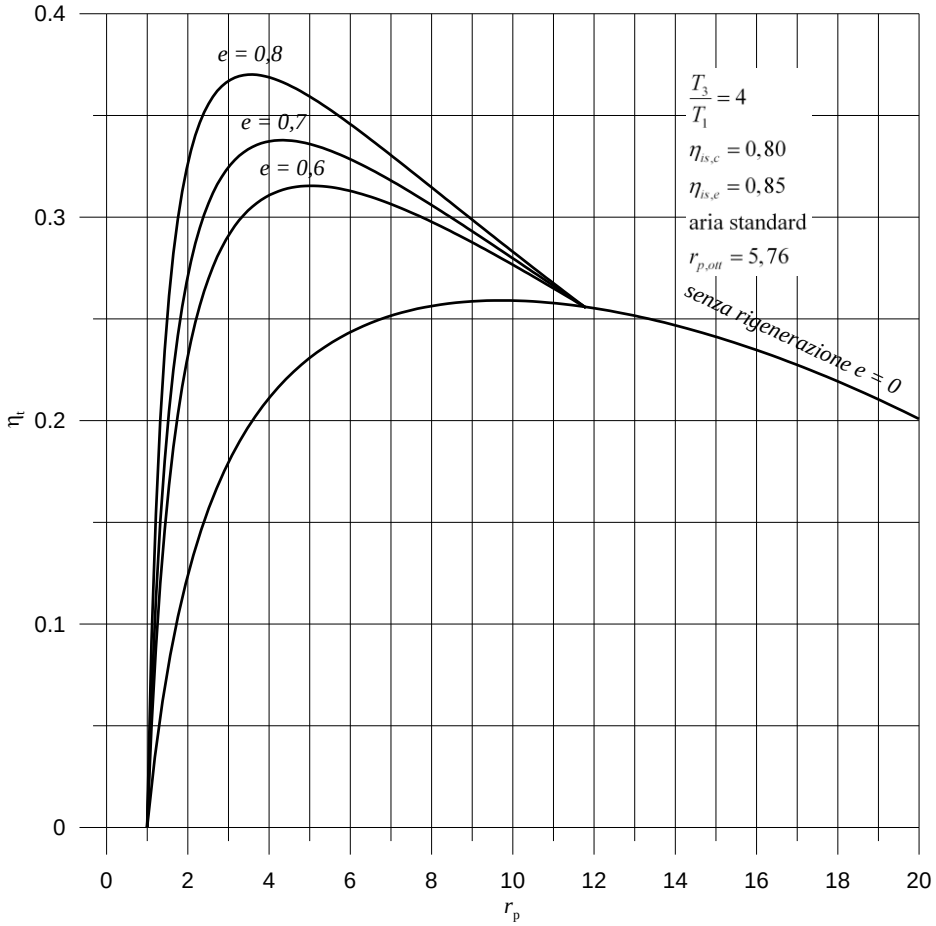


Figura 10-29: andamento del rendimento in funzione del rapporto di compressione per il rapporto di temperatura $T_3/T_1 = 4$ e per le efficienze $e = 0,6$ $e = 0,7$ $e = 0,8$

In Figura 10-30 è rappresentato, invece, l'andamento del rendimento in funzione del rapporto di compressione per il rapporto di temperatura $T_3/T_1 = 5$ e per le medesime efficienze .

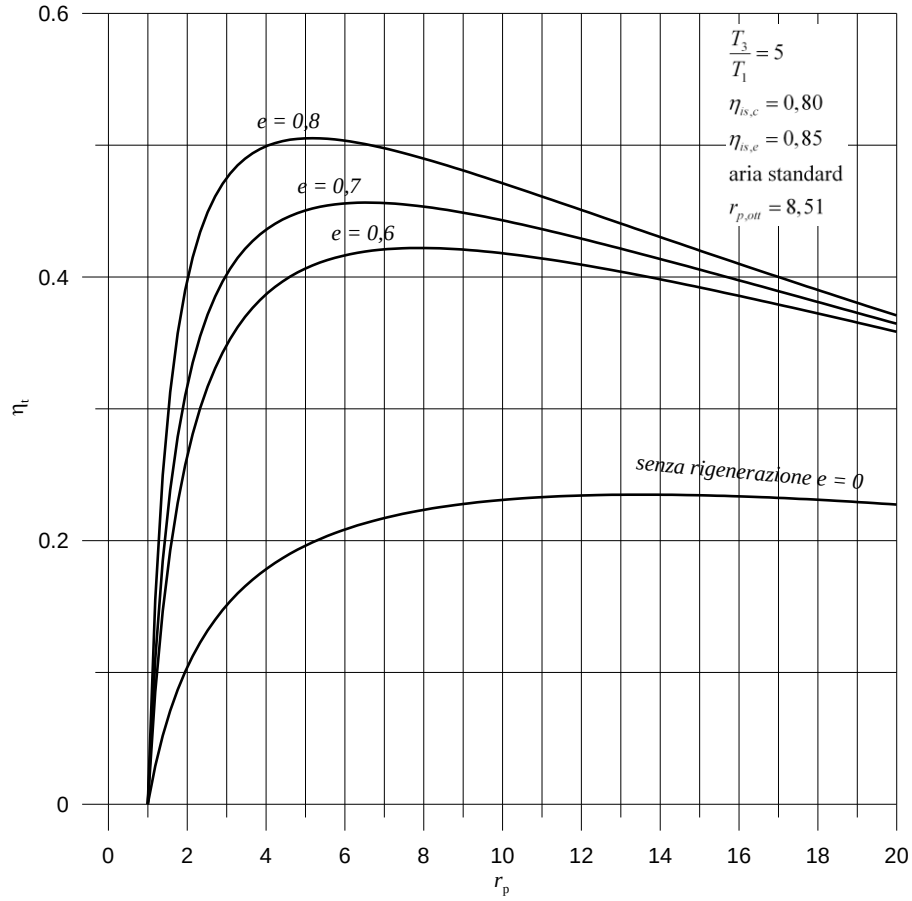


Figura 10-30: andamento del rendimento in funzione del rapporto di compressione per il rapporto di temperatura $T_3/T_4 = 5$ e per le efficienze $e = 0,6$ $e = 0,7$ $e = 0,8$

Come si vede, l'aver introdotto le irreversibilità nella compressione e nell'espansione modifica sostanzialmente l'andamento del rendimento. Si vede infatti, che per $r_p = 1$ il rendimento si annulla. All'aumentare del rapporto di compressione il rendimento aumenta fino a raggiungere un massimo che si ottiene, utilizzando i valori usuali dell'efficienza, per valori del rapporto di compressione minori di quello ottimale di massima potenza che è comunque calcolabile con la (10-67).
Si vede, inoltre, che all'aumentare dell'efficienza il massimo del rendimento si sposta verso valori decrescenti del rapporto di compressione.
Per concludere l'argomento facciamo alcune considerazioni di carattere generale sui cicli.
Di solito anche i cicli rigenerativi sono cicli aperti in quanto in quelli chiusi, a causa della presenza dello scambiatore di calore al posto della camera di combustione (che oltretutto aumenta la complessità e quindi il costo dell'impianto), si deve operare a temperature più basse di quelle raggiungibili con la combustione.
In generale, però, per tutti i cicli Brayton – Joule, rigenerativi e non, in alcuni casi potrebbe essere vantaggioso utilizzare cicli chiusi che presentano i seguenti vantaggi:

- Si possono utilizzare gas diversi dall'aria, per esempio i gas monoatomici come l'elio e l'argon che hanno k = 1,67.
- Si possono utilizzare pressioni del ciclo favorevoli da un punto di vista tecnico-economico. Per esempio si può utilizzare una pressione di scarico superiore a quella atmosferica; il che comporta, fissato il rapporto di compressione, pressioni massime più elevate con la conseguente diminuzione dei volumi specifici trattati e di conseguenza delle dimensioni dell'impianto.

- Vi è una maggior libertà di scelta del combustibile e di conseguenza la possibilità di utilizzare combustibili poco pregiati o "cascami" di energia.
- Minori problemi manutentivi grazie alla purezza del fluido motore.

In ogni caso la scelta del tipo di impianto rimane legata, oltre che alle considerazioni termodinamiche fino a qui svolte, anche e forse soprattutto a considerazioni sulla convenienza economica dell'investimento. Per cui la scelta di eseguire o meno la rigenerazione, la scelta di un impianto aperto piuttosto che chiuso, la scelta del rapporto di compressione e di temperatura ottimale è legata al tempo di ritorno economico dell'investimento.

10.4 *Cicli inversi*

10.4.1 Introduzione

I cicli inversi rappresentano la schematizzazione ideale delle macchine frigorifere e delle pompe di calore.
In questi cicli si assorbe lavoro e si trasferisce energia sotto forma di calore da una sorgente fredda ad una calda.
Se lo scopo principale della macchina è quello di raffreddare un sistema parleremo di frigoriferi; se invece lo scopo principale è quello di riscaldare un sistema parleremo di pompe di calore.
Se facciamo mente locale a quanto detto nel Capitolo 5 a riguardo del rendimento di primo principio, e lo consideriamo come rapporto tra il beneficio ottenuto e l'energia spesa, dobbiamo ovviamente modificare le relazioni allora viste.
Nel caso di un ciclo frigorifero l'energia spesa è il lavoro che dovremo fornire al sistema, mentre il beneficio ottenuto è l'energia che viene sottratta alla sorgente fredda.
Definiremo allora il coefficiente di effetto utile frigorifero, ε_{fr}, il rapporto:

$$\varepsilon_{fr} = \frac{Q_0}{|L_n|} \tag{10-78}$$

dove:
Q_0 è il calore sottratto nel ciclo alla sorgente fredda.
L_n è il lavoro netto speso per far funzionare il frigorifero.

Nel caso delle pompe di calore il "beneficio" che si ottiene è il calore che viene ceduto alla sorgente calda (nel caso pratico l'ambiente che si vuole riscaldare). Pertanto il coefficiente di effetto utile della pompa di calore vale:

$$\varepsilon_{p.c.} = \frac{Q_1}{|L_n|} \tag{10-79}$$

dove:
Q_1 è il calore ceduto nel ciclo alla sorgente calda.

Se confrontiamo i due coefficienti di effetto utile ricaviamo che:

$$\varepsilon_{p.c.} = \frac{Q_1}{|L_n|} = \frac{Q_0 + |L_n|}{|L_n|} = \varepsilon_{fr} + 1 \qquad (10\text{-}80)$$

Se il ciclo fosse un ciclo di Carnot inverso otterrei:

$$\varepsilon_{fr} = \frac{T_0}{T_1 - T_0} \qquad (10\text{-}81)$$

e

$$\varepsilon_{pc} = \frac{T_1}{T_1 - T_0} \qquad (10\text{-}82)$$

dove:
T_0 è la temperatura termodinamica della sorgente fredda.
T_1 è la temperatura termodinamica della sorgente calda.

Ovviamente, come per i cicli diretti, i coefficienti di effetto utile del ciclo di Carnot inverso sono i massimi ottenibili.
Dalle formule appena viste si vede che il coefficiente di effetto utile delle pompe di calore è sempre maggiore di 1 mentre quello delle macchine frigorifere può anche essere minore di 1.
Perché utilizzare una pompa di calore per riscaldare un ambiente?.
In effetti non sembrerebbe logico utilizzare dell'energia elettrica, la quale viene prodotta, almeno in Italia, bruciando dei derivati del petrolio, o del carbone, per ottenere calore, che posso ricavare direttamente dalla combustione degli stessi prodotti e con rendimenti di primo principio molto alti.
D'altro canto, se ricordiamo l'equazione (5-52), si vede che dalla combustione dei prodotti petroliferi, che avviene ad alta temperatura si potrebbe ricavare molto lavoro, e pertanto è sprecato utilizzarli per produrre calore, che rappresenta la forma più degradata di energia. Per questo motivo sarebbe più conveniente, da un punto di vista termodinamico, utilizzare per il riscaldamento delle sorgenti calde a bassa temperatura, dalle quali, comunque, si riuscirebbe ad ottenere poco lavoro.
Le pompe di calore rappresentano proprio uno di questi sistemi a bassa temperatura.
Se consideriamo una pompa di calore mossa da un motore elettrico, dobbiamo considerare che il rendimento globale di distribuzione alla nostra presa di corrente, η_e, dato dal prodotto del rendimento del ciclo termodinamico, del rendimento meccanico della turbina, del rendimento del generatore di calore, del rendimento elettrico dell'alternatore, e di quello di distribuzione dell'energia elettrica, è dell'ordine del 36 %, come fissato dalla normativa UNI 10348. Confrontando la pompa di calore con una caldaia domestica a gas (η_c= 0,9) avremo convenienza energetica al suo uso quando:

$$\dot{Q}_p < \dot{Q}_c$$

Dove:
$\dot{Q}_p$ è la potenza termica primaria utilizzata dalla centrale elettrica per produrre l'energia elettrica necessaria al funzionamento della pompa di calore
$\dot{Q}_c$ è la potenza termica del bruciatore della caldaia.

Definita $\dot{Q}_1$ la potenza termica necessaria per riscaldare l'ambiente, la potenza elettrica assorbita dalla pompa di calore è uguale a:

$$\dot{L} = \frac{\dot{Q}_1}{\varepsilon_{pc}}$$

Ma dalla definizione di rendimento di distribuzione si ricava che:

$$\dot{L} = \eta_e \dot{Q}_p$$

Da cui si ottiene:

$$\dot{Q}_p = \frac{\dot{Q}_1}{\varepsilon_{pc}\eta_e}$$

Per la caldaia, invece, avremo che:

$$\dot{Q}_1 = \eta_c \dot{Q}_c$$

Da cui si ricava:

$$\dot{Q}_c = \frac{\dot{Q}_1}{\eta_c}$$

Introducendo i valori appena ottenuti nella diseguaglianza si ricava che vi è convenienza all'utilizzo delle pompe di calore quando:

$$\varepsilon_{pc} > \frac{\eta_c}{\eta_e} = \frac{0,9}{0,36} = 2,5$$

Per la convenienza economica, però, bisogna tener conto che i costi dell'energia elettrica e dei combustibili sono fissati anche per motivi politici e contingenti e, pertanto, possono modificare i valori appena visti.
I cicli inversi possono essere a vapore, a gas, o ad assorbimento.

10.4.2 Cicli inversi a vapore

10.4.2.1 Cicli inversi a vapore a semplice compressione

Come abbiamo già fatto per i cicli diretti a vapore, introduciamo la discussione sui cicli inversi a vapore partendo dal ciclo di Carnot inverso, che poi modificheremo per renderlo tecnicamente possibile.
In Figura 10-31 è rappresentato lo schema di impianto di un ciclo inverso di Carnot.
Nelle Figure 10-32 e 10-33 è rappresentato il ciclo nei diagrammi (*T*,*s*) e (*p*,*h*).

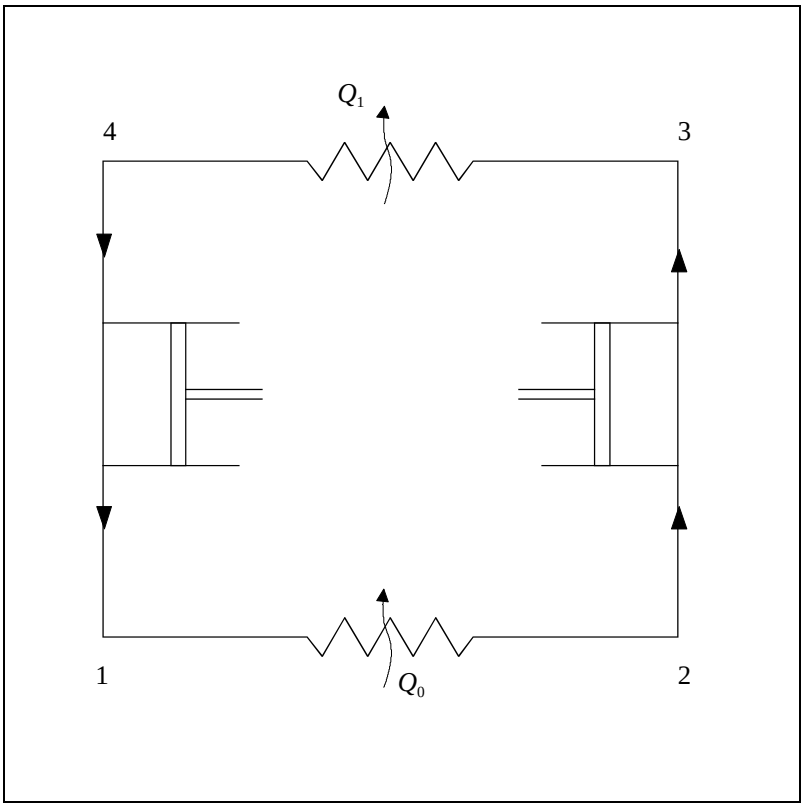


Figura 10-31: Schema d'impianto di un ciclo inverso di Carnot.

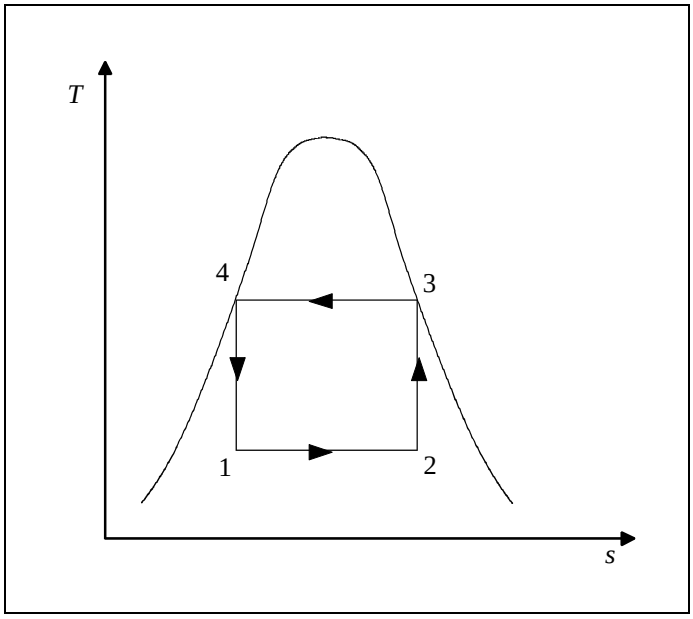


Figura 10-32: Ciclo inverso di Carnot nel piano (T,s).

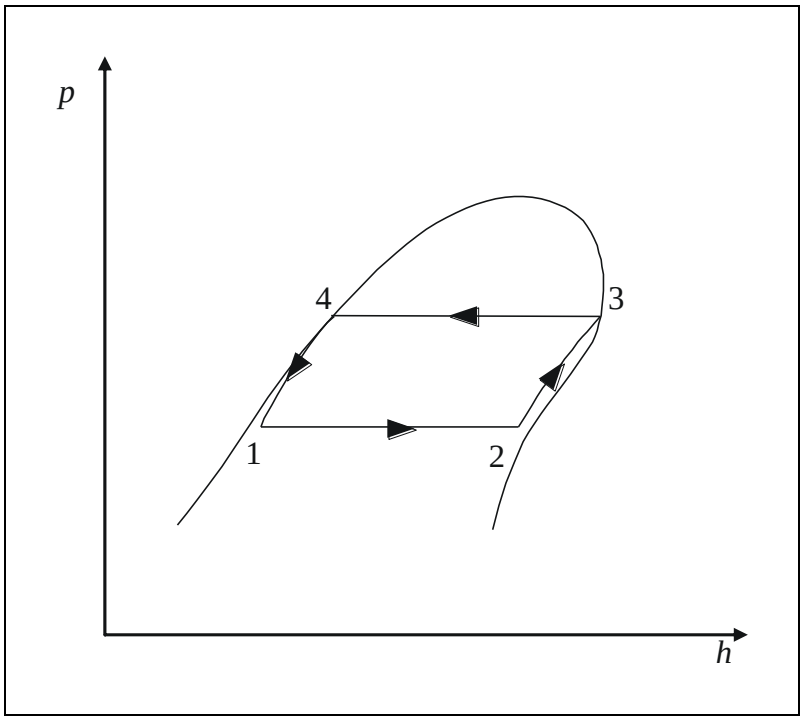


Figura 10-33: Ciclo inverso di Carnot nel piano (*p*,*h*).

Analizziamo le singole trasformazioni che compongono il ciclo.

1-2 Il fluido evapora asportando il calore q_0 dalla sorgente fredda. La trasformazione avviene all'interno di uno scambiatore di calore, che assume il nome di evaporatore, alla temperatura T_0 della sorgente fredda. Nel ciclo reale la temperatura dovrà essere più bassa di quella dell'ambiente da raffreddare, in quanto per avere trasmissione termica ho bisogno di un salto di temperatura finito. Se il salto termico fosse infinitesimo la superficie di scambio dovrebbe essere infinita. Il salto termico finito comporta un'irreversibilità che posso, però, considerare esterna al sistema, ottenendo una trasformazione almeno internamente reversibile. Il calore assorbito, chiamato anche effetto frigorifero, è pari a:

$$q_0 = h_2 - h_1$$

2-3 Il fluido è compresso isoentropicamente dalla pressione di evaporazione p_0 alla pressione p_1 del punto posto sulla curva limite superiore, intersezione tra l'isoentropica e la curva stessa. Questa trasformazione comporta una spesa di lavoro tecnico uguale a:

$$|l_{23}| = h_3 - h_2$$

3-4 Il fluido condensa alla temperatura T_1 e alla pressione p_1 in un condensatore fino a portarsi in condizioni di liquido saturo. Nella realtà la temperatura T_1 dovrà essere più alta di quella della sorgente calda, al fine di permettere la trasmissione termica. Il calore ceduto durante la condensazione vale:

$$|q_1| = h_3 - h_4$$

4-1. Il fluido espande isoentropicamente dallo stato di liquido saturo alla pressione p_1, fino alla pressione p_0, cedendo un lavoro tecnico positivo:

$$l_{4-1} = h_4 - h_1$$

Il ciclo appena visto presenta, purtroppo, grossi problemi che tecnicamente consigliano di modificarlo.
Analogamente ai cicli diretti, il controllo del titolo del vapore è estremamente complesso e la compressione di un fluido bifasico è estremamente delicata, al punto che nei compressori volumetrici può diventare anche pericolosa a causa del liquido che si potrebbe raccogliere nel volume nocivo.
Anche l'espansione di un fluido bifasico presenta problemi dovuti alla grande percentuale di fase liquida presente. Inoltre, l'espansore risulterebbe una macchina molto grande a causa del alto valore del volume specifico della fase vapore e quindi particolarmente costosa, a fronte di un basso lavoro specifico recuperabile.
Per questi motivi nei cicli reali si preferisce continuare l'evaporazione fino ad arrivare nelle condizioni di vapore saturo secco (e qualche volta si surriscalda il vapore) in modo da eseguire la compressione tutta in fase gassosa.
Inoltre, dato che l'espansione isoentropica genera i problemi tecnici appena visti, si preferisce sostituirla con una laminazione, la quale è una trasformazione irreversibile. Si fa passare il fluido attraverso una valvola o attraverso tubi capillari, come avviene nei frigoriferi domestici. In tal modo si perde una parte dell'effetto frigorifero, ma si guadagna in semplicità ed affidabilità della macchina.
Con queste modifiche otteniamo un ciclo frigorifero ideale a semplice compressione.
In Figura 10-34 è riportato lo schema di impianto, mentre nelle Figure 10-35 e 10-36 è riportato il ciclo termodinamico nei piani (*T*,*s*) e (*p*,*h*).

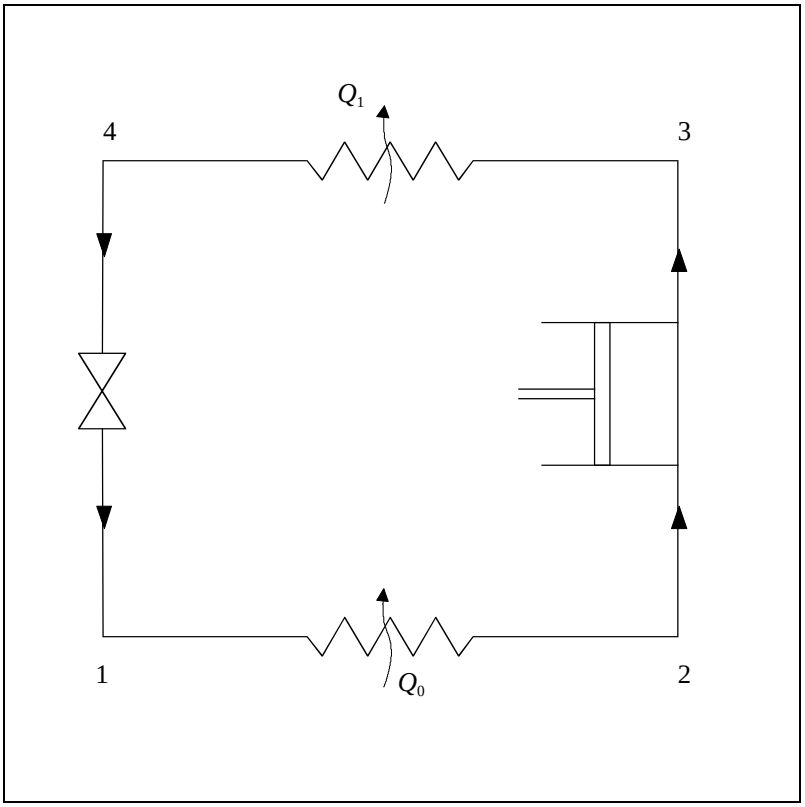


Figura 10-34: Schema d'impianto di un ciclo frigorifero a semplice compressione.

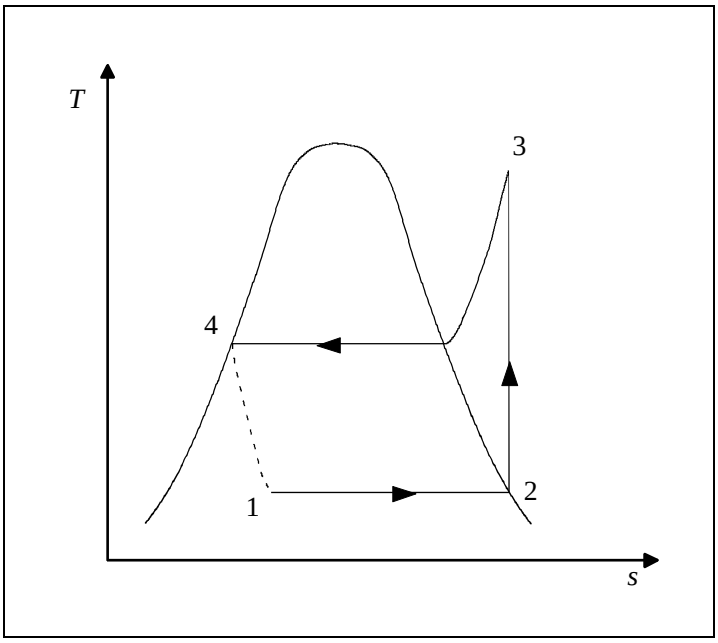


Figura 10-35: Ciclo frigorifero a semplice compressione. nel piano (*T*,*s*).

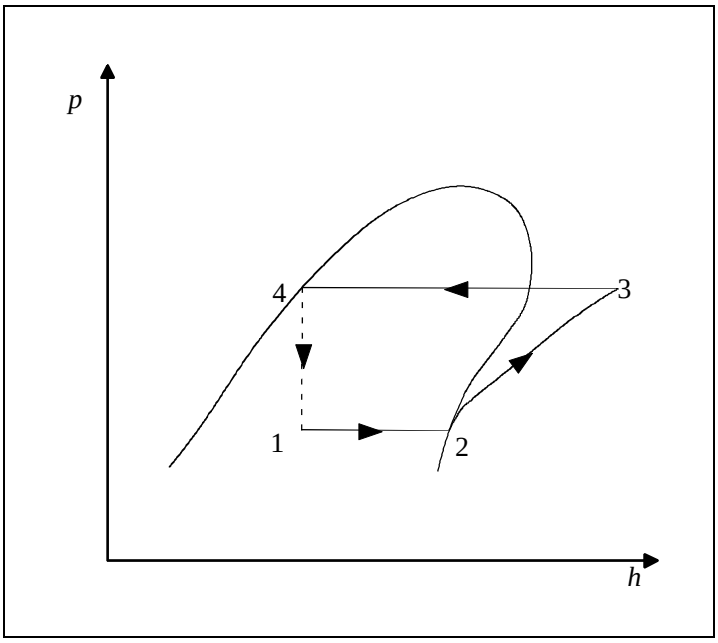


Figura 10-36: Ciclo frigorifero a semplice compressione nel piano (*p*,*h*).

La descrizione delle singole trasformazioni è già stata fatta. Vediamo quanto vale il coefficiente di effetto utile per un ciclo frigorifero.

$$\varepsilon_{fr} = \frac{q_0}{|l_{23}|} = \frac{h_2 - h_1}{h_3 - h_2} \tag{10-83}$$

Fa bene ribadire che il lavoro netto speso nel ciclo a vapore è rappresentato solo dal lavoro necessario al funzionamento del compressore, in quanto l'espansione è una trasformazione a lavoro tecnico nullo.

Il funzionamento delle pompe di calore è esattamente lo stesso. Da un punto di vista pratico cambia soltanto il salto termico tra la sorgente calda e quella fredda, che viene condizionato dalla scelta della sorgente fredda (aria esterna, fiumi, laghi, mare, suolo ecc.) e di quella calda che dipende dal tipo di riscaldamento che vogliamo attuare.
Dato che il coefficiente di effetto utile è funzione solo dei valori di entalpia si comprende perché si utilizzi nel campo della refrigerazione il piano termodinamico (*p*,*h*), che permette la lettura immediata dei valori entalpici.
Per avvicinare la stima del coefficiente di effetto utile a quello della macchina reale bisogna considerare le irreversibilità presenti nel ciclo.
Possiamo dividere le irreversibilità in irreversibilità interne ed esterne.
Consideriamo le irreversibilità interne:

- le trasformazioni di condensazione ed evaporazione del fluido, che idealmente avevamo considerato isobare, non saranno più a pressione costante a causa delle perdite di carico e quindi sia la pressione, sia la temperatura di fine trasformazione saranno minori di quelle ideali
- la compressione si può considerare una trasformazione adiabatica irreversibile; pertanto, fissata la pressione di condensazione si avrà una temperatura ed un entropia finale maggiore di quelle ottenibili in condizioni ideali

Per la precisione richiesta negli usuali calcoli tecnici di solito si può trascurare l'influsso delle perdite di carico e considerare solamente le irreversibilità presenti nella compressione.
Per valutare le condizioni finali della trasformazione si considera, come abbiamo già visto, il rendimento isoentropico di compressione.
Il ciclo si modifica come schematizzato in Figura 10-37.

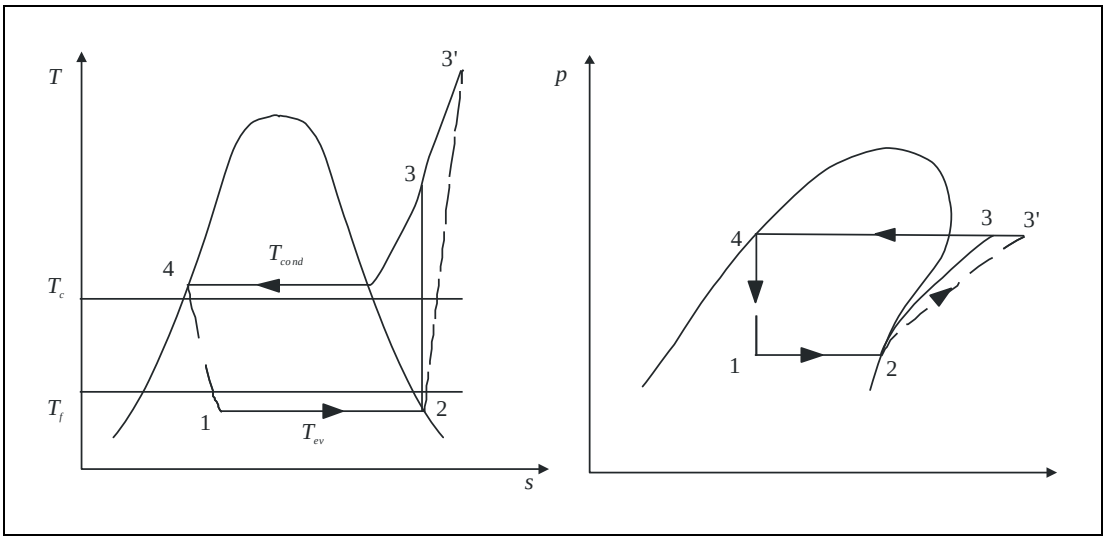


Figura 10-37: ciclo inverso a semplice compressione modificato per la presenza delle irreversibilità

Consideriamo ora l'influsso delle irreversibilità esterne.
Poiché gli scambiatori di calore in cui avviene la condensazione e l'evaporazione del fluido frigorigeno sono di dimensioni finite allora anche i salti termici tra la temperatura del fluido e quella ambiente sono finiti.
In altri termini per poter raffreddare la cella frigorifera il fluido frigorigeno deve avere una temperatura inferiore mentre nel condensatore il fluido deve essere più caldo dell'ambiente.
In un frigorifero casalingo i salti termici tra la temperatura ambiente e quella interna della cella sono dalle nostre parti dell'ordine dei 30 *K;* ma per poter funzionare il fluido frigorigeno deve avere un salto di temperatura tra il condensatore e l'evaporatore dell'ordine dei 60 *K*.

Ora ricordando l'espressione del coefficiente di effetto utile di un ciclo inverso di Carnot si vede che all'aumentare del salto termico tra la sorgente calda e quella fredda diminuisce il coefficiente di effetto utile. Da questo si vede che le irreversibilità esterne conducono ad un peggioramento secco di ε.

Esempio 10-5

Una macchina frigorifera che utilizza come fluido refrigerante R 134a lavora tra la temperatura di evaporazione $t_e = 0\ ^oC$ e la temperatura di condensazione $t_c = 40\ ^oC$.
Sapendo che la potenza termica assorbita all'evaporatore è $\dot{Q}_e = 2\,kW$, calcolare, supponendo la macchina ideale:

1. La portata di fluido frigorigeno necessaria.
2. Il coefficiente di effetto utile.
3. Il coefficiente di effetto utile di una macchina di Carnot che lavori tra le stesse temperature.
4. La potenza meccanica isoentropica assorbita dal compressore.
5. La potenza termica ceduta all'ambiente dal condensatore.

Svolgimento

Dal diagramma *p-h* per il fluido R 134a (che si può trovare in Appendice 1) leggo i valori dell'entalpia dei punti 1, 2, 3, 4.

$$h_1 = h_4 = 257\frac{kJ}{kg}$$

$$h_2 = 397\frac{kJ}{kg}$$

$$h_3 = 430\frac{kJ}{kg}$$

1)
Applicando il primo principio alla trasformazione 1-2, in cui avviene l'evaporazione del fluido e ricordando che non vi è lavoro tecnico posso scrivere che:

$$\dot{m}\left(h_2 - h_1\right) = \dot{Q}_e$$

Da cui ricavo:

$$\dot{m} = \frac{2}{397 - 257} = 1{,}43 \cdot 10^{-2}\,\frac{kg}{s}$$

2)
Per calcolare il coefficiente di effetto utile applico la (10-83) da cui ricavo:

$$\varepsilon = \frac{q_e}{|l_t|} = \frac{h_2 - h_1}{h_3 - h_2} = \frac{140}{33} = 4,24$$

3)
Il coefficiente di effetto utile di un ciclo di Carnot inverso lo ricavo dalla (10-81)

$$\varepsilon_C = \frac{T_e}{T_c - T_e} = \frac{273,15}{313,15 - 273,15} = 6,83$$

Si può immediatamente osservare che il coefficiente di effetto utile di un ciclo di Carnot è sostanzialmente più alto di quello di un ciclo inverso a semplice compressione.

4)
Applicando il primo principio alla trasformazione di compressione 2-3 e ricordando che è una trasformazione isoentropica si ricava che:

$$P = \dot{m} l_t = \dot{m}(h_2 - h_3) = -472 W = -0,472 kW$$

5)
Applicando il primo principio alla trasformazione isobara di condensazione 3-4 e ricordando che non vi è lavoro tecnico si ottiene:

$$Q_c = \dot{m}(h_4 - h_3) = -2,47 kW$$

10.4.2.2 Macchine frigorifere a vapore per basse temperature

Nel paragrafo precedente si è visto che all'aumentare del salto termico tra condensatore ed evaporatore diminuisce il coefficiente di effetto utile della macchina. Per dimostrarlo abbiamo utilizzato la formula dell'effetto utile di un ciclo inverso di Carnot in cui ε non dipende dal fluido utilizzato. In realtà le proprietà termofisiche del fluido frigorigeno condizionano in un ciclo reale l'efficienza della macchina, anche in modo sensibile.
Poiché la temperatura e quindi la pressione di condensazione è condizionata dalla temperatura ambiente la possiamo considerare una costante. Quindi, all'abbassarsi della temperatura che si desidera ottenere nella cella frigorifera, aumenta il rapporto di compressione che deve sviluppare il compressore.
Questo fatto comporta l'aumento della temperatura di fine compressione fino a livelli non sempre accettabili.
Inoltre, soprattutto per i fluidi frigorigeni a struttura più complessa, nei quali la pendenza della curva limite superiore nel piano *T-s* può diventare positiva, l'aumento del salto di pressione che si deve ottenere nella laminazione, può comportare una diminuzione inaccettabile dell'effetto frigorifero a causa dell'aumento del titolo di fine espansione.
Per queste ragioni, quando il salto di temperatura tra condensatore ed evaporatore supera i 60 – 70 *K* si devono utilizzare cicli più complessi.

10.4.2.2.1 Cicli frigoriferi a singola laminazione e doppia compressione

Si è visto nel paragrafo 7-6 che qualora il rapporto di compressione di un compressore alternativo supera il valore 10 diventa conveniente eseguire una refrigerazione intermedia.
Lo schema di impianto si modifica rispetto a quella a semplice compressione come è rappresentato in Figura 10-38. In Figura 10-39 e 10-40 è rappresentato il ciclo termodinamico nei piani *T-s* e *p-h*.

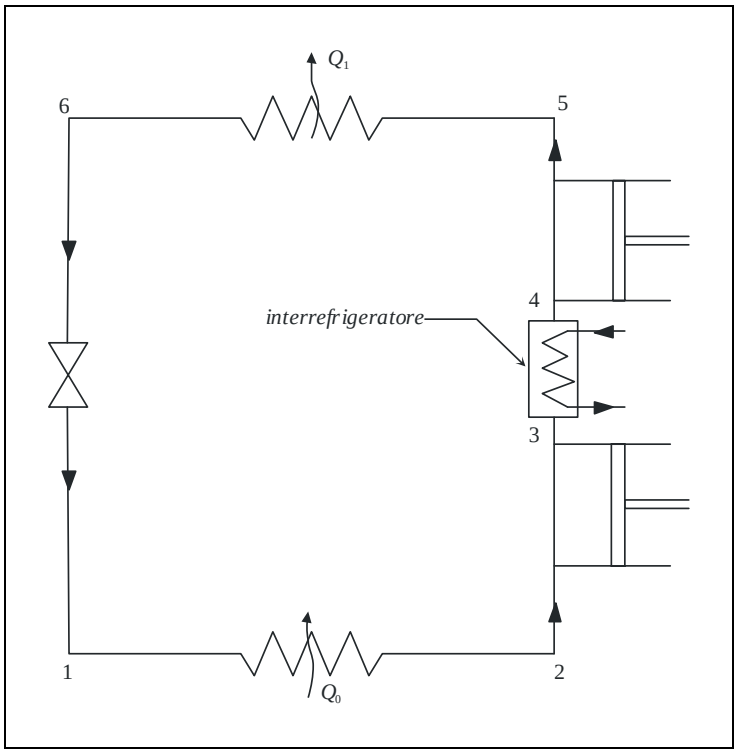


Figura 10-38: schema di impianto di un ciclo inverso a vapore a singola laminazione e doppia compressione interrefrigerata.

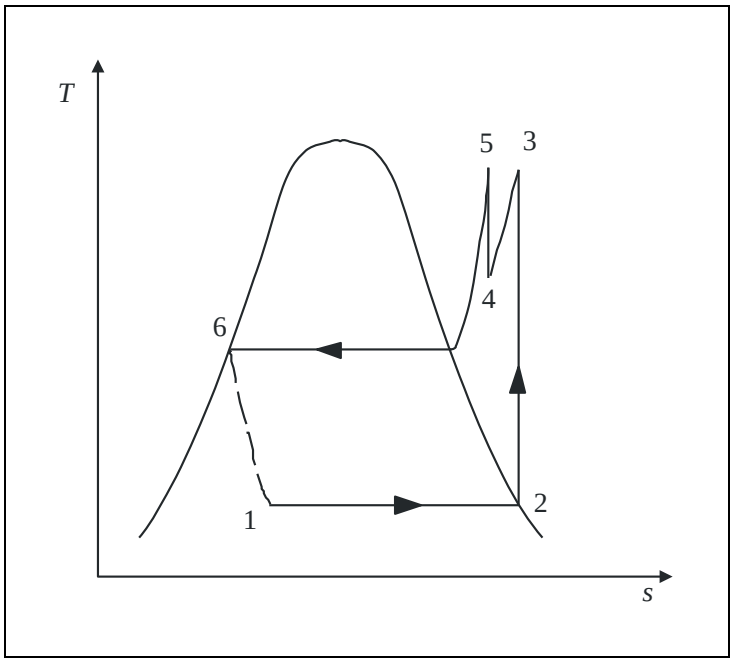


Figura 10-39: ciclo inverso a vapore a singola laminazione e doppia compressione interrefrigerata nel piano *T-s*.

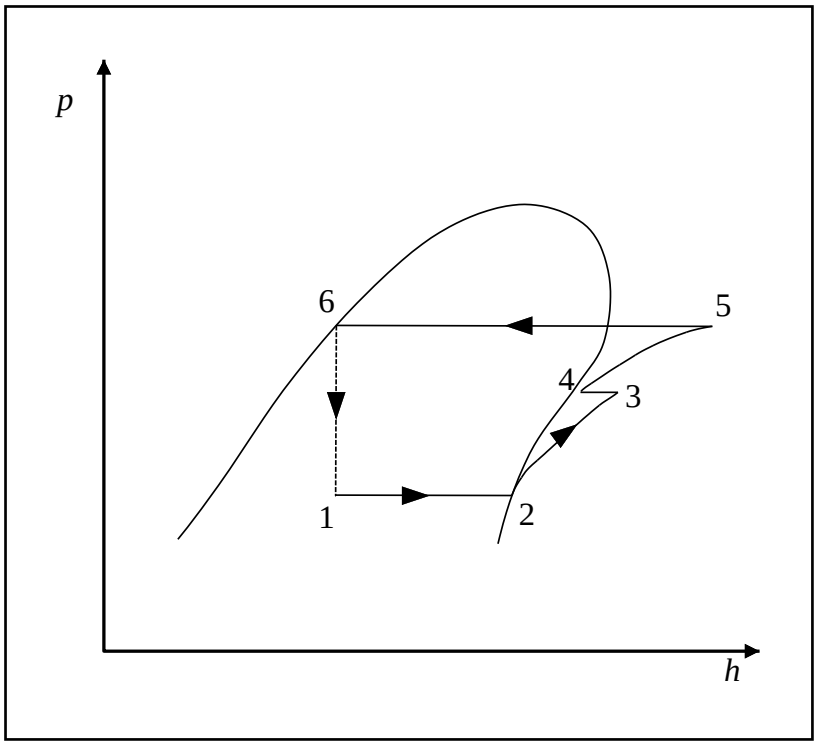


Figura 10-40: ciclo inverso a vapore a singola laminazione e doppia compressione interrefrigerata nel piano *p-h*.

Come si vede soprattutto in Figura 10-39 in questo modo è possibile limitare la temperatura di surriscaldamento del fluido frigorigeno (migliorando il rendimento volumetrico del compressore alternativo) e ridurre il lavoro di compressione.
Il coefficiente di effetto utile vale:

$$\varepsilon = \frac{h_2 - h_1}{(h_3 - h_2) + (h_5 - h_4)} \qquad (10\text{-}84)$$

Utilizzando questi cicli rimane comunque il problema che x_1 aumenta anche sensibilmente riducendo l'effetto frigorifero dato da $(x_2\text{-}x_1)r$.
Inoltre, a causa delle proprietà termodinamiche dei fluidi accade che l'interrefrigerazione è vantaggiosa solo con i fluidi a basso peso molecolare come l'ammoniaca, mentre con fluidi a struttura molecolare più complessa il vantaggio ottenibile, sia in termini di potenza assorbita, sia in termini di temperatura finale di compressione è molto piccolo.
Si preferisce, quindi, passare ad altri tipi di cicli.

10.4.2.2.2 Cicli frigoriferi a doppia compressione e doppia laminazione.

Un metodo per ridurre il titolo di fine laminazione è quello di eseguire una doppia laminazione.
Lo schema di impianto è visibile in Figura 10-41, mentre nelle Figure 10-42 e 10-43 è rappresentato il ciclo termodinamico nel piano *T-s* e *p-h*.

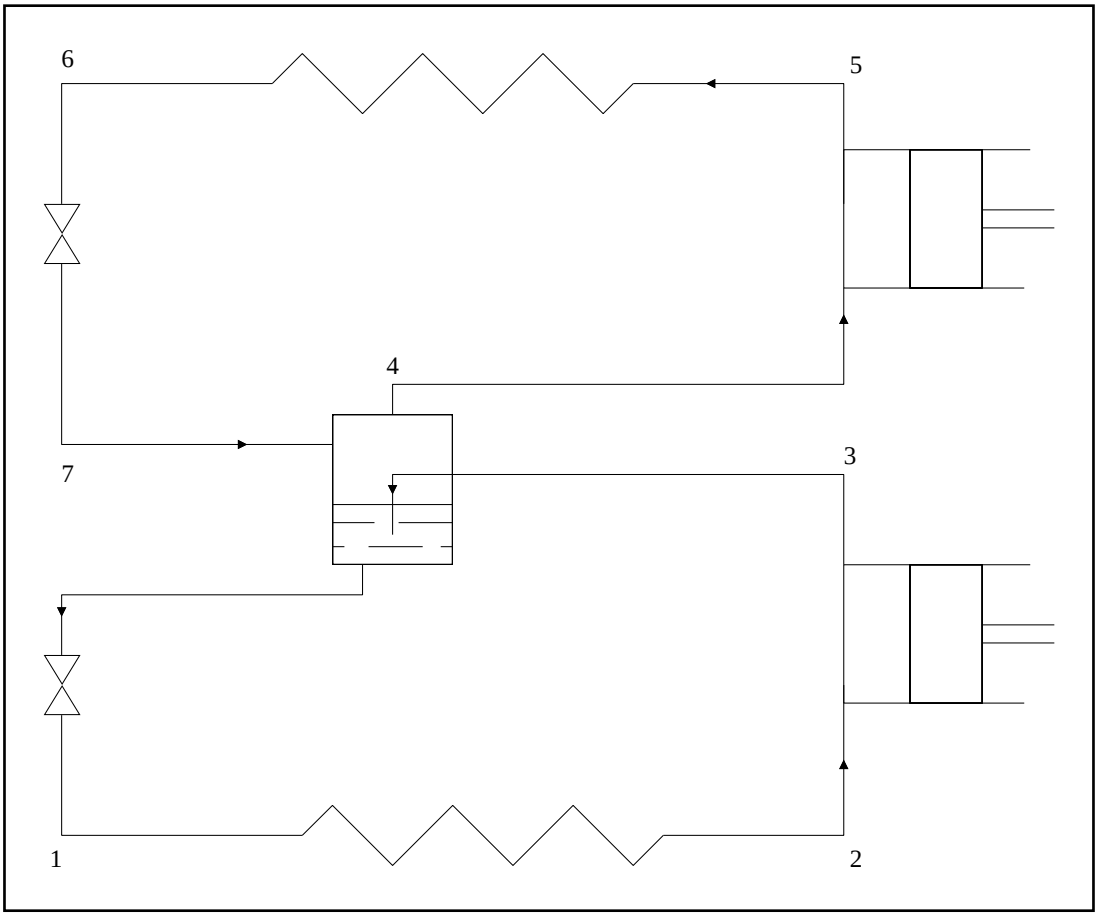


Figura 10-41: Schema d'impianto di una macchina frigorifera a doppia compressione e doppia laminazione

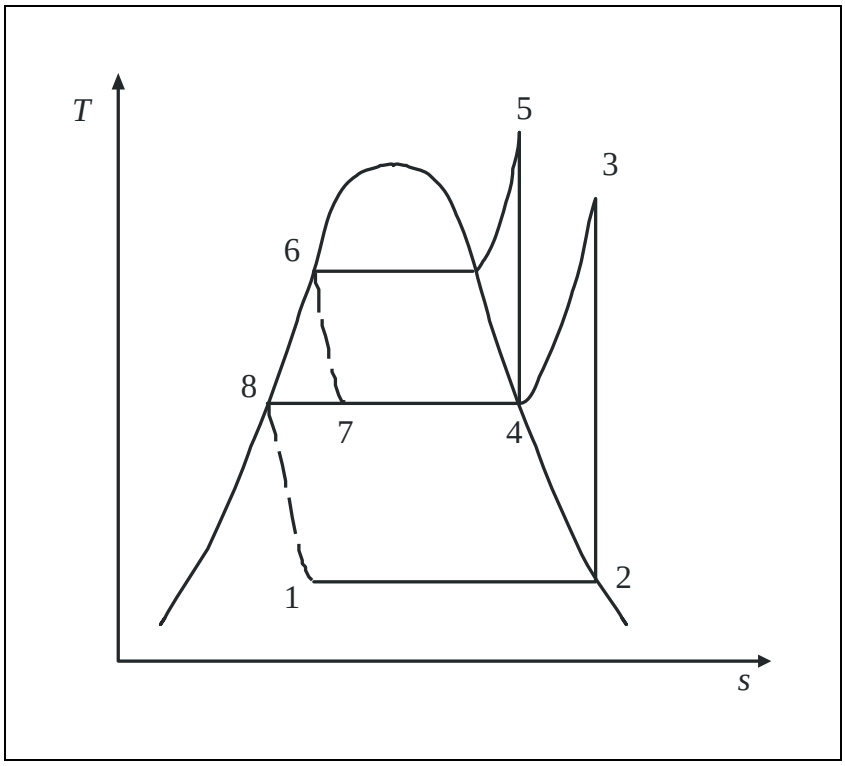


Figura 10-42: Ciclo termodinamico di una macchina frigorifera a doppia compressione e doppia laminazione rappresentato nel piano *T-s*

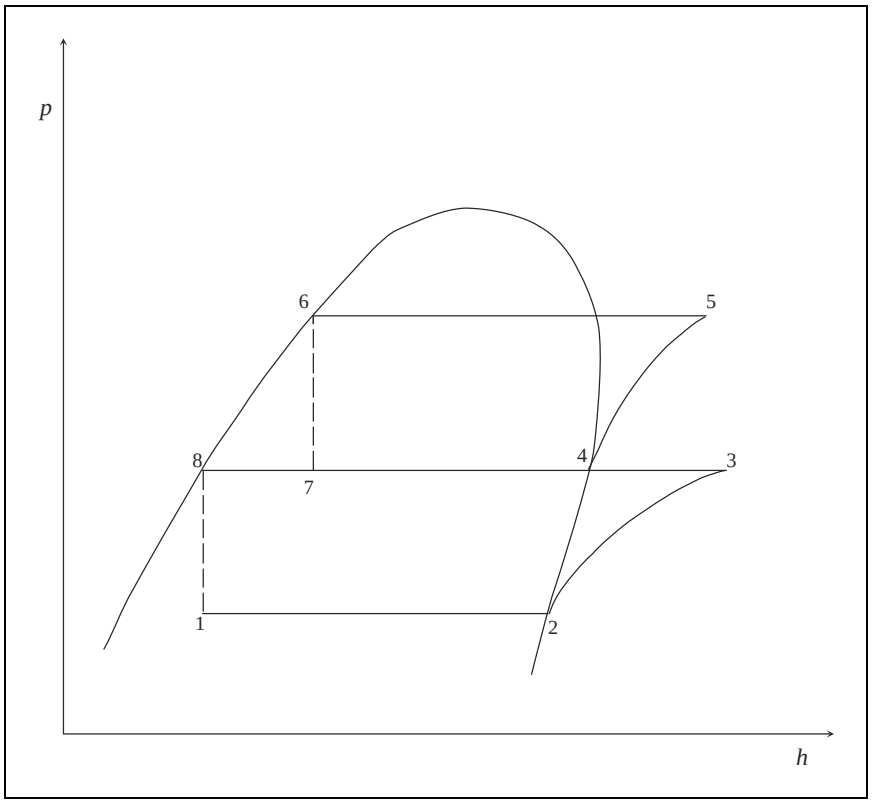


Figura 10-43: Ciclo termodinamico di una macchina frigorifera a doppia compressione e doppia laminazione rappresentato nel piano *p-h*

Nella prima laminazione il fluido di portata $\dot{m}_c$ si porta dalla pressione di condensazione ad una pressione intermedia. Il fluido entra in un separatore intermedio in cui arriva anche la portata $\dot{m}_e$ che, attraversato l'evaporatore, è stata compressa nel primo stadio del compressore fino alla pressione intermedia.
Il separatore ha una duplice funzione:

- Separa la fase liquida da quella vapore in modo che nella seconda valvola di laminazione entri solo liquido saturo mentre nel secondo stadio del compressore entri solo vapore saturo secco.
- Funge da scambiatore a miscela in modo da inter refrigerare il vapore che esce dal primo stadio di compressione.

Il liquido in uscita dal separatore si trova nelle condizioni termodinamiche 8 e viene laminato fino alle condizioni 1. Successivamente il fluido attraversa l'evaporatore ed entra nel primo stadio del compressore.
Bisogna notare che le portate presenti nel condensatore e nell'evaporatore sono diverse.
Il vantaggio che si ottiene utilizzando questo ciclo è triplice.

- Si evita di espandere il vapore dalla condizione x_7 fino alla pressione di evaporazione. Il vapore che si otterrebbe con un'unica espansione non produrrebbe effetto frigorifero, mentre con una doppia laminazione ottengo un titolo finale molto più piccolo e quindi un maggior effetto frigorifero per unità di massa.

- Nel primo stadio di compressione comprimo una portata minore di quella che comprimerei in un ciclo a semplice compressione, riducendo quindi il lavoro di compressione del primo stadio.
- Ottengo una refrigerazione intermedia.

Per calcolare le portate che circolano nei due stadi del compressore, $\dot{m}_c$ e $\dot{m}_e$, prendo come volume di controllo il separatore e lo considero adiabatico. Applicando il primo principio a questo volume di controllo si ottiene:

$$\dot{m}_e h_3 + \dot{m}_c h_7 = \dot{m}_e h_8 + \dot{m}_c h_4 \tag{10-85}$$

Da cui si ricava:

$$\frac{\dot{m}_c}{\dot{m}_e} = \frac{h_3 - h_8}{h_4 - h_7} \tag{10-87}$$

A questo punto è semplice calcolare il coefficiente di effetto utile:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{\dot{Q}_e}{|P|} = \frac{\dot{m}_e (h_2 - h_1)}{\dot{m}_e (h_3 - h_2) + \dot{m}_c (h_5 - h_4)} \\ &= \frac{(h_2 - h_1)}{(h_3 - h_2) + \frac{\dot{m}_c}{\dot{m}_e}(h_5 - h_4)} \\ &= \frac{(h_2 - h_1)}{(h_3 - h_2) + \frac{h_3 - h_8}{h_4 - h_7}(h_5 - h_4)} \end{aligned} \tag{10-88}$$

Con queste macchine frigorifere si possono raggiungere temperature all'evaporatore dell'ordine dei -60 ^{o}C.
Per scendere a temperature ancora più basse bisogna utilizzare impianti frigoriferi a più circuiti nei quali scorrono fluidi con caratteristiche termofisiche appropriate per le relative temperature di esercizio. Questi impianti sono costituiti da macchine frigorifere poste in serie (vedi Figura 10-44) in cui il fluido che scorre nell'evaporatore del circuito a pressione maggiore serve per raffreddare il fluido che scorre nel condensatore del circuito a pressione più bassa.

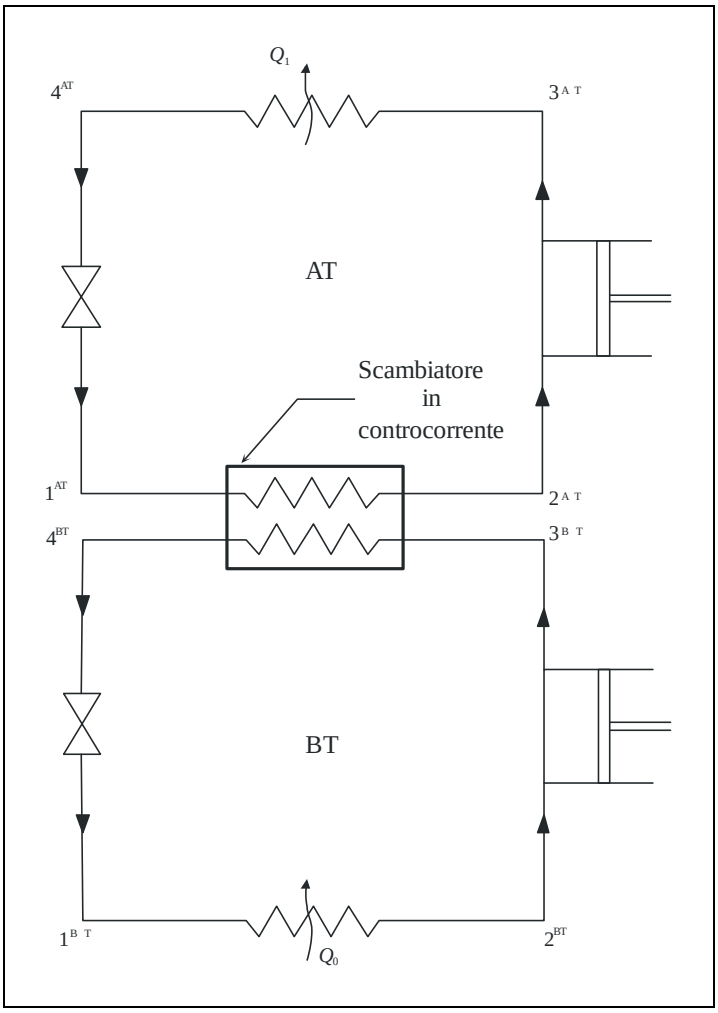


Figura 10-44: schema d'impianto di un frigorifero a compressione di vapore con circuiti in serie

10.4.3 Fluidi frigorigeni

La scelta del fluido frigorigeno dipende, oltre che dalle caratteristiche termodinamiche, anche da altri parametri.
Il fluido dovrebbe avere le seguenti caratteristiche:

- pressioni di condensazione non troppo elevate
- pressioni di evaporazione non troppo basse, per evitare problemi di tenuta
- alla temperatura di evaporazione il calore latente di evaporazione dovrebbe essere elevato
- il volume specifico del vapore saturo secco dovrebbe essere piccolo per limitare le dimensioni del compressore.
- dovrebbe essere chimicamente inerte rispetto ai materiali impiegati nella costruzione della macchina
- non dovrebbe modificare nel tempo le sue caratteristiche
- dovrebbe essere compatibile con i lubrificanti utilizzati
- non dovrebbe essere tossico

- non dovrebbe essere infiammabile
- dovrebbe essere economico
- dovrebbe essere compatibile con l'ambiente

Fino agli anni '30 venivano utilizzati, sia l'anidride carbonica, sia l'ammoniaca la quale viene ancora impiegata nei grossi impianti di refrigerazione presidiati. Presenta delle ottime caratteristiche termodinamiche, ma ha il difetto di essere tossica e di dar luogo a miscele esplosive.
Negli anni '30 la DuPont introdusse una serie di fluidi frigorigeni alogenati cui diede il nome commerciale di Freon. Questi fluidi sono composti di cloro, di fluoro e di carbonio ed hanno anche il nome di Cloro-fluoro-carburi (CFC).
Le caratteristiche termodinamiche e di sicurezza sono ottime. Questo fatto, unito al basso costo ha comportato il loro grande successo commerciale.
I fluidi frigorigeni alogenati si possono dividere in quattro grandi famiglie secondo la composizione chimica. Avremo, quindi, i:

- CFC Cloro fluoro-carburi
- HCFC Idro-cloro-fluoro-carburi. È presente anche l'idrogeno
- HFC Idro-fluoro-carburi. Non è presente nessun atomo di cloro
- FC Fluoro-carburi.

Purtroppo in tempi abbastanza recenti si è scoperto che il cloro presente nei CFC funge da catalizzatore nelle complesse reazioni chimiche che avvengono negli alti strati dell'atmosfera e che generano l'equilibrio dinamico tra le masse di ossigeno (O_2) e di ozono (O_3), diminuendo la percentuale di quest'ultimo. La riduzione dello strato di ozono presente negli alti strati riduce l'effetto filtrante da parte dell'atmosfera dei raggi ultravioletti che se assorbiti dalla pelle in quantità eccessiva possono generare effetti dannosi alla salute.
Per questo motivo a livello Europeo è stato vietato l'utilizzo dei CFC dal primo gennaio 1995, mentre dal primo gennaio 2015 sarà definitivamente vietato l'uso degli HCFC, anche per la manutenzione degli impianti esistenti.
Le altre due classi di composti alogenati non creano problemi all'ozono, anche se fanno parte dei gas serra.
Per tale motivo il dibattito sull'utilizzo di questi gas è ancora aperto.

10.4.4 Cicli frigoriferi a gas

I cicli inversi a gas vengono utilizzati solo in alcune applicazioni particolari, quali, ad esempio, il condizionamento degli aeromobili. Ciò è dovuto al fatto che le macchine risultano più piccole e più leggere di quelle che utilizzano un ciclo inverso a vapore e quindi il loro utilizzo è particolarmente appetibile in tutte quelle applicazioni in cui il peso è un fattore importante. Come ordine di grandezza si può parlare di un risparmio dell'ordine del 50% in peso.
D'altro canto il prezzo che si paga è quello di avere un coefficiente di effetto utile decisamente minore.
In Figura 10-45 è rappresentato lo schema d'impianto, mentre in Figura 10-46 si può osservare il ciclo termodinamico nel piano *T-s*.

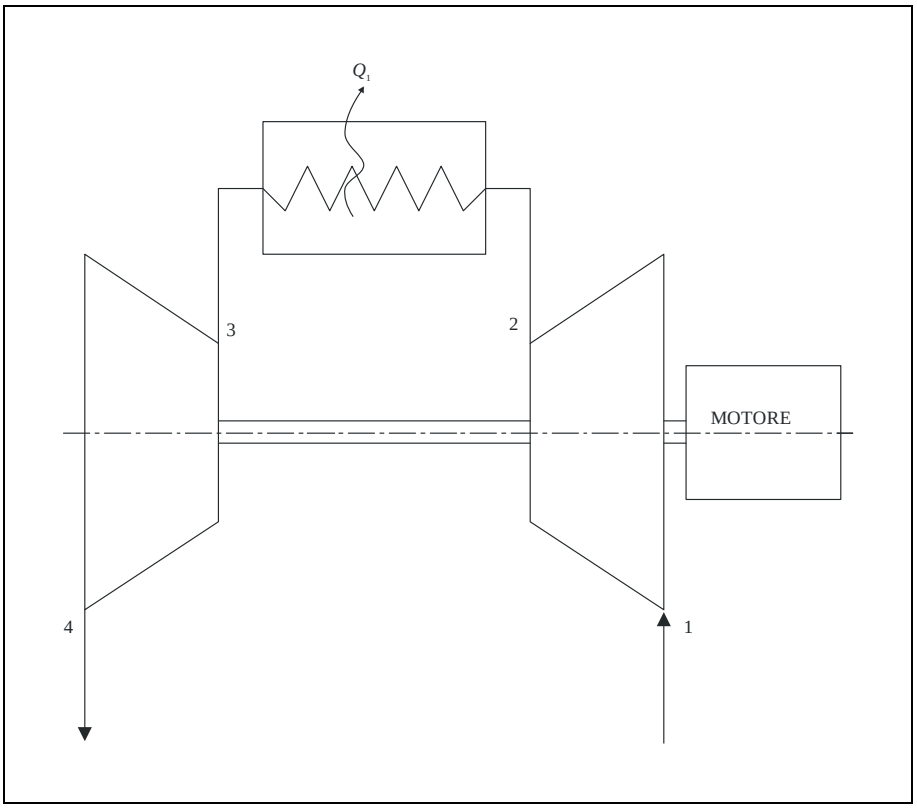


Figura 10-45: schema d'impianto di una macchina frigorifera a gas

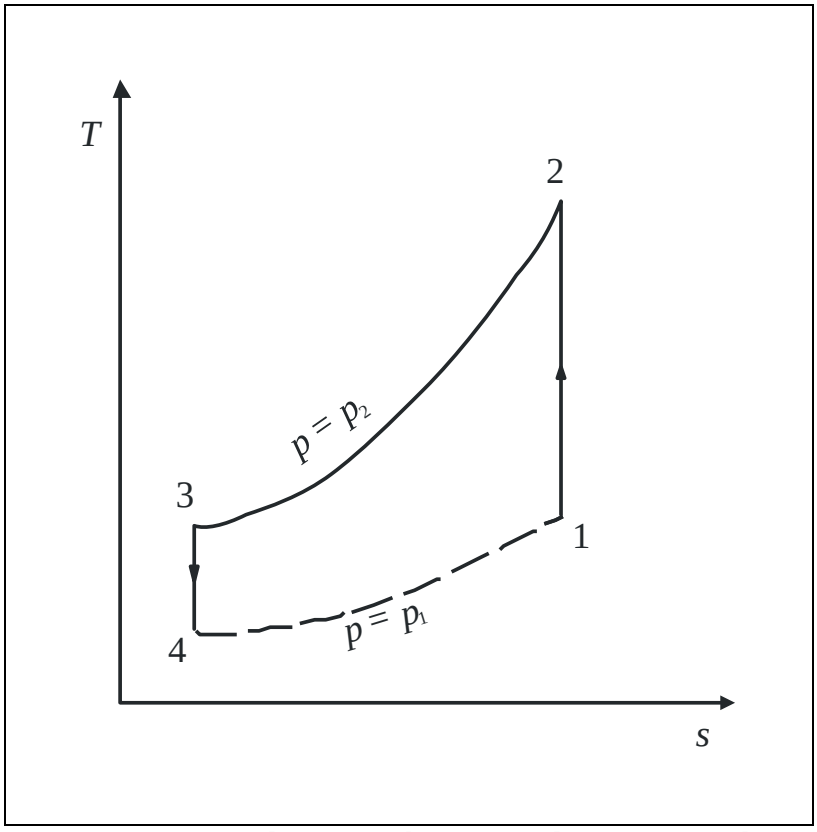


Figura 10-46: ciclo termodinamico di una macchina frigorifera a gas nel piano *T-s*

In Figura 10-45 si nota che il compressore è mosso da un motore; in realtà nelle applicazioni aeronautiche molto spesso il compressore può non esistere e si utilizza aria spillata direttamente dal compressore del motore e quindi con condizioni iniziali uguali a quelle dell'aria esterna.
Nel nostro caso, invece, il compressore aspira l'aria direttamente dall'ambiente da condizionare. L'aria all'uscita del compressore entra in uno scambiatore di calore e cede il calore Q_1 alla sorgente esterna. Successivamente il gas espande in turbina raffreddandosi. L'espansione in turbina è in questo caso necessaria poiché il fluido frigorigeno è un gas. Supponendo l'aria a comportamento ideale, se eseguissimo una laminazione, che è una trasformazione isoentalpica irreversibile, otterremo un abbassamento nullo di temperatura. Considerando, invece, l'aria un gas reale si otterrebbe un salto di temperatura molto piccolo.
L'aria in uscita dalla turbina, o viene immessa direttamente nell'ambiente da condizionare, come indicato in Figura 10-45, o passa in uno scambiatore di calore dove si riscalda a spese del raffreddamento dell'aria da condizionare, riportandosi alle condizioni iniziali 1.
Di solito si preferisce la prima soluzione impiantistica al fine di risparmiare peso.
Calcoliamo, ora, il coefficiente di effetto utile supponendo la condizione di gas ideale, la costanza dei calori specifici e le trasformazioni reversibili.

$$\varepsilon_{fr} = \frac{q_0}{|l_n|} \qquad (10\text{-}89)$$

Dove:
l_n è il lavoro specifico netto pari alla differenza tra il lavoro della turbina e quello del compressore.

Applicando il primo principio alle trasformazioni considerate e trascurando la variazione di energia cinetica e potenziale si ottiene:

$$\varepsilon_{fr} = \frac{h_1 - h_4}{(h_2 - h_1) - (h_3 - h_4)}$$

Da cui si ricava:

$$\varepsilon_{fr} = \frac{1}{\frac{h_2 - h_3}{h_1 - h_4} - 1} = \frac{1}{\frac{T_2 - T_3}{T_1 - T_4} - 1}$$

Raccogliendo T_2 e T_1 si ottiene:

$$\varepsilon_{fr} = \frac{1}{\frac{T_2}{T_1}\frac{1 - \frac{T_3}{T_2}}{1 - \frac{T_4}{T_1}} - 1}$$

Definiamo, ora, il rapporto di compressione come $r_p = \frac{p_2}{p_1} = \frac{p_3}{p_4}$.
Ricordando le relazioni valide per le trasformazioni isoentropiche si ricava che:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{T_3}{T_4} = r_p^{\frac{k-1}{k}}$$

E quindi:

$$\frac{T_3}{T_2} = \frac{T_4}{T_1}$$

Da cui si ricava infine che:

$$\varepsilon = \frac{1}{r_p^{\frac{k-1}{k}} - 1} \qquad (10\text{-}90)$$

In Figura 10-47 è rappresentato l'andamento del coefficiente di effetto utile di un ciclo a gas ideale in funzione del rapporto di compressione.

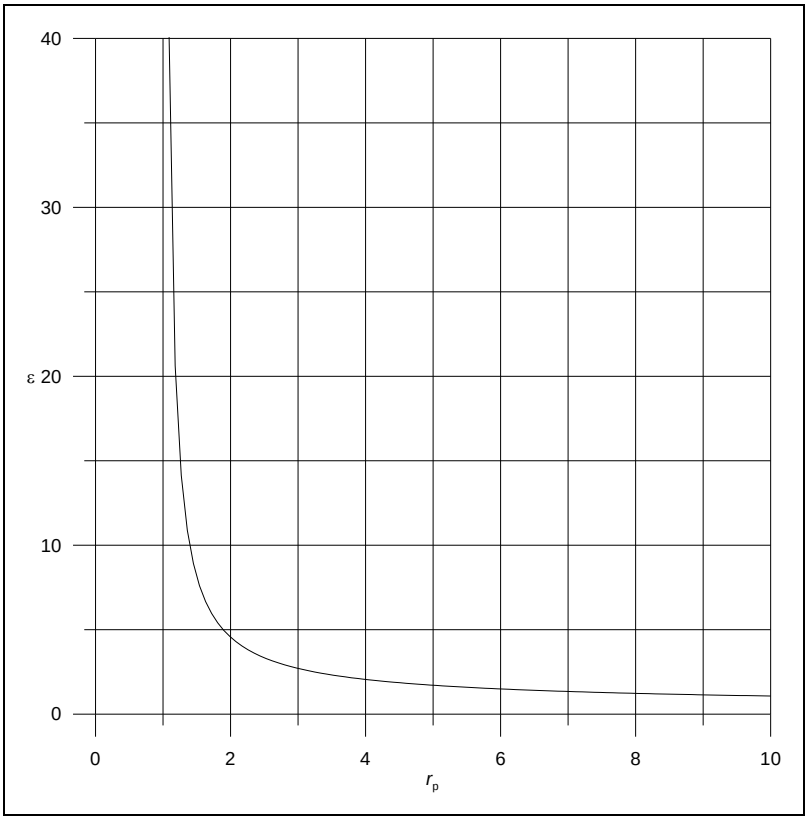


Figura 10-47: andamento del coefficiente di effetto utile di un ciclo a gas ideale in funzione del rapporto di compressione

Come si può osservare il coefficiente di effetto utile aumenta al diminuire del rapporto di compressione.
In realtà vi è un rapporto di compressione minimo sotto il quale non è fisicamente possibile scendere. Tale valore è condizionato dal fatto che la temperatura T_3 deve essere superiore alla temperatura del fluido a cui viene scaricato il calore Q_1.
D'altro canto ho un vincolo anche sulla temperatura T_1 che deve essere inferiore alla temperatura dell'ambiente da refrigerare.

10.4.5 Cicli frigoriferi ad assorbimento

Le macchine frigorifere a compressione sono macchine che presentano ottimi coefficienti di effetto utile. Quello che può lasciare perplessi da un punto di vista strettamente termodinamico è che si utilizza dell'energia elettrica per effettuare la compressione che rappresenta una forma particolarmente pregiata di energia in quanto può essere trasformata in lavoro con ottimi rendimenti. Oltretutto in Italia l'energia elettrica viene prodotta quasi esclusivamente utilizzando idrocarburi o carbone e con rendimenti globali non altissimi (la normativa nazionale prevede un valore di questo rendimento pari al 36%).
Un idea termodinamicamente valida sarebbe quella di utilizzare calore come energia assorbita dal ciclo al posto del lavoro, soprattutto se questo calore è lo scarto di altri processi produttivi o deriva dall'energia solare.
In effetti è possibile costruire una macchina frigorifera di questo tipo. Vengono definite macchine frigorifere ad assorbimento.
Il loro brevetto risale addirittura al 1860.
In Figura 10-47 è rappresentato lo schema di impianto di una macchina frigorifera ad assorbimento.

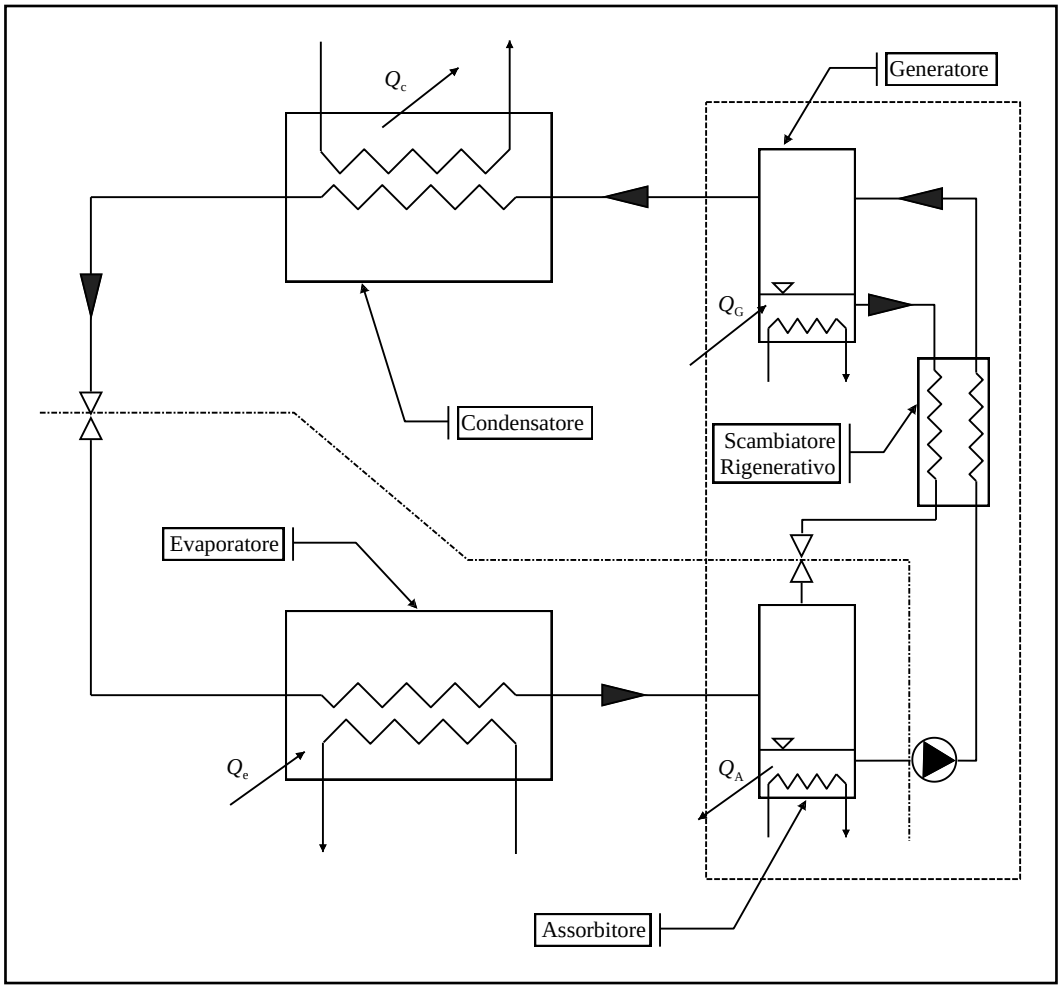


Figura 10-47: Schema di impianto di una macchina frigorifera ad assorbimento

Come si può osservare in figura la macchina ad assorbimento è uguale ad una macchina a semplice compressione per quanto riguarda il gruppo condensatore, valvola di laminazione, evaporatore, mentre il compressore è sostituito dal sistema generatore, scambiatore rigenerativo, assorbitore, pompa (che in figura è racchiuso nel rettangolo tratteggiato).
Per comprendere il funzionamento di questa macchina bisogna analizzare il comportamento del fluido refrigerante.
Il fluido utilizzato è una miscela di due fluidi, uno a tensione di vapore più alta che rappresenta il soluto e uno a tensione di vapore possibilmente molto più piccola di quella del soluto che si comporta da solvente.
Riscaldando la miscela nel generatore il soluto si separa dal solvente passando in fase gassosa. Il soluto diviene quindi il fluido refrigerante ed esegue le trasformazioni già viste per i frigoriferi a semplice compressione; il fluido viene condensato, cala la sua pressione nella laminazione ed evapora nell'evaporatore raffreddando così il fluido secondario.
La miscela che rimane nel generatore è una miscela povera di soluto. Viene allora laminata per portarla alla pressione dell'evaporatore ed entra nell'assorbitore dove si rimiscela con il soluto ripristinando la miscela iniziale allo stato liquido. Questa operazione è esoterma per cui è necessario asportare la quantità di calore Q_A. Utilizzando una pompa si riporta la miscela ricca nel generatore nelle condizioni iniziali del ciclo. Nei cicli ad assorbimento la pompa sostituisce il compressore; poiché la miscela ricca si trova allo stato liquido la potenza necessaria per riportarla alle condizioni iniziali è trascurabile rispetto a quella che sarebbe necessaria in un ciclo a semplice compressione che operasse tra le stesse pressioni.
Poiché la miscela povera è calda, prima di venir laminata passa attraverso uno scambiatore rigenerativo al fine di preriscaldare la miscela ricca che viene pompata nel generatore.
In Figura 10-47 la linea tratto punto indica la separazione tra le parti della macchina che operano alla pressione di condensazione da quelle che si trovano alla pressione di evaporazione.
Tra le miscele utilizzabili la migliore è la miscela composta da acqua (soluto) e bromuro di litio (solvente).
Grazie alla grande differenza tra le due tensioni di vapore il fluido refrigerante che esce dal generatore è formato quasi completamente da acqua per cui non è necessario trattarlo ulteriormente. Purtroppo con questa miscela non si può scendere sotto i 0 ^oC.
Pertanto è utilizzata nel settore del condizionamento dell'aria o della refrigerazione industriale. Utilizzando come fluido riscaldante nel generatore acqua surriscaldata (107÷150 ^oC) o vapore saturo a bassa pressione (1,5÷2 bar) si possono costruire impianti con potenzialità comprese tra i 350 kW e 4650 kW (300000÷4000000 frig/h).
Esistono macchine a bromuro di litio che utilizzano per il riscaldamento gas metano o GPL con potenzialità comprese tra 46,5 e 174,5 kW (40000÷150000 frig/h).
Per poter utilizzare le macchine ad assorbimento come frigoriferi si utilizza come fluido una miscela di ammoniaca (soluto) e acqua (solvente). Si arriva a costruire macchine con potenzialità dell'ordine dei 58 kW (50000 frig/h). Il ciclo frigorifero ad assorbimento con ammoniaca si utilizza anche per la realizzazione di frigoriferi domestici fissi o utilizzati in imbarcazioni ed automezzi; di solito il calore necessario si ottiene con la combustione di metano o GPL ma esistono anche macchine che utilizzano l'energia solare.
Ricaviamo, ora, la formula del coefficiente di effetto utile.
Per le macchine ad assorbimento si definisce coefficiente di effetto utile il rapporto:

$$\varepsilon_{fr} = \frac{Q_e}{Q_G + |P_P|} \qquad (10\text{-}91)$$

dove
P_P è la potenza assorbita dalla pompa

Poiché la potenza della pompa è trascurabile rispetto alla potenza termica richiesta dal generatore, per i calcoli ingegneristici si può scrivere che:

$$\varepsilon_{fr} \simeq \frac{Q_e}{Q_G} \tag{10-92}$$

11 SISTEMI GASSOSI A PIÙ COMPONENTI NON REAGENTI

11.1 *Miscele di gas perfetti*

Consideriamo un sistema chiuso indeformabile di volume *V*.
All'interno di questo volume sono presenti N componenti in fase gassosa non reagenti tra loro e non condensabili nel campo di temperature che consideriamo. Per il momento non facciamo alcuna ipotesi sul fatto che il loro comportamento sia assimilabile a quello di un gas perfetto.
La legge di Gibbs ci assicura che lo stato termodinamico del sistema è completamente definito quando conosceremo N+1 coordinate intensive linearmente indipendenti. Questo significa che dovremo definire anche delle grandezze che determinino univocamente la composizione della miscela.
Dato che la massa, *m*, del sistema deve conservarsi potremo sempre scrivere che:

$$m = \sum_{i=1}^{N} m_i \qquad (11\text{-}1)$$

dove:
m_i sono le masse dei singoli componenti.

Se dividiamo la (11-1) per la massa totale del sistema, *m*, e definiamo la frazione massica, y_i, come:

$$y_i = \frac{m_i}{m} \qquad (11\text{-}2)$$

otteniamo che:

$$\sum_{i=1}^{N} y_i = 1 \qquad (11\text{-}3)$$

Sappiamo, anche, che il numero totale di moli, *n*, presente nel sistema è uguale a:

$$n = \sum_{i=1}^{N} n_i \qquad (11\text{-}4)$$

dove:
n_i sono i numeri di moli dei singoli componenti.

Se definiamo la frazione molare, w_i, come:

$$w_i = \frac{n_i}{n} \qquad (11\text{-}5)$$

otteniamo:

$$\sum_{i=1}^{N} w_i = 1 \tag{11-6}$$

Ora, tenendo conto che la massa è uguale a:

$$m = n\mu \tag{11-7}$$

dove:
μ è la massa molare

e ricordando la (11-1), possiamo ricavare la massa molare della miscela, definita come:

$$\bar{\mu} = \frac{\sum_{i=1}^{N} n_i \mu_i}{n} = \sum_{i=1}^{N} w_i \mu_i \tag{11-8}$$

Le relazioni viste fin'ora non implicavano l'ipotesi di gas perfetti.
Supponiamo, ora che la miscela sia composta da gas perfetti.
L'ipotesi di gas perfetto implica che le molecole siano dotate di massa ma abbiano un volume trascurabile, che non vi siano iterazioni a distanza tra le molecole presenti e che gli eventuali urti siano elastici.
Queste ipotesi ci portano ad affermare che si può applicare il modello di gas ideale anche ad una miscela di gas perfetti, in quanto non vi è alcuna ipotesi che faccia intervenire le proprietà di ogni singolo componente.
Possiamo pertanto utilizzare l'equazione dei gas perfetti anche per le miscele, in cui considereremo come costante della miscela il valore:

$$R_m = \frac{R_0}{\bar{\mu}} \tag{11-9}$$

Da queste considerazioni conseguono due modelli che vengono utilizzati per studiare il comportamento delle miscele di gas perfetti: il modello di Dalton e quello di Amagat-Leduc.
Dalton considera che ogni componente della miscela tenda ad occupare tutto il volume a disposizione mantenendo la sua temperatura pari a quella della miscela. Possiamo, pertanto, calcolare tramite la legge dei gas perfetti la pressione, che chiameremo pressione parziale, che ogni singolo componente assumerà nella miscela. La pressione parziale, p_i, vale:

$$p_i = \frac{n_i R_0 T}{V} \tag{11-10}$$

Ricavando dalla (11-10) n_i e ricordando la (11-4) e la legge dei gas perfetti, si giunge alla legge di Dalton che afferma che la pressione del sistema è uguale alla somma delle pressioni parziali. Analiticamente:

$$p = \sum_{i=1}^{N} p_i \tag{11-11}$$

Il modello di Amagat-Leduc considera, invece, che ogni componente è sottoposto alla pressione totale del sistema. Occuperà allora un volume parziale, V_i, pari a:

$$V_i = \frac{n_i R_0 T}{p} \tag{11-12}$$

Con un ragionamento analogo a quello fatto per la legge di Dalton si arriva a dire che il volume del sistema è pari alla sommatoria dei volumi parziali. Analiticamente la legge di Amagat-Leduc si scrive come:

$$V = \sum_{i=1}^{N} V_i \tag{11-13}$$

Dalla (11-13) possiamo ricavare il volume specifico di miscela, che vale:

$$v = \frac{V}{m} = \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i v_i}{m} = \sum_{i=1}^{N} y_i v_i \tag{11-14}$$

Possiamo ora valutare le grandezze termodinamiche di miscela.
Ricordando che l'energia e l'entropia sono grandezze estensive si può scrivere che:

$$U = m\,u = \sum_{i=1}^{N} U_i = \sum_{i=1}^{N} m_i u_i \tag{11-15}$$

$$H = m\,h = \sum_{i=1}^{N} H_i = \sum_{i=1}^{N} m_i h_i \tag{11-16}$$

$$S = m\,s = \sum_{i=1}^{N} S_i = \sum_{i=1}^{N} m_i s_i \tag{11-17}$$

Dalle (11-15), (11-16) e (11-17) si ricavano i valori specifici:

$$u = \sum_{i=1}^{N} \frac{m_i u_i}{m} = \sum_{i=1}^{N} y_i u_i \tag{11-18}$$

$$h = \sum_{i=1}^{N} \frac{m_i h_i}{m} = \sum_{i=1}^{N} y_i h_i \tag{11-19}$$

$$s = \sum_{i=1}^{N} \frac{m_i s_i}{m} = \sum_{i=1}^{N} y_i s_i \tag{11-20}$$

Dalle definizioni di calore specifico a volume e pressione costante (equazioni (2-27) e (2-28)) e dalle equazioni (11-18) e (11-19) si ricava che:

$$c_v = \sum_{i=1}^{N} \frac{m_i c_{vi}}{m} = \sum_{i=1}^{N} y_i c_{vi} \tag{11-21}$$

$$c_p = \sum_{i=1}^{N} \frac{m_i c_{pi}}{m} = \sum_{i=1}^{N} y_i c_{pi} \qquad (11\text{-}22)$$

Dalle (11-21) e (11-22) si ricava l'esponente dell'isoentropica, *k*, per una miscela di gas ideali:

$$k = \frac{c_p}{c_v} = \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i c_{pi}}{\sum_{i=1}^{N} m_i c_{vi}} \qquad (11\text{-}23)$$

11.2 *Miscele di gas e vapore*

Quando almeno un componente della miscela può condensare nelle condizioni termodinamiche che consideriamo, parleremo di miscele di gas e vapore. Se le pressioni parziali dei condensabili sono molto più piccole delle relative pressioni critiche potremo considerare i vapori surriscaldati come dei gas perfetti.
Consideriamo, ora, una serie di esperimenti per spiegare il comportamento di queste miscele.
Prendiamo un recipiente in cui si è fatto il vuoto e manteniamo la temperatura costante. Introduciamo una certa quantità di acqua. Osserveremo che quest'acqua evaporerà e si porterà alla temperatura dell'ambiente. Continuiamo ad introdurre acqua; ad un certo momento l'acqua non evaporerà più e si formerà uno strato di liquido. Se misuriamo la pressione della fase vapore vedremo che è uguale alla pressione di saturazione del vapore a quella temperatura. Introducendo altra acqua vedremo che la pressione non si modificherà. Si genera un equilibrio dinamico tra la fase liquida e quella vapore in quanto le velocità di evaporazione e di condensazione sono uguali fra loro. Cambiando forma del recipiente arriveremo sempre ad avere nelle condizioni di presenza di fase liquida, la stessa pressione di saturazione; quello che cambia sarà il tempo della fase transitoria che diminuirà all'aumentare della superficie di evaporazione. Questo spiega perché distribuendo la stessa quantità d'acqua su una superficie più grande questa evapora prima.
Ripetiamo, ora, l'esperimento ponendo all' interno del recipiente un gas inerte in condizioni termodinamiche tali da considerarlo ideale. Se iniettiamo acqua questa evaporerà fin tanto che, supponendo che il vapore si possa considerare un gas perfetto, la sua pressione parziale sarà uguale a quella di saturazione alla temperatura della prova. La presenza del gas inerte non modifica il fenomeno; esso interviene solo sulla velocità con cui il vapore si diffonde e raggiunge la condizione di equilibrio termodinamico.
Se la pressione totale all'interno del recipiente è molto alta il comportamento appena visto non è più verificato in quanto aumenta la solubilità del gas nella fase liquida.
La differenza sostanziale tra una miscela di gas perfetti e una di gas e vapori, sia pure considerati perfetti, sta nel fatto che la miscela di gas perfetti posso riscaldarla , raffreddarla, espanderla o comprimerla, senza che ciò comporti alcuna variazione di massa del sistema; non altrettanto succede in una miscela di gas e vapori nella quale potrebbe accadere, per esempio raffreddando il sistema, che si raggiungano le condizioni di condensazione, con la relativa modificazione della massa della miscela.
La miscela più comune di gas e vapori è l'aria che respiriamo. Data la grande importanza che questa miscela riveste nella tecnica, (impianti di condizionamento, di essiccazione ecc.) ne affronteremo lo studio nel prossimo paragrafo.

11.3 *Aria umida*

11.3.1 Definizioni

L'aria che noi respiriamo è una miscela di vari gas (Vedi Tabella 11-1) e di vapor d'acqua. Il vapor d'acqua, pur trovandosi ad una temperatura nettamente inferiore a quella critica, ha una pressione parziale estremamente bassa, dell'ordine dei centesimi di bar. Ciò comporta il fatto che si possa trattare il vapor d'acqua come un gas perfetto.

COMPONENTE	Massa Molecolare [kg/kmol]	Frazione volumetrica (o molare)	Frazione ponderale
Azoto N_2	28,016	0,7809	0,7552
Ossigeno O_2	32,000	0,2095	0,2315
Argo Ar	39,994	0,0093	0,0128
Anidride carbonica CO_2	44,010	0,0003	0,0005

Tabella 11-1: Composizione dell'aria secca

Con buona approssimazione si può trattare l'aria umida come una miscela di gas perfetti, ponendo attenzione al fatto che raffreddando potrebbe accadere che l'acqua presente cominci a condensare, modificando così la composizione ponderale della miscela.
Nelle condizioni ambientali i gas che compongono quella che noi chiamiamo aria secca rimangono, invece, sempre allo stato gassoso comportandosi come gas perfetti. Possiamo, quindi, considerare la miscela come un unico gas avente massa molecolare pari a:

$$\mu_a = 0{,}7809 \cdot 28{,}016 + 0{,}2095 \cdot 32 + 0{,}0093 \cdot 39{,}994 + 0{,}003 \cdot 44{,}01 = 28{,}97 \; kg/kmole$$

e una costante caratteristica pari a:

$$R_a = \frac{\overline{R}}{\mu_a} = \frac{8314}{28{,}97} = 287{,}0 \frac{J}{kg\ K}$$

Mentre per il vapor d'acqua valgono i seguenti valori di massa molecolare e di costante caratteristica:

$$\mu_v = 18 \; kg/kmole \qquad R_v = 462{,}0 \; J/(kg\ K)$$

Diamo ora le definizioni delle grandezze fondamentali che verranno utilizzate.

Umidità specifica *x*.

L'umidità specifica è definita come il rapporto tra la massa di vapor d'acqua e la massa d'aria secca presente in un volume d'aria umida.
Pertanto, tenendo conto della legge dei gas perfetti e che i volumi e le temperature dei due gas sono le stesse:

$$x = \frac{m_v}{m_a} = \frac{\rho_v}{\rho_a} = \frac{p_v}{R_v T} \frac{R_a T}{p_a} = \frac{R_a}{R_v} \frac{p_v}{p_a} = 0{,}622 \frac{p_v}{p - p_v} \left[\frac{kg_v}{kg_a} \right] \quad (11\text{-}24)$$

dove:

p è la pressione totale della miscela d'aria umida.
p_a è la pressione parziale dell'aria secca.
p_v è la pressione parziale del vapor d'acqua.

Umidità relativa.

Si definisce umidità relativa, φ, il rapporto tra la massa di vapore m_v effettivamente presente nella miscela e quella, m_s, che sarebbe presente in condizioni di saturazione alla stessa temperatura nello stesso volume d'aria umida. Per cui:

$$\varphi = \left(\frac{m_v}{m_s}\right)_T = \frac{p_v V}{R_v T}\frac{R_v T}{p_s V} = \left(\frac{p_v}{p_s}\right)_T \qquad (11\text{-}25)$$

Con questa relazione possiamo riscrivere l'espressione dell'umidità specifica come:

$$x = 0{,}622\frac{\varphi\, p_s}{p - \varphi\, p_s} \quad \left[\frac{kg_v}{kg_a}\right] \qquad (11\text{-}26)$$

I valori della pressione di saturazione si possono trovare tabellati in funzione della temperatura come in Tabella 11-2, oppure si possono utilizzare funzioni interpolanti o formule approssimate come la seguente, valida per temperature superiori al punto di solidificazione:

$$p_s = \left(1{,}0007 + 3{,}46\,10^{-6}\, p\right) 6{,}1121\, e^{\frac{17{,}502\, t}{240{,}9+t}} \qquad (11\text{-}27)$$

dove:

p_s è la pressione di saturazione in millibars.
p è la pressione totale della miscela in millibars.
t è la temperatura della miscela espressa in ^oC.

t [^oC]	p_s [kPa]
-25	0,06
-20	0,10
-15	0,16
-10	0,26
-5	0,40
0	0,61
5	0,87
10	1,23
15	1,70
20	2,34
25	3,17
30	4,24
35	5,62
40	7,37
45	9,58
50	12,33

Tabella 11-2: Pressione di saturazione in funzione della temperatura

11.3.2 Entalpia dell'aria umida

Come si è visto nel Capitolo 2, l'entalpia è una grandezza di tipo estensivo; pertanto l'entalpia di miscela è pari alla somma dell'entalpia dell'aria secca più quella del vapor d'acqua.
Ora, giacché durante una trasformazione può avvenire che la massa dell'acqua si modifichi, o perché è avvenuta una condensazione, o perché vi è stato un apporto d'altra acqua (umidificazione), è più comodo riferire le grandezze specifiche alla massa dell'aria secca, che non si modifica, piuttosto che alla massa dell'aria umida. L'entalpia totale di miscela H vale:

$$H = m_a\, h_a + m_v\, h_v \qquad [J] \tag{11-28}$$

Dividendo la (11-28) per la massa dell'aria secca, otteniamo:

$$h = h_a + x\, h_v \qquad [J/kg] \tag{11-29}$$

Fissato lo stato di entalpia nulla a 273,15 K (0 ^oC),si può valutare l'entalpia specifica dell'aria secca con la relazione:

$$h_a = c_{pa}\, t = 1{,}006\, t \tag{11-30}$$

dove:

c_{pa} è il valor medio del calore specifico a pressione costante dell'aria secca nel campo delle normali condizioni ambientali

L'entalpia specifica del vapore sarà pari alla somma del calore latente di evaporazione a 0 ^oC, r_0, con l'entalpia necessaria per portare il vapore dalle condizioni di saturazione a 0 ^oC, fino alle condizioni ambientali, caratterizzate dalla temperatura t e dalla pressione parziale del vapore, p_v.

Tenendo conto del fatto che il vapor d'acqua lo considero un gas perfetto, e pertanto la sua entalpia è funzione unicamente della temperatura, ottengo:

$$h_v = r_0 + c_{pv}\, t = 2501 + 1.875\, t \qquad (11\text{-}31)$$

Pertanto h vale:

$$h = 1{,}006\, t + (2501 + 1.875\, t)x \qquad [kJ/kg_a] \qquad (11\text{-}32)$$

Esempio 7-1

Trovare le proprietà temodinamiche di una miscela d'aria umida avente una temperatura di 20 ^oC ed un umidità relativa del 50 %.

Svolgimento

Dalla tabella 11-2 o dalla formula (11-27) si ricava che la pressione di saturazione è uguale a 2340 *Pa*.
Quindi l'umidità specifica vale:

$$x = 0{,}622\frac{\varphi p_s}{p - \varphi p_s} = 0{,}622\frac{0{,}5 \cdot 2340}{1{,}013 \cdot 10^5 - 0{,}5 \cdot 2340} = 7{,}27 \cdot 10^{-3} \quad \frac{kg_v}{kg_a}$$

Mentre, applicando la formula (11-32), si ricava:

$$h = 1{,}006 \cdot 20 + \left(2501 + 1{,}875 \cdot 20\right) \cdot 7{,}27 \cdot 10^{-3} = 38{,}6\frac{kJ}{kg}$$

11.3.3 Diagrammi psicrometrici

Le grandezze appena viste sono state correlate in diagrammi termodinamici, al fine di rendere più semplice l'analisi delle varie trasformazioni termodinamiche riguardanti l'aria umida.
Sono utilizzati 3 diversi tipi di diagrammi psicrometrici.
Questi diagrammi sono disponibili a diverse pressioni totali. Molte volte invece della pressione si utilizza la quota; ciò deriva dal fatto che sono state definite a livello internazionale le proprietà dell'aria tipo, chiamata aria tipo internazionale (I.C.A.O.), attraverso le quali è possibile correlare in modo univoco la quota con la temperatura e quindi la pressione.

11.3.3.1 Diagramma di Mollier

È il diagramma che in passato è stato più utilizzato in Europa (vedi figura 11-1).
È un diagramma ad assi obliqui avente in ascissa l'umidità specifica ed in ordinata l'entalpia. Si basa sul modello di miscele di gas perfetti.
Sull'asse delle ordinate sono indicate anche le temperature. Le isoterme sono rappresentate da un fascio di rette e l'inclinazione delle ascisse è scelta in modo che l'isoterma $t = 0\ ^oC$ sia orizzontale.

11.3.3.2 Diagramma ASHRAE

Il diagramma psicrometrico dell'ASHRAE (American Society of Heating and Refrigerating Engineers) è basato su un modello più accurato di quello di Mollier.
Per tale motivo è il diagramma che viene più utilizzato nel settore del condizionamento dell'aria
Esso appare come un diagramma di Mollier speculare e ruotato di 90°.

11.3.3.3 Diagramma di Carrier

Il nome deriva da quello di una delle più importanti aziende che operano nel settore del condizionamento.
È un diagramma ad assi ortogonali, avente in ascissa la temperatura ed in ordinata l'umidità specifica (vedi Figura 11-2).

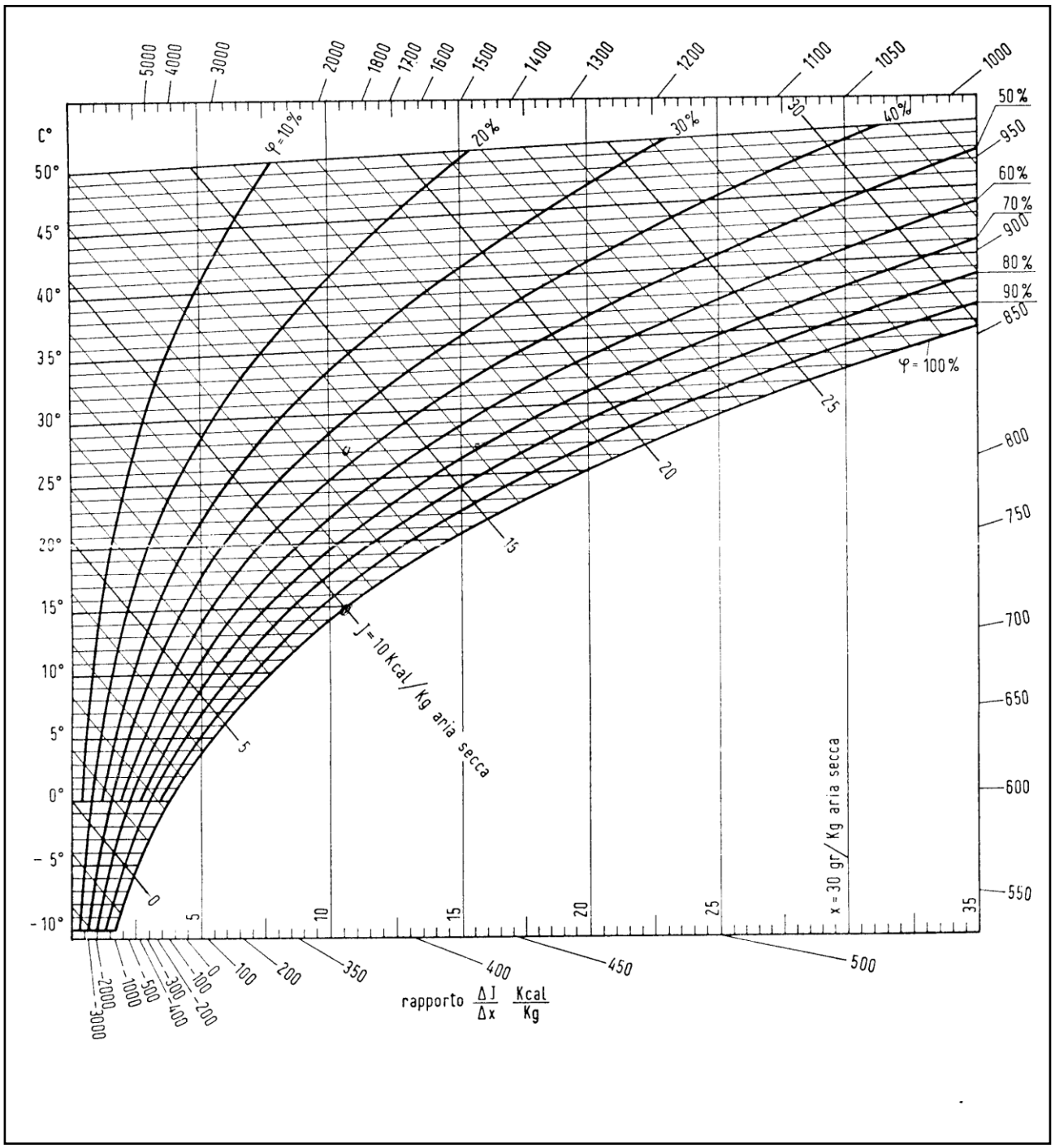


Figura 11-1: Diagramma di Mollier

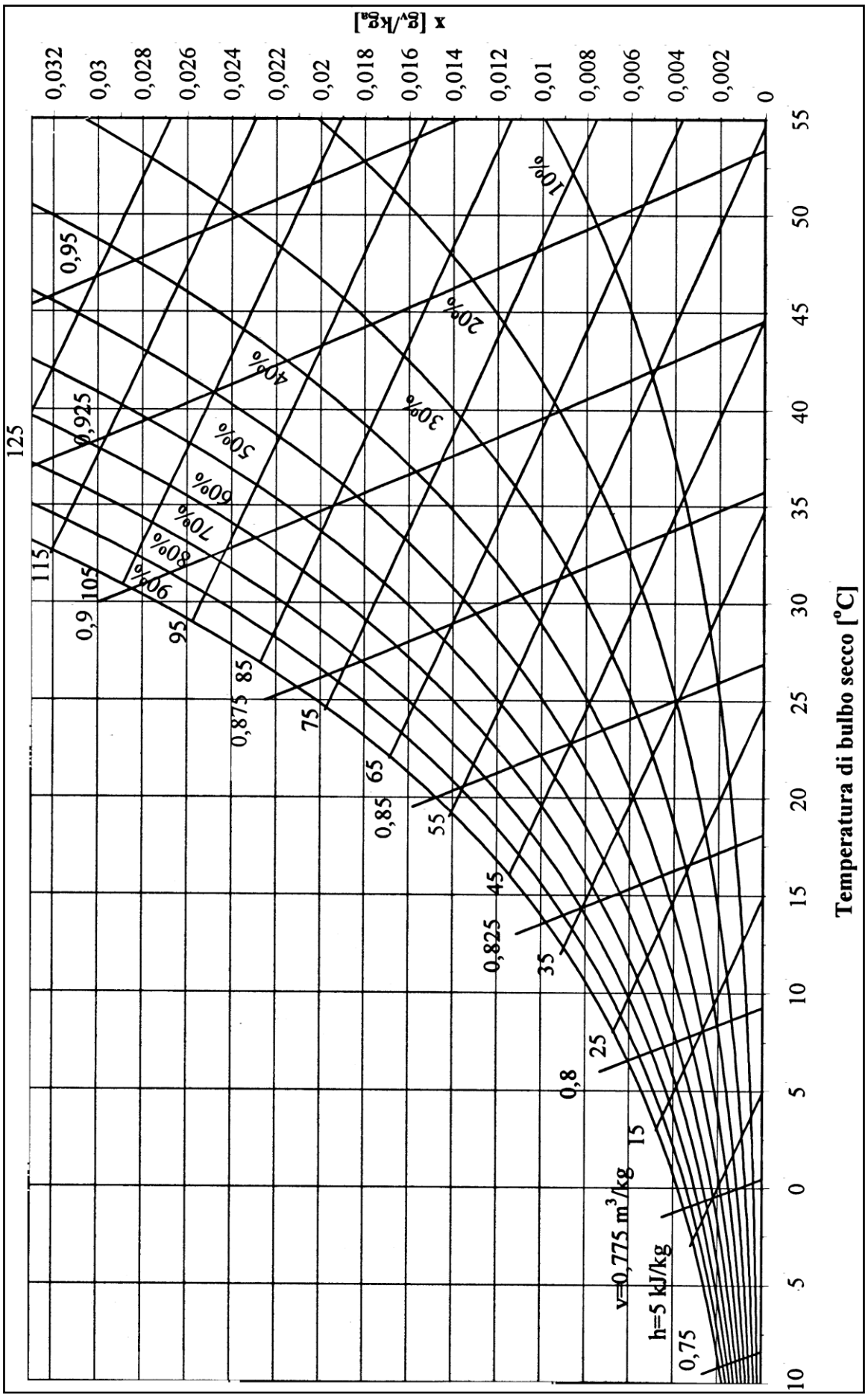


Figura 11-2: Diagramma di Carrier

11.3.4 Trasformazioni psicrometriche

11.3.4.1 Equazioni di bilancio

Consideriamo un volume di controllo, che per comodità di trattazione lo facciamo coincidere con quello di una generica macchina di trattamento aria con un ingresso ed un'uscita (v. Figura 11-3). Supponiamo, come avviene di solito nella pratica, che il sistema sia stazionario.

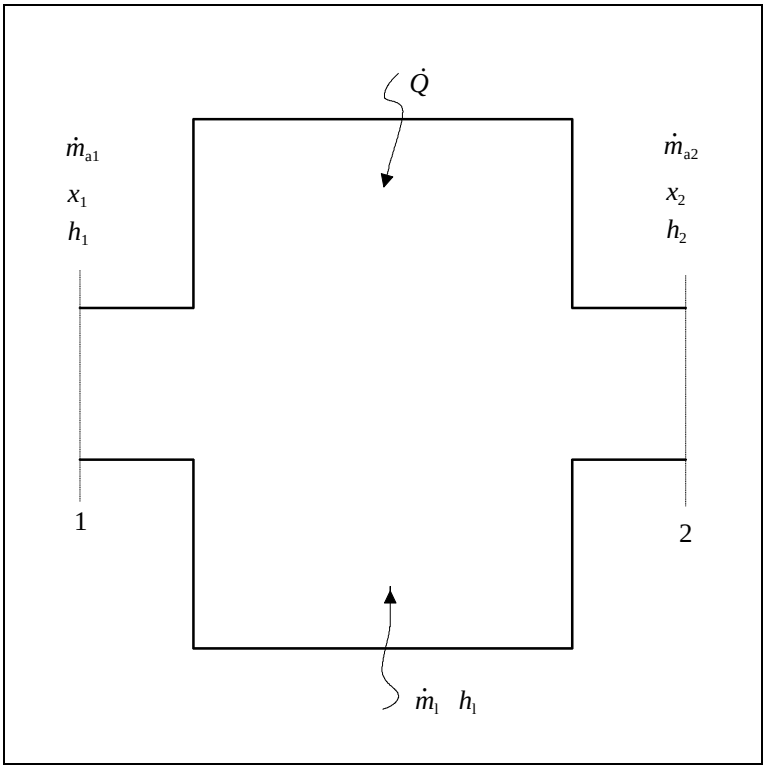


Figura 11-3: Volume di controllo

Scriviamo le relative equazioni di bilancio.

Equazione dell'Energia.

$$\dot{m}_{a2} h_2 - \dot{m}_{a1} h_1 - \dot{m}_l h_l = \dot{Q} \qquad (11\text{-}33)$$

dove $\dot{m}_l$ e h_l sono la eventuale portata di massa di acqua immessa nel sistema e la sua entalpia specifica

Equazione della conservazione della massa d'aria secca.

$$\dot{m}_{a2} - \dot{m}_{a1} = 0 \qquad (11\text{-}34)$$

Equazione della conservazione della massa d'acqua.

$$\dot{m}_{a2} x_2 - \dot{m}_{a1} x_1 - \dot{m}_l = 0 \qquad (11\text{-}35)$$

Risolvendo il sistema si giunge all'equazione della retta di lavoro:

$$\frac{\Delta h}{\Delta x} = \frac{h_2 - h_1}{x_2 - x_1} = h_1 + \frac{\dot{Q}}{\dot{m}_l} \tag{11-36}$$

La pendenza di questa retta è riportata sui diagrammi di Mollier. Indica il luogo dei punti, noto lo stato iniziale della miscela, su cui si troverà il punto finale della trasformazione.
Lo stato finale della trasformazione dipenderà dalla portata di massa dell'aria secca: tanto più grande è la portata, tanto più vicini saranno i punti iniziali e finali della trasformazione.
Nei diagrammi di Carrier e ASHRAE esiste un parametro analogo definito Fattore termico.
Il fattore termico, *R*, è il rapporto tra la potenza sensibile, $\dot{Q}_s$, scambiata nella trasformazione e quella totale, $\dot{Q}_t$.
La potenza sensibile, $\dot{Q}_s$, vale

$$\dot{Q}_s = \dot{m}_a \, c_{pau}(t_2 - t_1) \cong \dot{m}_a \, c_{pa}(t_2 - t_1) \tag{11-37}$$

dove :
c_{pau} è il calore specifico della miscela d'aria umida definito come: $c_{pau} = c_{pa} + x c_{pv}$.

Il calore latente, $\dot{Q}_l$, vale:

$$\dot{Q}_l = \dot{m}_l \, r = \dot{m}_a \, r(x_2 - x_1) \tag{11-38}$$

La potenza termica totale, $\dot{Q}_t$, vale:

$$\dot{Q}_t = \dot{m}_a (h_2 - h_1) \tag{11-39}$$

Pertanto *R* vale:

$$R = \frac{\dot{Q}_s}{\dot{Q}_t} = \frac{c_{pau}(t_2 - t_1)}{h_2 - h_1} = 1 - r\frac{x_2 - x_1}{h_2 - h_1} \tag{11-40}$$

Vediamo alcune trasformazioni importanti:

Trasformazione adiabatica	$\dot{Q}_t = 0$	$\Rightarrow$	$R = \pm\infty$
Trasformazione a x cost.	$\dot{Q}_l = 0$	$\Rightarrow$	$R = 1$
Trasformazione a t cost.	$\dot{Q}_s = 0$	$\Rightarrow$	$R = 0$

11.3.4.2 Umidificazione adiabatica

È stato per anni il sistema più utilizzato negli impianti di condizionamento invernale per umidificare l'aria.
In Figura 11-4 sono schematizzati l'impianto e la relativa trasformazione nel diagramma ASHRAE.

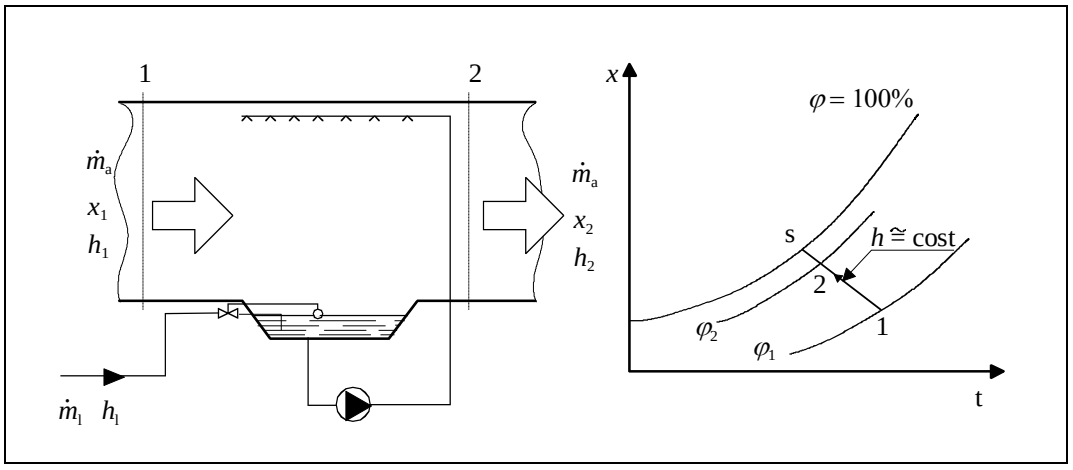


Figura 11-4: Umidificazione adiabatica

Scrivendo le equazioni di bilancio e risolvendo il sistema si ottiene:

$$\frac{h_2 - h_1}{x_2 - x_1} = h_l \qquad (11\text{-}41)$$

Essendo le entalpie dell'aria e dell'acqua dello stesso ordine di grandezza, mentre $x_2 - x_1$ è di almeno tre ordini più piccolo, il termine a destra diventa trascurabile. Si può, quindi, ritenere la trasformazione **isoentalpica**.
In un umidificatore reale si raggiungono delle umidità relative comprese tra il 90% e il 95%.

Esempio 11-2

Una portata d'aria secca di 2000 $\frac{kg}{h}$, che inizialmente si trova alla temperatura di $t_1 = 30^o C$ e all'umidità relativa di $\varphi_1 = 30\%$, viene umidificata tramite un umidificazione adiabatica.
Calcolare la portata d'acqua di reintegro nell'ipotesi che l'umidità relativa all'uscita dell'umidificatore sia $\varphi_2 = 90\%$

Soluzione

Dal diagramma di Carrier ricavo che l'umidità specifica in entrata è uguale a:

$$x_1 = 8 \frac{g_v}{kg_a}$$

In un umidificazione adiabatica si può ritenere con buona approssimazione che la trasformazione sia una isoentalpica. Perciò sul diagramma si traccia l'isoentalpica che passa per il punto 1 fino ad intersecare la curva dell'umidità relativa del 90%.
Leggendo sul diagramma i valori ricavo:

$$t_2 \cong 19^0 C$$

$$x_2 \cong 12{,}5 \frac{g_v}{kg_a}$$

Dall'equazione di conservazione della massa di acqua si ricava:

$$\dot{m}_l = \dot{m}_a\left(x_2 - x_1\right) = 2000 \cdot \left(12{,}5 - 8\right) \cdot 10^{-3} = 9 \ \frac{kg_{H_2O}}{h}$$

11.3.4.3 Umidificazione a vapore

L'umidificazione adiabatica presenta dei problemi di tipo sanitario legati alla formazione di batteri nell'acqua di ricircolo. Pertanto attualmente si preferisce l'umidificazione a vapore. In queste apparecchiature è iniettato del vapore pulito ad una certa temperatura. In Figura 11-5 sono schematizzati l'impianto e la relativa trasformazione nel diagramma ASHRAE.

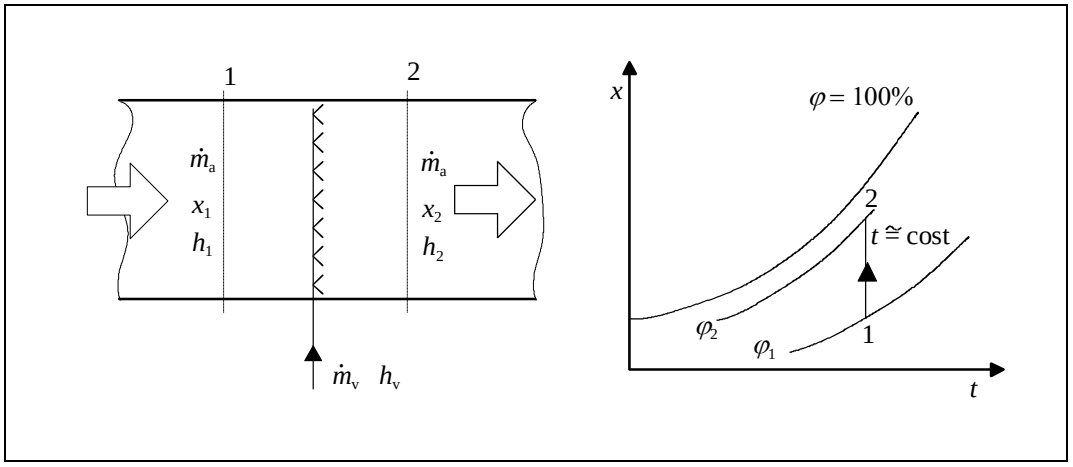


Figura 11-5: Umidificazione a vapore

Le equazioni di bilancio sono:

$$\begin{cases} \dot{m}_a\left(h_2 - h_1\right) = \dot{m}_v h_v \\ \dot{m}_a\left(x_2 - x_1\right) = \dot{m}_v \end{cases} \tag{11-42}$$

risolvendo si ottiene:

$$\frac{h_2 - h_1}{x_2 - x_1} = h_v \tag{11-43}$$

D'altro canto dalla (11-29) si ricava che:

$$h_2 - h_1 = c_{pa}\left(t_2 - t_1\right) + x_2 h_{v2} - x_1 h_{v1} \tag{11-44}$$

Se chiamiamo, $\overline{h_v}$, il valor medio dell'entalpia del vapore nella trasformazione tra 1 e 2, otteniamo:

$$h_2 - h_1 \cong c_{pa}\left(t_2 - t_1\right) + \overline{h_v}\left(x_2 - x_1\right) \tag{11-45}$$

Sostituendo la (11-45) nella (11-43) si ottiene:

$$\frac{t_2 - t_1}{x_2 - x_1} = \frac{h_v - \overline{h_v}}{c_{pa}} \qquad (11\text{-}46)$$

Da questa equazione si vede che, se l'entalpia del vapore iniettato è circa uguale a quella del vapor d'acqua contenuto nella miscela d'aria umida, la trasformazione si può ritenere in buona approssimazione isoterma.

Esempio 11-3

Partendo dai dati dell'esempio precedente, determinare l'umidità relativa all'uscita di un umidificatore a vapore in cui vengano forniti 4,5 $\frac{g_v}{kg_a}$. Si supponga la trasformazione isoterma.

Soluzione

Dall'equazione di conservazione della massa si ricava che l'umidità relativa in uscita è uguale a:

$$x_2 = x_1 + \frac{\dot{m}_v}{\dot{m}_a} = 8{,}0 + 4{,}5 = 12{,}5 \frac{g_v}{kg_a}$$

dal diagramma psicrometrico nel punto 2 leggo il valore dell'umidità relativa:

$$\varphi_2 = 47\%$$

11.3.4.4 Riscaldamento e raffreddamento senza deumidificazione

Sono trasformazioni che avvengono attraverso scambiatori di calore.
Il riscaldamento è una trasformazione che avviene sempre ad umidità specifica costante com'è rappresentato in Figura 11-6, mentre il raffreddamento avviene a titolo costante fintanto che la massa dell'aria raggiunge l'umidità relativa del 100%, dopo di che l'umidità specifica comincia a calare, in quanto l'acqua della miscela inizia a condensare. La temperatura che il fluido raggiunge sulla curva dell'umidità relativa del 100% è definita ***temperatura di rugiada***.

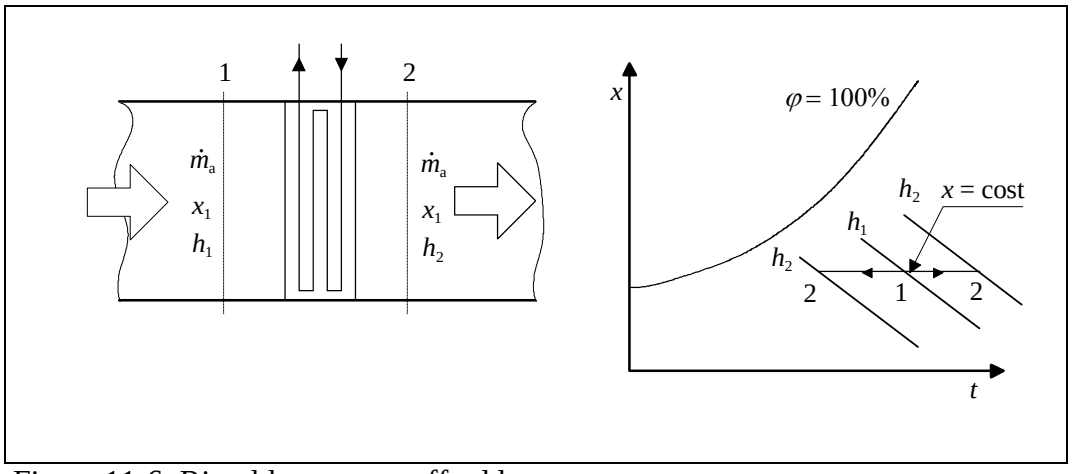


Figura 11-6: Riscaldamento o raffreddamento a *x* costante

Il bilancio dell'energia si riduce a:

$$\dot{Q}_{12} = \dot{m}_a (h_2 - h_1) \qquad (11\text{-}47)$$

Esempio 11-4

Calcolare il calore per chilogrammo necessario per riscaldare in inverno dell'aria che all'esterno si trova nelle condizioni di $t_e = -5^o C$ e $\varphi_e = 85\%$ fino alla temperatura interna di $t_i = 20^o C$.
Calcolare anche l'umidità relativa.

Svolgimento

Il riscaldamento è una trasformazione a umidità specifica costante.
Sul diagramma di Carrier è difficile la lettura nelle condizioni esterne. Pertanto usiamo le formule.
La pressione di saturazione a -5 gradi vale p_{se}= 400 *Pa*.
Pertanto:

$$x_e = 0{,}622 \frac{\varphi_e \, p_{se}}{p - \varphi_e \, p_{se}} = 0{,}622 \frac{0{,}85 \cdot 400}{1{,}013 \cdot 10^5 - 0{,}85 \cdot 400} = 2{,}09 \cdot 10^{-3} \quad \left[\frac{kg_v}{kg_a} \right]$$

E quindi:

$$h_e = 1{,}006 \cdot (-5) + [2501 + 1{,}875 \cdot (-5)] \cdot 2{,}09 \cdot 10^{-3} = 0{,}18 \frac{kJ}{kg}$$

La trasformazione avviene ad umidità relativa costante , per cui l'entalpia specifica del punto interno vale:

$$h_e = 1{,}006 \cdot 20 + (2501 + 1{,}875 \cdot 20) \cdot 2{,}09 \cdot 10^{-3} = 25{,}43 \frac{kJ}{kg}$$

Dal diagramma di Carrier si ricava che l'umidità relativa interna vale:

$$\varphi_i = 14\%$$

Come si vede l'umidità relativa è molto bassa generando una sensazione di mancanza di benessere (gola molto secca).
Il calore per chilogrammo d'aria necessario a riscaldare l'aria esterna è uguale a:

$$q = h_i - h_e = 25{,}43 - 0{,}18 = 25{,}25 \frac{kJ}{kg}$$

11.3.4.5 Raffreddamento con deumidificazione

Lo schema d'impianto è quello visibile nella Figura 11-7.

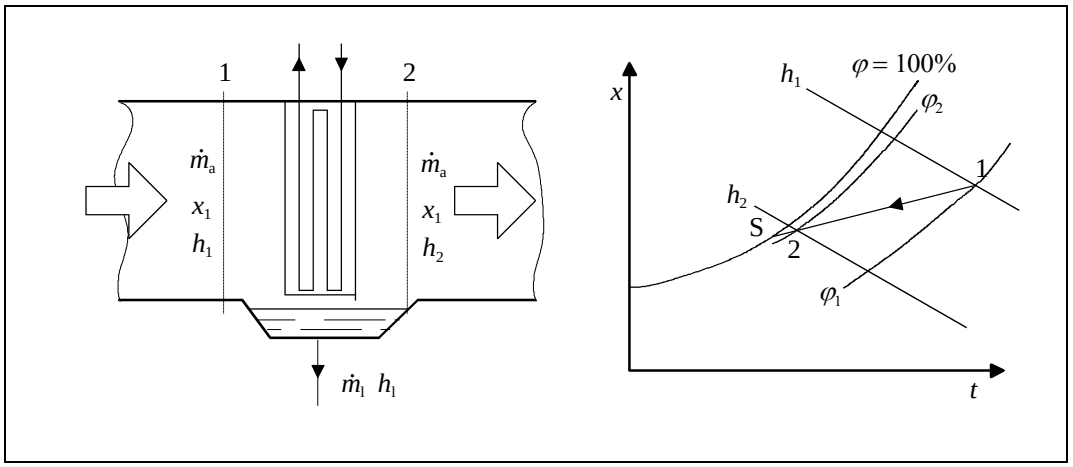


Figura 11-7: Deumidificazione dell'aria umida

Dal punto di vista impiantistico, lo schema si modifica rispetto a quello del raffreddamento semplice per la presenza della bacinella di raccolta dell'acqua di condensa.
Se la temperatura della superficie della batteria alettata è inferiore alla temperatura di rugiada del fluido (e deve esserlo altrimenti non avremmo condensazione), si può dimostrare che la trasformazione segue con buona approssimazione la trasformazione 1-S, indicata in Figura 11-7, dove il punto S si ricava considerando l'umidità relativa pari a φ = 100% e la temperatura uguale a quella della superficie della batteria di raffreddamento.
Nei casi reali la trasformazione non raggiungerà mai il punto S ma si fermerà al punto 2, la cui posizione dipende dalla geometria dello scambiatore. Le batterie sono caratterizzate dal cosiddetto ***fattore di by-pass*** definito come:

$$f_{bp} = \frac{h_2 - h_s}{h_1 - h_2} = \frac{\overline{2S}}{\overline{12}} \tag{11-48}$$

Le equazioni di bilancio sono le seguenti:

$$\begin{cases} \dot{m}_a (h_2 - h_1) + \dot{m}_l h_l = \dot{Q}_{12} \\ \dot{m}_a (x_1 - x_2) = \dot{m}_l \end{cases} \tag{11-49}$$

Dato che normalmente $\dot{m}_l$ è molto piccola si può approssimare l'equazione dell'energia a:

$$\dot{m}_a (h_2 - h_1) \cong \dot{Q}_{12} \tag{11-50}$$

Esempio 11-5

In una batteria di raffreddamento e deumidificazione entrano 32000 $\frac{kg}{h}$ di aria secca alle condizioni di $t_1 = 29{,}5^oC$ e $\varphi_1 = 55\%$. La portata d'aria passa in una batteria alettata dove le superfici sono alla temperatura media di t_b =9^oC. Supponendo che l'umidità relativa dell'aria in uscita dalla batteria sia del 90% calcolare la potenza della batteria e la portata dell'acqua di condensazione.

Svolgimento

Dal diagramma psicrometrico si ricava per il punto 1:

$$h_1 = 65{,}5\,\frac{kJ}{kg}$$
$$x_1 = 14{,}2\,\frac{g_v}{kg_a}$$

Si traccia, poi, il punto a $t_b = 9^oC$ e $\varphi_b = 100\%$ e lo si congiunge con il punto 1. L'intersezione con la curva di umidità relativa pari al 90% rappresenta il punto di uscita dalla batteria.
Dal diagramma si ricava:

$$h_2 = 35{,}0\,\frac{kJ}{kg}$$
$$x_2 = 8{,}2\,\frac{g_v}{kg_a}$$

La potenza termica della batteria di raffreddamento è uguale a:

$$\dot{Q} = \dot{m}_a\left(h_2 - h_1\right) = \frac{32000}{3600}\left(35{,}0 - 65{,}5\right) = -271\ kW$$

Mentre la portata di condensazione vale:

$$\dot{m}_l = \dot{m}_a\left(x_2 - x_1\right) = 32000\left(8{,}2 - 14{,}2\right) = -192\ \frac{kg}{h}$$

11.3.4.6 Miscelazione adiabatica di 2 portate d'aria

Normalmente negli impianti di condizionamento avviene la miscelazione di due portate d'aria umida a diverse condizioni termoigrometriche. Anche in meteorologia è un fenomeno comune: l'incontro di masse di aria calda umida con aria fredda secca può portare alla formazione di nebbia.
Con buona approssimazione si può ritenere che negli impianti la miscelazione avvenga in modo adiabatico: lo schema d'impianto e la relativa trasformazione sono visibili in Figura 11-8.
Le equazioni di bilancio sono le seguenti:

$$\begin{cases} \dot{m}_{a1}h_1 + \dot{m}_{a2}h_2 = \dot{m}_{a3}h_3 \\ \dot{m}_{a1}x_1 + \dot{m}_{a2}x_2 = \dot{m}_{a3}x_3 \\ \dot{m}_{a1} + \dot{m}_{a2} = \dot{m}_{a3} \end{cases} \qquad (11\text{-}51)$$

da cui si ricava:

$$\frac{h_2 - h_3}{h_3 - h_1} = \frac{x_2 - x_3}{x_3 - x_1} = \frac{\dot{m}_{a1}}{\dot{m}_{a2}} \qquad (11\text{-}52)$$

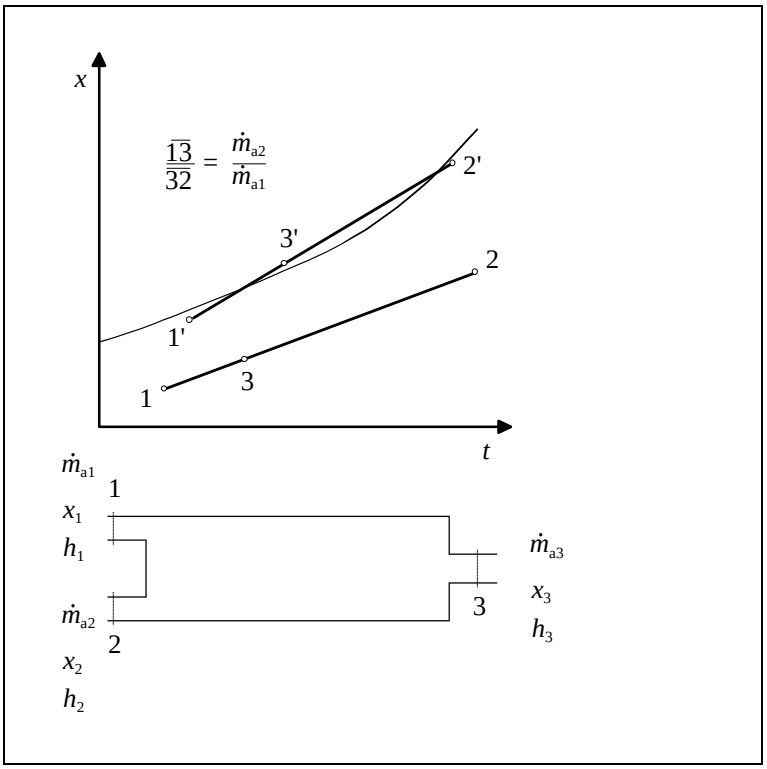


Figura 11-8: Miscelazione adiabatica

o in altri termini:

$$h_3 = \frac{\dot{m}_{a1}}{\dot{m}_{a3}} h_1 + \frac{\dot{m}_{a2}}{\dot{m}_{a3}} h_2$$
$$x_3 = \frac{\dot{m}_{a1}}{\dot{m}_{a3}} x_1 + \frac{\dot{m}_{a2}}{\dot{m}_{a3}} x_2 \qquad (11\text{-}53)$$

Dalla Figura 11-8 e dalla soluzione del sistema si vede che il punto 3 giace sulla congiungente i punti 1 e 2 e che divide questo segmento in due parti, le cui lunghezze stanno nello stesso rapporto delle due portate d'aria secca (legge della leva).
Può avvenire il caso in cui il punto di miscela cada al di fuori del campo di miscela (Vedi Figura 11-8); in tal caso si ha separazione in fase condensata, generando, così, il fenomeno della nebbia.

Esempio 11-6
In un impianto di condizionamento estivo si miscelano prima di entrare nella batteria di raffreddamento due portate d'aria, una proveniente dagli ambienti interni e una prelevata direttamente dall' esterno.
Le condizioni ambiente A sono:

$$t_A = 24^o C \qquad \varphi_A = 50\% \qquad \dot{m}_{aA} = 10667 \frac{kg}{h}$$

Le condizioni esterne E sono:

$$t_E = 32^o C \qquad \varphi_E = 55\% \qquad \dot{m}_{aE} = 21333 \frac{kg}{h}$$

Trovare le condizioni di miscela M.

Svolgimento

La trasformazione è una miscelazione adiabatica.
Dalla conservazione della massa di aria secca si ricava:

$$\dot{m}_M = \dot{m}_E + \dot{m}_A = 21333 + 10677 = 32000 \frac{kg}{h}$$

Dal diagramma psicrometrico si ricava:

$$h_A = 48{,}0 \frac{kJ}{kg} \qquad x_A = 9{,}4 \frac{g_v}{kg_a}$$
$$h_E = 74{,}5 \frac{kJ}{kg} \qquad x_E = 16{,}6 \frac{g_v}{kg_a}$$

Applicando le equazioni (11-53) si ottiene

$$h_M = \frac{\dot{m}_{aA} h_A + \dot{m}_{aE} h_E}{\dot{m}_M} = \frac{10667 \cdot 48 + 21333 \cdot 74{,}5}{32000} = 65{,}7 \frac{kJ}{kg}$$
$$x_M = \frac{\dot{m}_{aA} x_A + \dot{m}_{aE} x_E}{\dot{m}_M} = \frac{10667 \cdot 9{,}4 + 21333 \cdot 16{,}6}{32000} = 14{,}2 \frac{g_v}{kg_a}$$

11.3.5 Misura dell'umidità relativa

Esistono diversi metodi per la misura dell'umidità relativa, ma quello che fornisce il miglior compromesso tra precisione e facilità di misura è lo psicrometro di Assmann rappresentato in Figura 11-9.
Si basa sulla misura della temperatura di bulbo secco (quella misurata con un normale termometro) e di quella di bulbo umido.
Definiamo la ***temperatura di bulbo umido***.
Immaginiamo di avere un termometro, ricoperto da una garza bagnata, che sia investito da una massa d'aria con una certa umidità relativa.
All'inizio del fenomeno, se supponiamo che la garza umida abbia la stessa temperatura dell'aria, non vi è scambio termico. Come l'acqua della garza comincia ad evaporare il sistema acqua, garza, termometro si raffredda, portandosi ad una temperatura inferiore di quella dell'aria. A questo punto l'aria comincerà a cedere calore alla garza per convezione. L'equilibrio si raggiungerà quando il calore scambiato per convezione eguaglierà quello ceduto per evaporazione. La temperatura di equilibrio è detta ***temperatura di bulbo umido***. Si potrebbe dimostrare che, per la miscela acqua aria, la trasformazione è sensibilmente coincidente con una isoentalpica. Inoltre la temperatura di equilibrio non dipende dalla velocità dell'aria in un campo compreso tra i 3 *m/s* e i 40 *m/s*.
In figura 11-10 è visibile la trasformazione per il caso dell'acqua.
Note le due temperature, si può trovare sul diagramma psicrometrico il punto che individua la condizione di equilibrio del termometro bagnato $t = t_{bb}$ e $\varphi = 100\%$; per questo punto si fa passare l'isoentalpica relativa; l'intersezione tra la retta della temperatura di bulbo secco con l'isoentalpica rappresenta la condizione della mia massa d'aria umida.

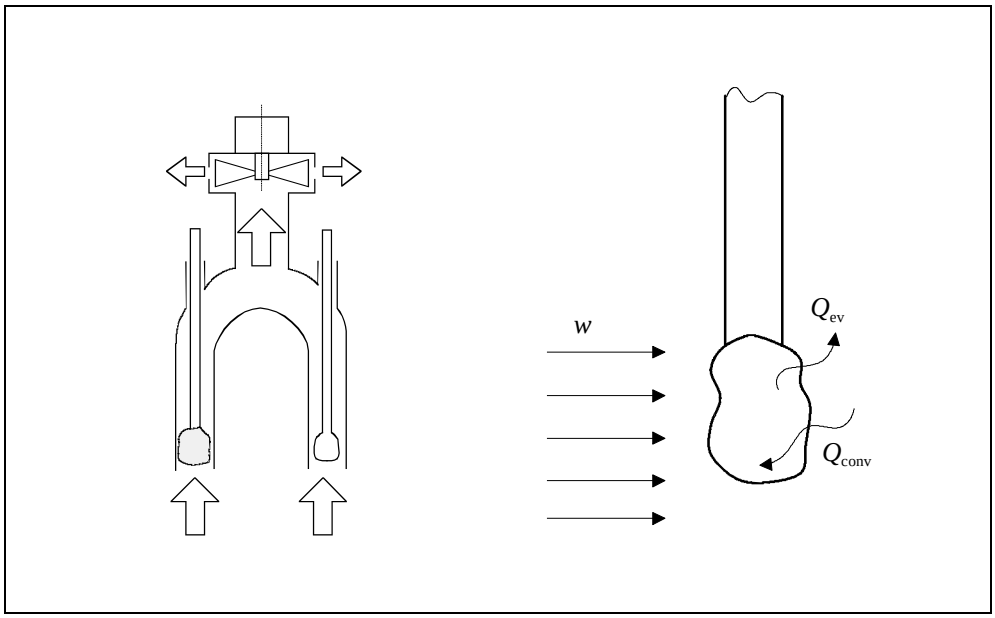


Figura 11-9: Psicrometro di Assmann

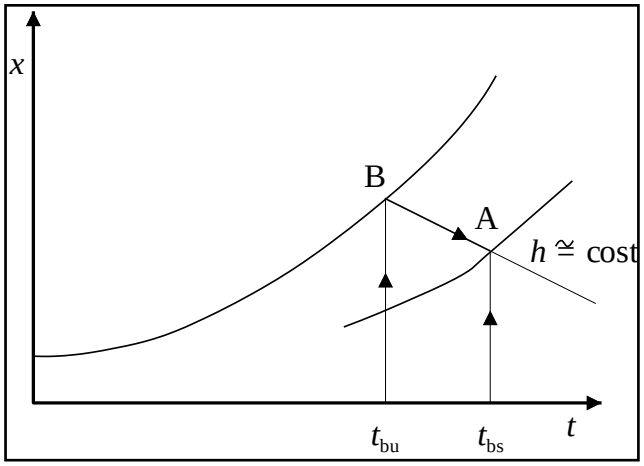


Figura 11-10: Equilibrio di bulbo bagnato

Esempio 11-7

Con uno psicrometro di Assman si è misurata una temperatura di bulbo secco pari a $t_{bs} = 21\ ^oC$ ed una temperatura di bulbo umido uguale a $t_{bu} = 17\ ^oC$. Valutare l'umidità relativa della miscela.

Svolgimento

Considerando la Figura 11-10 troviamo il punto B per il quale passa l'isoentalpica $h = 48\frac{kJ}{kg}$. Troviamo, ora l'intersezione tra questa isoentalpica e l'isoterma $t_{bs} = 21\ ^oC$. L'umidità relativa del punto A vale:

$$\varphi_A = 69\%$$

11.3.6 Torre evaporativa

Molto spesso nei processi tecnici è necessario raffreddare dei fluidi. Per far questo si utilizzano degli scambiatori di calore, in cui il fluido secondario è molto spesso acqua od aria. Non sempre, però, è possibile utilizzare questi sistemi, o per problemi di costo (non vi è a disposizione alcuna sorgente naturale da poter utilizzare a circuito aperto), od ambientali (rumore, riscaldamento eccessivo dell'ambiente circostante, ecc.). In questi casi può risultar conveniente l'utilizzo di torri evaporative. In queste apparecchiature si spruzza l'acqua del circuito primario in controcorrente a dell'aria prelevata dall'ambiente. Parte dell'acqua a contatto con dell'aria umida non satura evaporerà raffreddando, così, la rimanente portata d'acqua. Tutto questo avviene a spese di una quantità d'acqua che di solito si aggira attorno al 3% della massa totale. In Figura 11-11 è riportato lo schema classico di una torre evaporativa a tiraggio forzato.
L'acqua calda viene spruzzata dall'alto attraverso degli ugelli in controcorrente a dell'aria atmosferica che circola grazie a dei ventilatori, che possono essere posizionati sia in basso sia alla sommità della torre. All'interno della torre vi sono dei listelli, di solito di plastica, opportunamente spaziati, che ritardano la caduta dell'acqua e aumentano la superficie di contatto tra acqua ed aria, favorendo l'evaporazione.

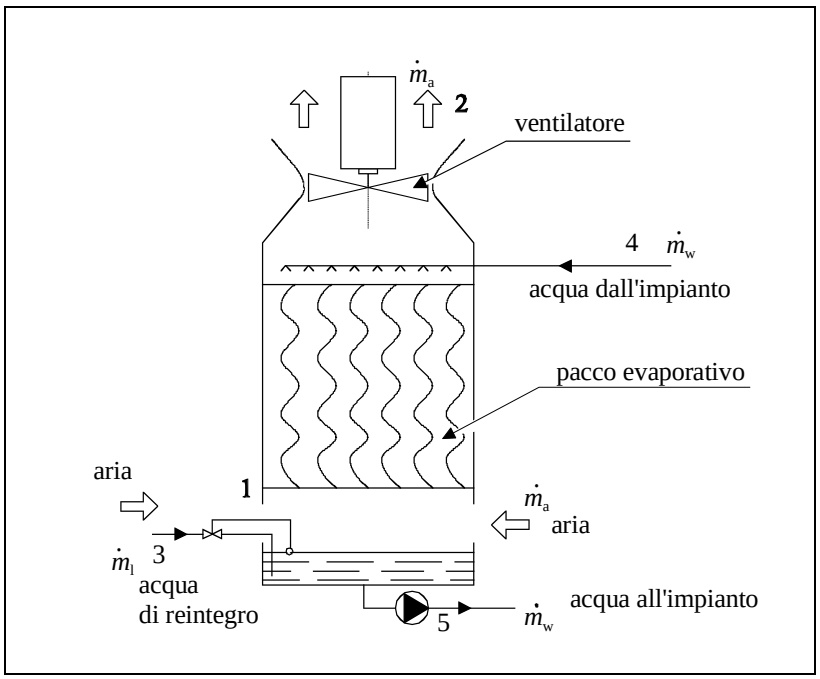


Figura 11-11: Torre evaporativa

In Figura 11-12 è rappresentato l'andamento del processo.
Le equazioni di bilancio sono le seguenti:

$$\begin{aligned} &\dot{m}_a h_{a1} + \dot{m}_w h_{w4} + \dot{m}_l h_{w3} = \dot{m}_a h_{a2} + \dot{m}_w h_{w5} \\ &\dot{m}_a \left(x_{a2} - x_{a1}\right) = \dot{m}_l \end{aligned} \qquad (11\text{-}54)$$

e la soluzione del sistema è la seguente:

$$\dot{m}_a = \frac{\dot{m}_w \left(h_{w4} - h_{w5}\right)}{\left(h_{a2} - h_{a1}\right) - \left(x_{a2} - x_{a1}\right) h_{w3}} \qquad (11\text{-}55)$$

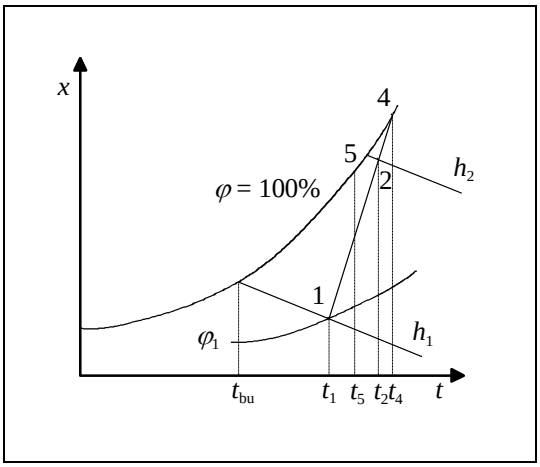


Figura 11-12: Processo evaporativo

11.4 *Impianti di condizionamento a tutta aria*

11.4.1 Introduzione

Questa parte avrebbe potuto venir trattata nel paragrafo riguardante le trasformazioni dell'aria umida.
Si è preferito trattarla a parte in quanto interessa un settore particolare e molto importante dell'impiantistica.
Negli impianti moderni si tende ad utilizzare sempre più altre tipologie impiantistiche che presentano dei costi di gestione più bassi. Noi, invece, ci soffermeremo solo sugli impianti a tutt'aria, considerando questa parte propedeutica ad eventuali altri corsi più specifici.

11.4.2 Dati di progetto

I dati di progetto possono essere divisi in due gruppi:

- Condizioni di benessere ambientale
- Carichi termici ambientali

Le condizioni di benessere ambientale sono definite dall'influsso di diversi parametri:

- La temperatura di bulbo secco
- L'umidità relativa dell'aria
- La velocità dell'aria
- La temperatura media radiante

Approfondire questo argomento esula dalle finalità del corso. In ogni caso si può affermare che il benessere è una condizione soggettiva. Pertanto tutti gli studi si basano su un approccio di tipo statistico. Si dirà che una serie dei parametri termodinamici appena visti, rappresenterà una condizione di benessere quando la percentuale degli insoddisfatti sarà minore di un certo valore. Di solito si considera il limite del 5%.
Le condizioni di benessere cambiano a seconda che si consideri un condizionamento invernale o uno estivo.
Tralasciando la velocità dell'aria e il carico radiante si considerano condizioni di benessere ambientale le seguenti:

Condizionamento invernale	Condizionamento estivo
$t = 20\ ^oC$	$t = 26\ ^oC$
$\varphi = 50\ \%$	$\varphi = 50\ \%$

I carichi termici ambientali si dividono in:

- Carichi termici sensibili
- Carichi termici latenti

Il carico termico latente è uguale a:

$$\dot{Q}_l = \sum \dot{m}_{vi} h_v \tag{11-56}$$

dove:

$\sum \dot{m}_{vi}$ è la portata totale di vapor d'acqua immessa nell'ambiente.

h_v è l'entalpia specifica del vapor d'acqua alla temperatura ambiente.

Il carico termico totale è uguale a:

$$\dot{Q}_t = \dot{Q}_s + \dot{Q}_l \tag{!0-57}$$

11.4.3 Equazione di bilancio

Negli impianti "a tutta aria" l'azione dei carichi termici ambientali viene contrastata con l'immissione nell'ambiente di una portata d'aria $\dot{m}_{aI}$ in determinate condizioni termoigrometriche, I, (h_I, x_I) e con l'estrazione di un'uguale portata d'aria $\dot{m}_{aI}$ nelle condizioni termoigrometriche ambientali, A, (h_A, x_A).
Le equazioni sono:

$$\begin{aligned} \dot{m}_{aI} h_I + \dot{Q}_s + \sum \dot{m}_{vi} h_v &= \dot{m}_{aI} h_A \\ \dot{m}_{aI} x_I + \sum \dot{m}_{vi} &= \dot{m}_{aI} x_A \end{aligned} \tag{11-58}$$

da cui si ricava:

$$\frac{h_A - h_I}{x_A - x_I} = \frac{\dot{Q}_t}{\sum m_{vi}} \tag{11-59}$$

In Figura 11-13 è riportato lo schema d'impianto di un classico condizionatore a tutta aria.

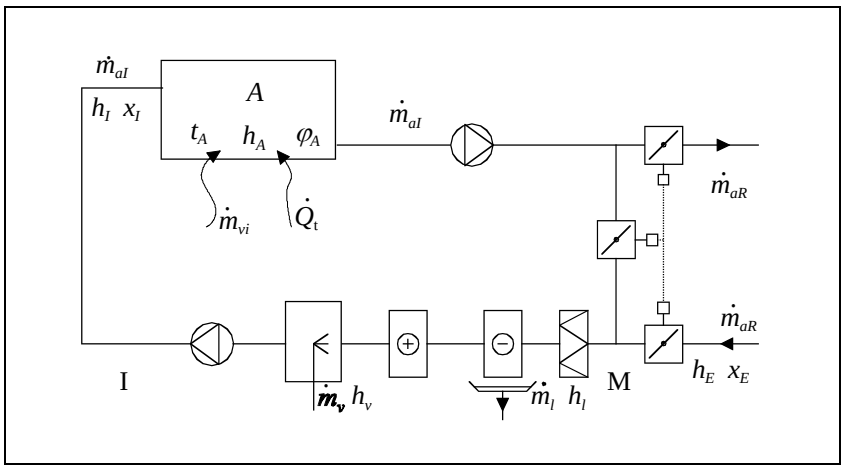


Figura 11-13: Schema d'impianto di un condizionatore a tutta aria

Generalmente gli impianti a tutt'aria sono progettati per ottenere sia il condizionamento invernale, sia quello estivo. Per tale motivo sono presenti nello stesso modulo impiantistico sia le apparecchiature utilizzate nel condizionamento invernale, sia quelle utilizzate in quello estivo.

11.4.4 Condizionamento invernale

Per mezzo di un ventilatore si estrae dall'ambiente una portata d'aria uguale a quella introdotta.
Di questa, una parte, equivalente alla portata di rinnovo $\dot{m}_{aR}$, viene espulsa all'esterno, mentre la rimanente parte $(\dot{m}_{aI} - \dot{m}_{aR})$ viene ricircolata e miscelata con l'aria di rinnovo $\dot{m}_{aR}$ prelevata all'esterno.
Dopo la miscelazione, la portata totale d'aria, m_{aI}, si troverà nelle condizioni di miscela, *M*. Il processo di miscelazione si può ritenere, con buona approssimazione, adiabatico.
Dalla (11-51) si ricava h_M, che vale:

$$h_M = \frac{(\dot{m}_{aI} - \dot{m}_{aR})h_A + \dot{m}_{aR}\, h_E}{\dot{m}_{aI}} \qquad (11\text{-}60)$$

Se si usa un umidificatore a vapore (come ormai si fa in tutti gli impianti moderni) l'aria viene preriscaldata e umidificata a *t* circa costante per portarla alla condizione *I*.
La potenza termica totale, $\dot{Q}$, necessaria al processo è calcolabile con la relazione:

$$\dot{Q} = \dot{m}_{aI}(h_I - h_M) = \dot{m}_{aI}(h_I - h_A) + \dot{m}_{aI}(h_A - h_M) \qquad (11\text{-}61)$$

Sostituendo la (11-60) nella (11-61) e ricordando la (11-58) si ottiene:

$$\dot{Q} = \left|\dot{Q}_t\right| + \dot{m}_{aR}(h_A - h_E) \qquad (11\text{-}62)$$

In altri termini, il calore totale che è necessario fornire è pari al carico termico più il calore necessario per portare l'aria di rinnovo dalle condizioni ambientali esterne a quelle interne.
La quantità di vapore necessario è uguale a:

$$\dot{m}_v = \dot{m}_{aI}(x_I - x_1) \qquad (11\text{-}63)$$

mentre il calore fornito nella batteria di riscaldamento vale:

$$\dot{Q}^+_{M1} = \dot{m}_{aI}(h_1 - h_M) \qquad (11\text{-}64)$$

In Figura 11-14 sono rappresentate le trasformazioni che avvengono in un condizionamento invernale nei diagrammi di Carrier e di Mollier

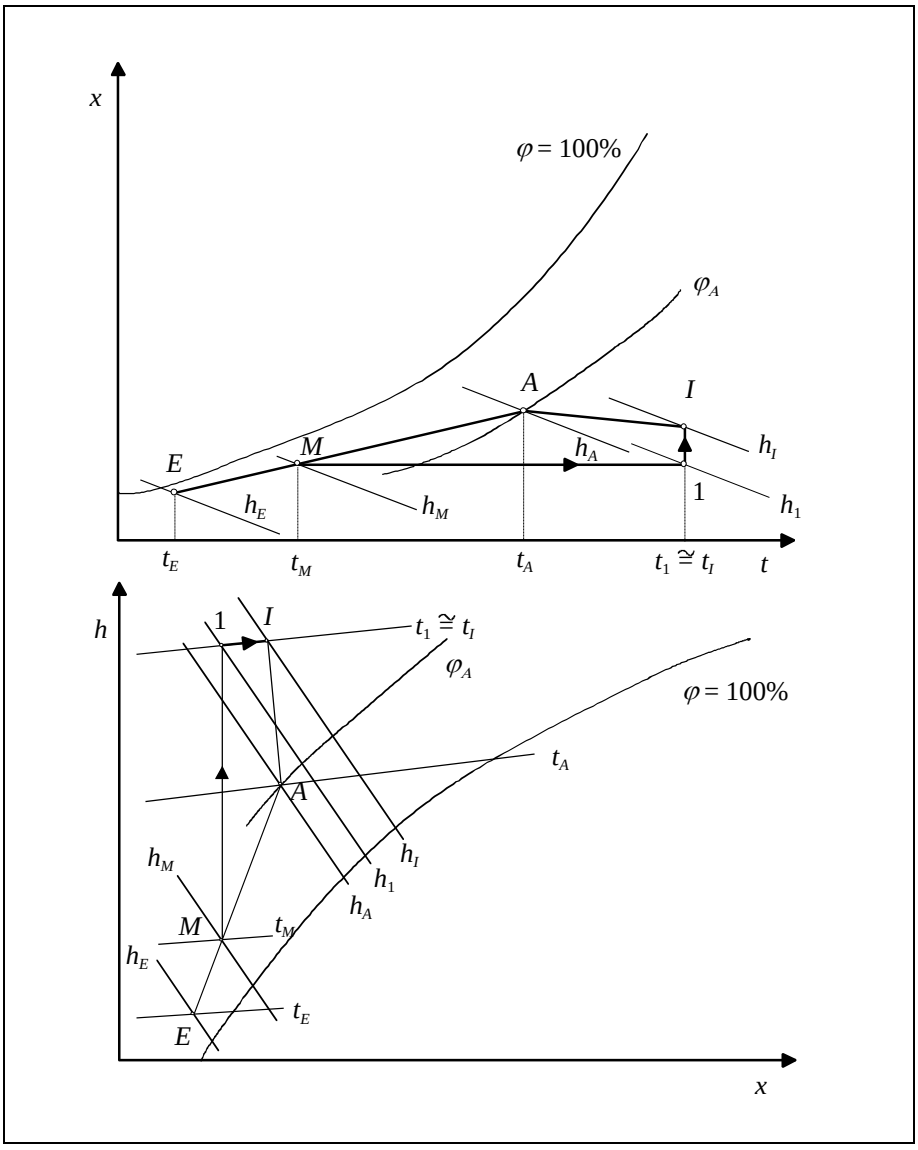


Figura 11-14: Trasformazioni termodinamiche in un condizionamento invernale rappresentate nei diagrammi di Carrier e Mollier

11.4.5 Condizionamento estivo

In questo caso l'aria viene dapprima raffreddata e deumidificata in una batteria fredda.
Successivamente l'aria viene postriscaldata per portarla alle condizioni d'introduzione I.
La potenza termica di refrigerazione, $\left|\dot{Q}_f^-\right|$, necessaria al processo di raffreddamento-deumidificazione, vale:

$$\left|\dot{Q}_f^-\right| = \left|\dot{Q}_{M1}^-\right| = \dot{m}_{aI}(h_M - h_1) \qquad (11\text{-}65)$$

$$\left|\dot{Q}_f^-\right| = \dot{m}_{aI}(h_M - h_A) + \dot{m}_{aI}(h_A - h_I) + \dot{m}_{aI}(h_I - h_1) \qquad (11\text{-}66)$$

da cui si ricava, con un procedimento analogo a quello visto per il condizionamento invernale:

$$\left|\dot{Q}_f^-\right| = \dot{Q}_t + \dot{m}_{aR}(h_E - h_A) + \dot{m}_{aI}(h_I - h_1) \qquad (11\text{-}67)$$

Pertanto, si vede che la batteria di raffreddamento deve compensare, oltre al carico termico, anche quello dell'aria di rinnovo e quello della batteria di postriscaldamento.
In Figura 11-15 sono rappresentate sui diagrammi di Carrier e Mollier le trasformazioni che avvengono un condizionamento estivo.

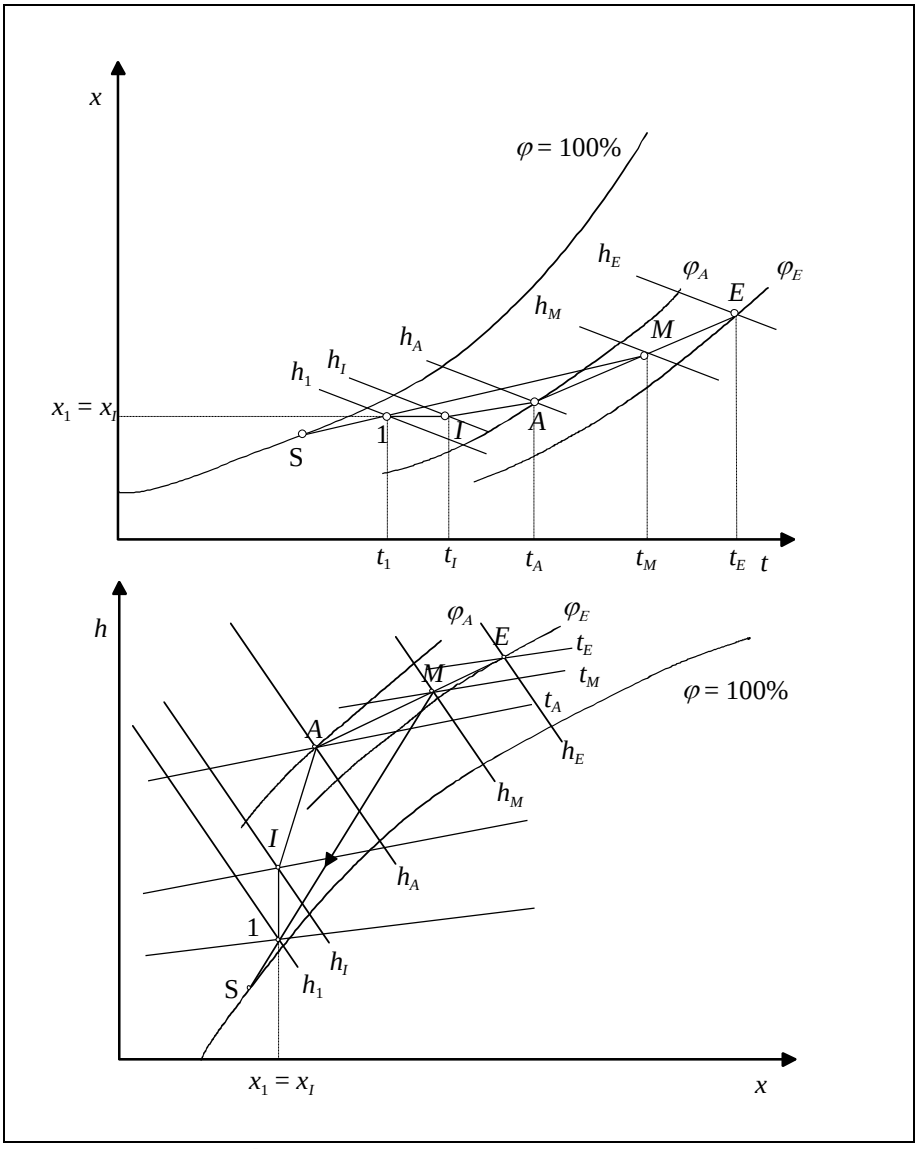
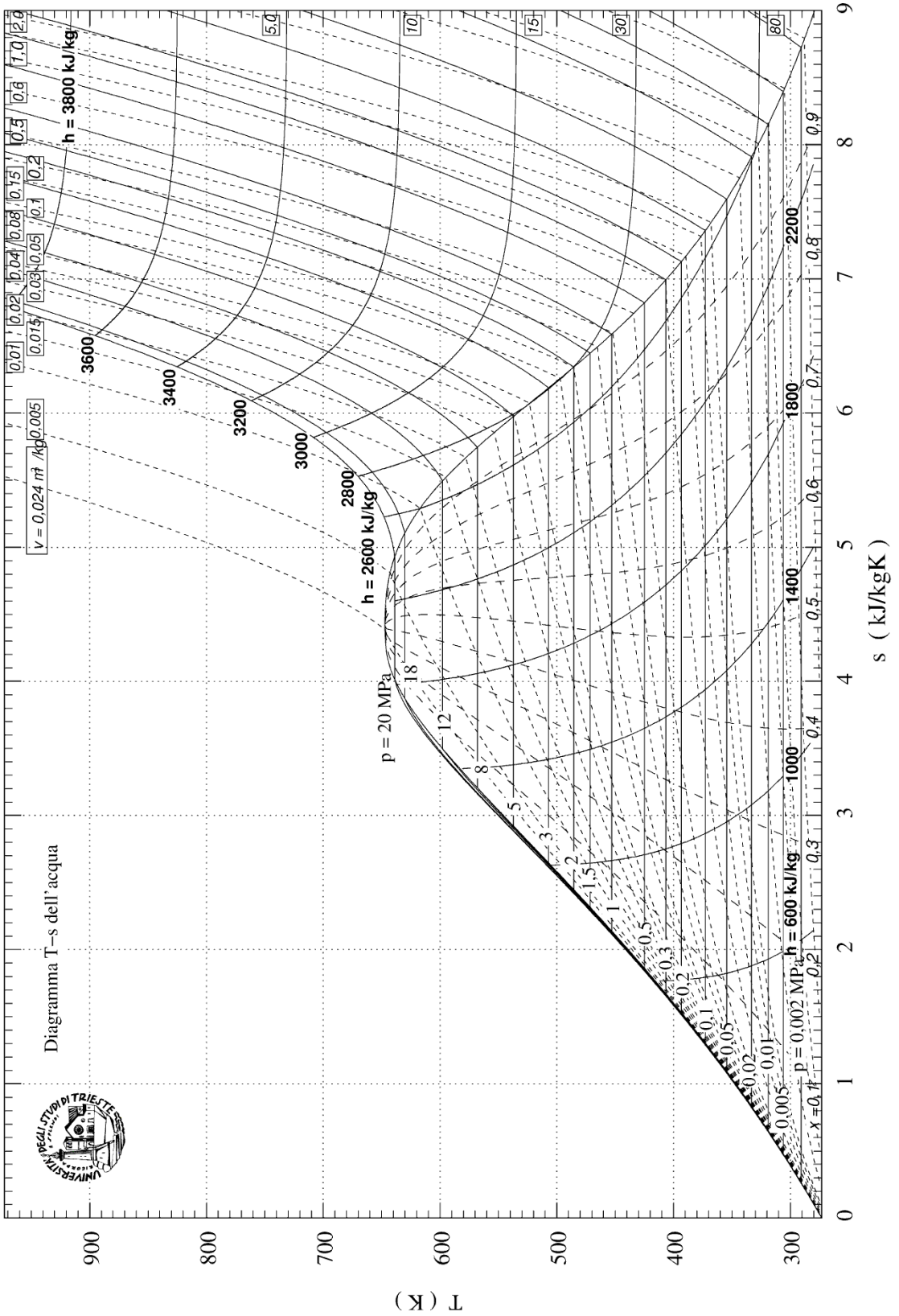


Figura 11-15: Condizionamento estivo

Appendice 1 : Diagrammi termodinamici



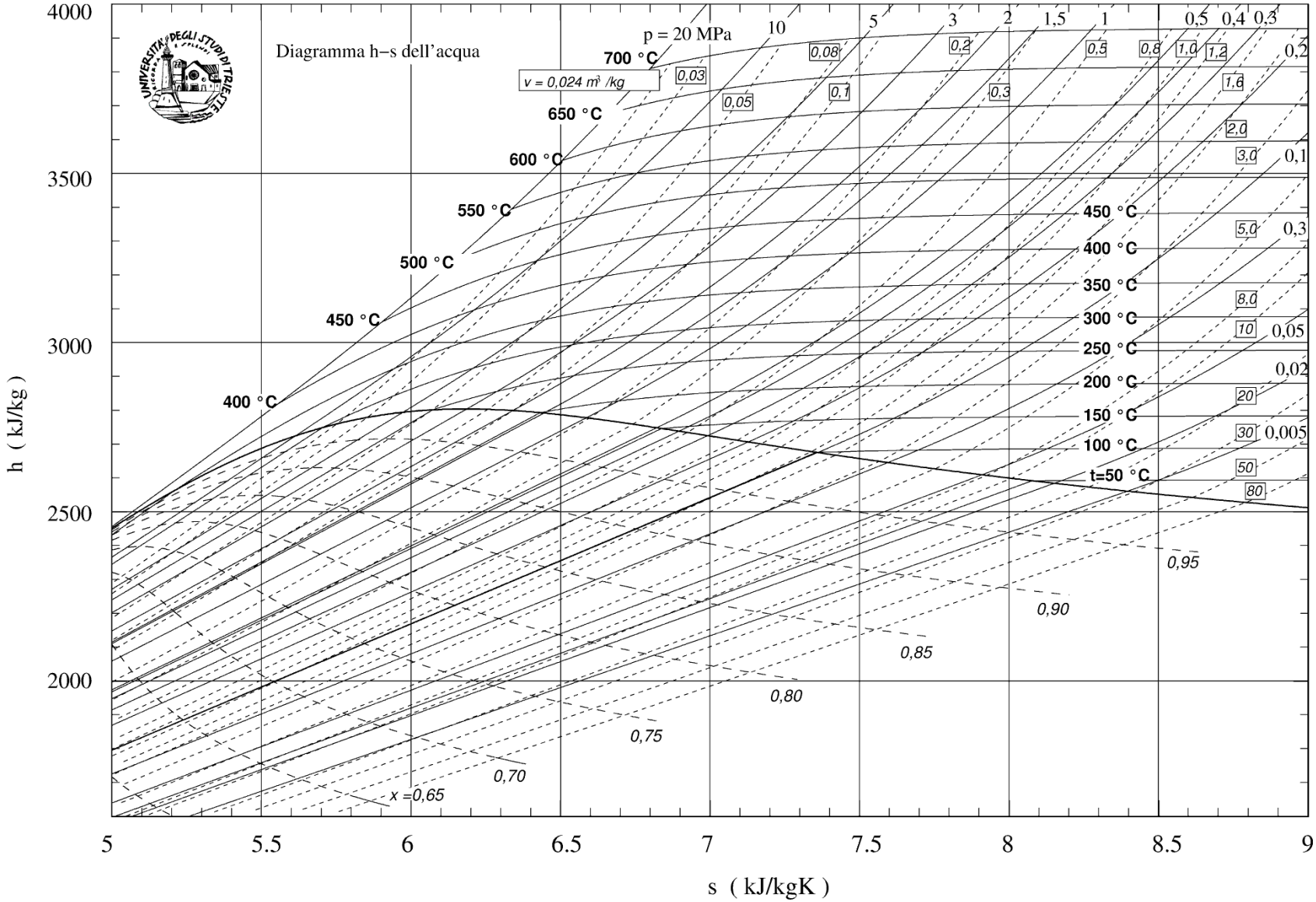


Diagramma h–s dell'acqua
p = 20 MPa
v = 0,024 m³ /kg
700 °C
650 °C
600 °C
550 °C
500 °C
450 °C
400 °C
450 °C
400 °C
350 °C
300 °C
250 °C
200 °C
150 °C
100 °C
t=50 °C
10
5
3
2
1,5
1
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
0,08
0,05
0,03
0,8
1,0
1,2
1,6
2,0
3,0
5,0
8,0
10
20
30
50
80
0,95
0,90
0,85
0,80
0,75
0,70
x =0,65
h (kJ/kg)
s (kJ/kgK)
4000
3500
3000
2500
2000
5
5.5
6
6.5
7
7.5
8
8.5
9

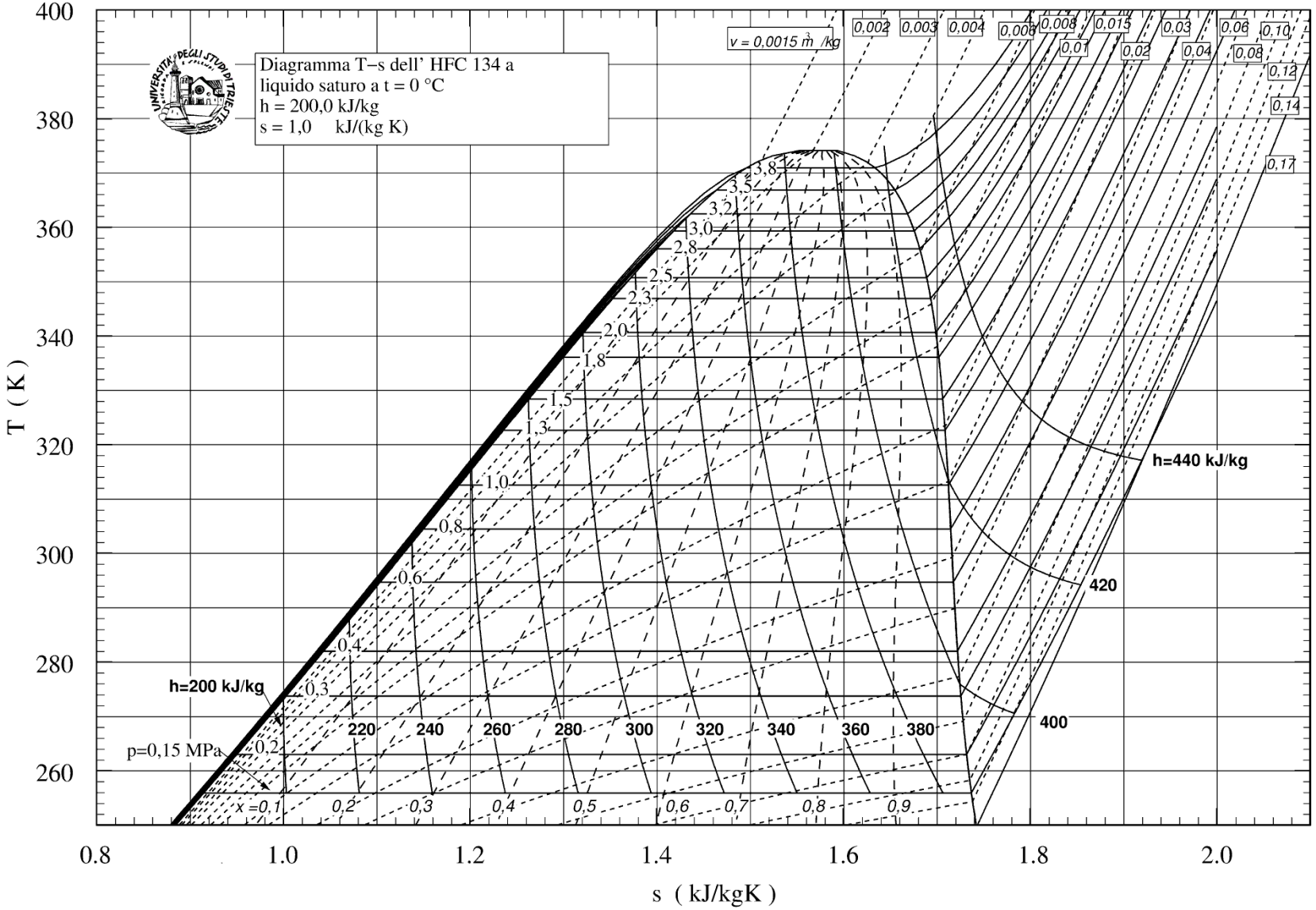


Diagramma T−s dell' HFC 134 a
liquido saturo a t = 0 °C
h = 200,0 kJ/kg
s = 1,0 kJ/(kg K)
v = 0,0015 m³/kg
0,002
0,003
0,004
0,006
0,008
0,01
0,015
0,02
0,03
0,04
0,06
0,08
0,10
0,12
0,14
0,17
3,8
3,5
3,2
3,0
2,8
2,5
2,3
2,0
1,8
1,5
1,3
1,0
0,8
0,6
0,4
0,3
0,2
h=200 kJ/kg
p=0,15 MPa
h=440 kJ/kg
420
400
220
240
260
280
300
320
340
360
380
x =0,1
0,2
0,3
0,4
0,5
0,6
0,7
0,8
0,9
T (K)
s (kJ/kgK)
400
380
360
340
320
300
280
260
0.8
1.0
1.2
1.4
1.6
1.8
2.0

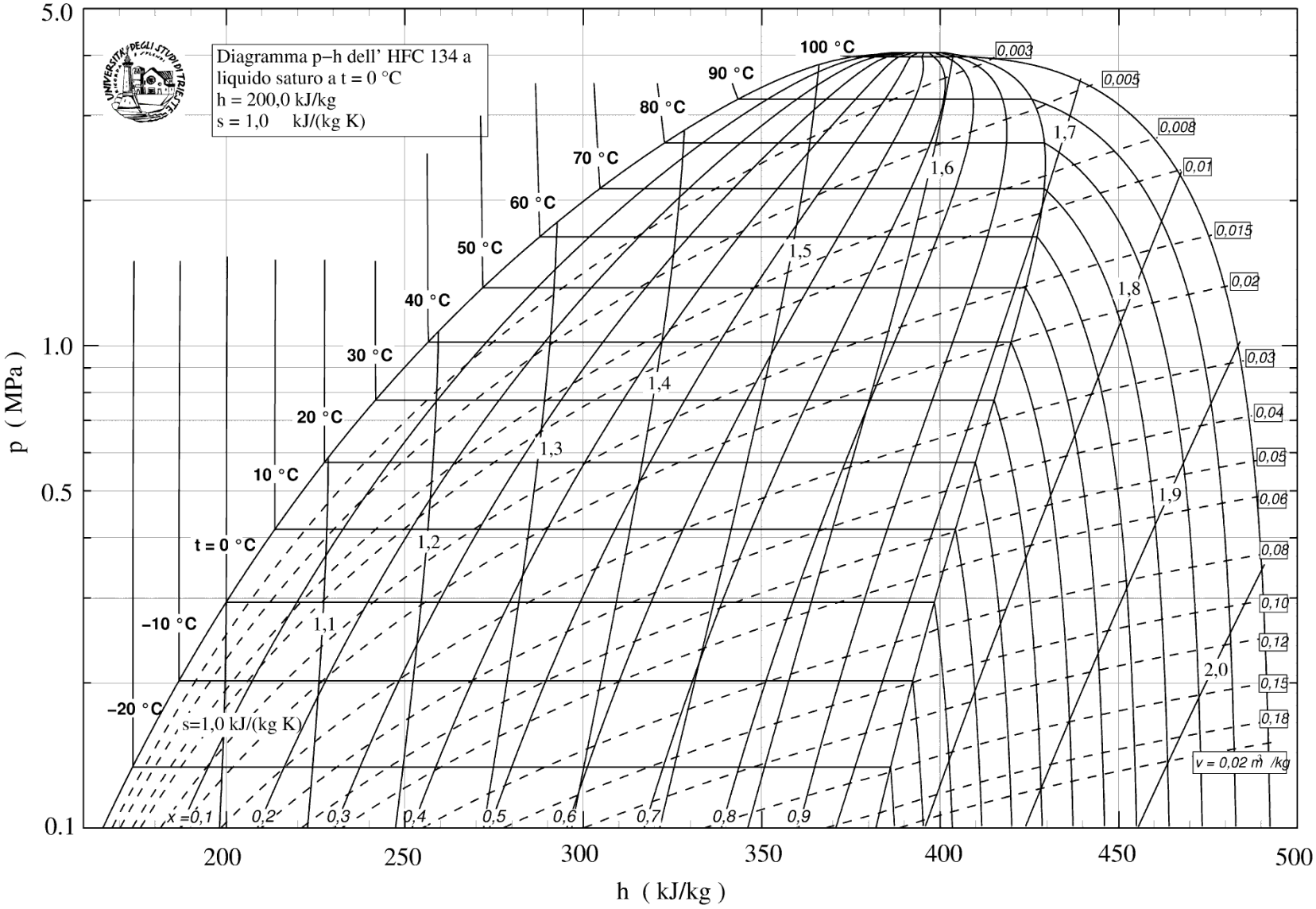
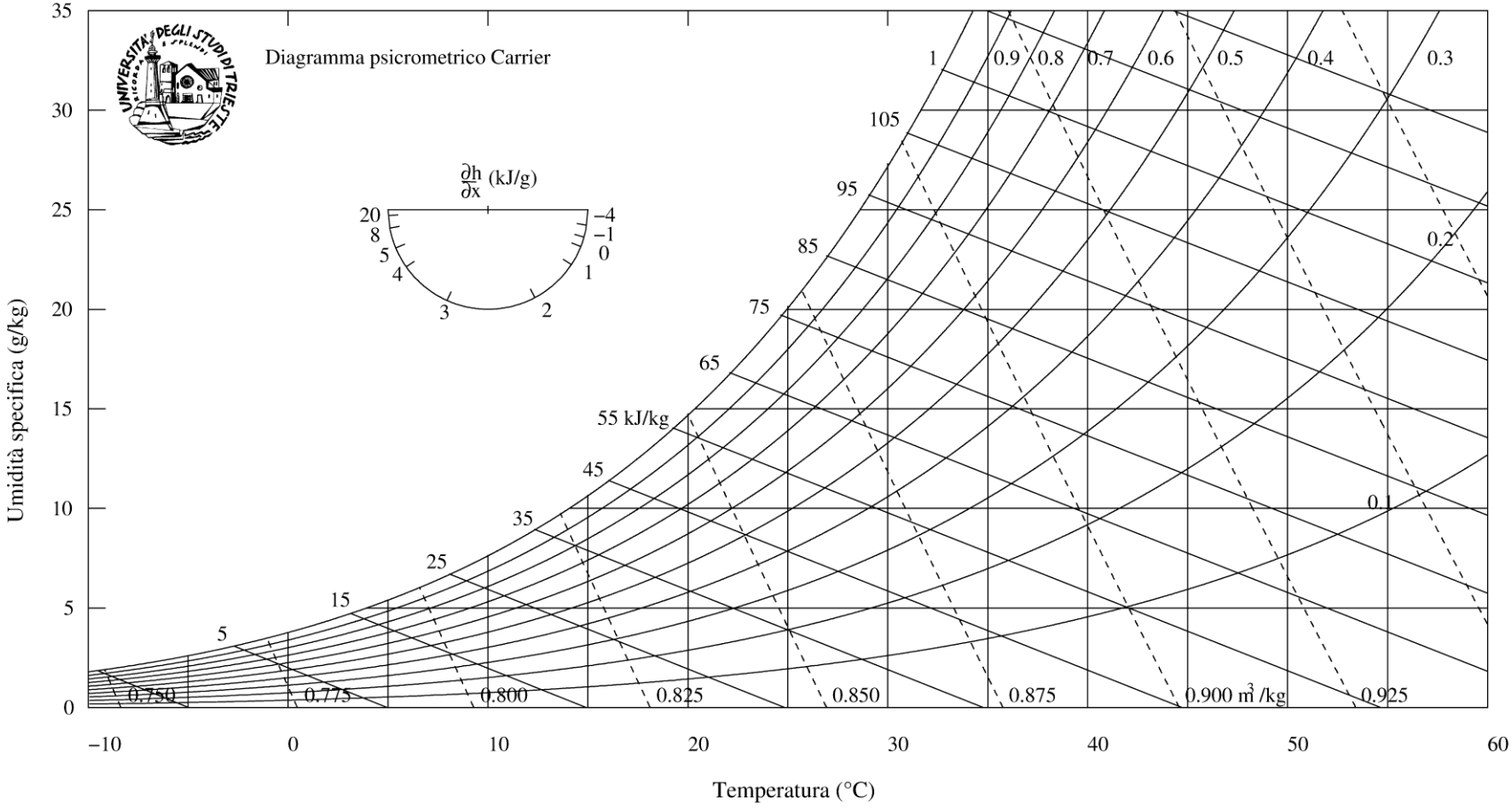


Diagramma p–h dell' HFC 134 a
liquido saturo a t = 0 °C
h = 200,0 kJ/kg
s = 1,0 kJ/(kg K)
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRIESTE
100 °C
90 °C
80 °C
70 °C
60 °C
50 °C
40 °C
30 °C
20 °C
10 °C
t = 0 °C
–10 °C
–20 °C
s=1,0 kJ/(kg K)
1,1
1,2
1,3
1,4
1,5
1,6
1,7
1,8
1,9
2,0
x =0,1
0,2
0,3
0,4
0,5
0,6
0,7
0,8
0,9
0,003
0,005
0,008
0,01
0,015
0,02
0,03
0,04
0,05
0,06
0,08
0,10
0,12
0,15
0,18
v = 0,02 m³ /kg
p (MPa)
5.0
1.0
0.5
0.1
200
250
300
350
400
450
500
h (kJ/kg)

Università degli Studi di Trieste

Dipartimento di Ingegneria Navale del Mare e per l'Ambiente



Appendice 2 : Tabelle delle proprietà dei fluidi

Proprietà dell'R-134a allo stato di liquido saturo

t [^oC]	p [kPa]	ρ [kg/m^3]	c_p [$kJ/(kg\ K)$]	k [$W/(m\ K)$]	α [m^2/s]	μ [$kg/(m\ s)$]	ν [m^2/s]	Pr	$g\beta/\nu^2$ [$1/(m^3\ K)$]
-40	51,21	1418	1,255	0,1106	$6{,}21\ 10^{-8}$	$4{,}72\ 10^{-4}$	$3{,}33\ 10^{-7}$	5,36	$1{,}87\ 10^{11}$
-35	66,14	1403	1,264	0,1082	$6{,}10\ 10^{-8}$	$4{,}38\ 10^{-4}$	$3{,}12\ 10^{-7}$	5,11	$2{,}16\ 10^{11}$
-30	84,38	1388	1,273	0,1058	$5{,}99\ 10^{-8}$	$4{,}07\ 10^{-4}$	$2{,}93\ 10^{-7}$	4,89	$2{,}47\ 10^{11}$
-25	106,4	1373	1,283	0,1034	$5{,}87\ 10^{-8}$	$3{,}79\ 10^{-4}$	$2{,}76\ 10^{-7}$	4,70	$2{,}82\ 10^{11}$
-20	132,7	1358	1,293	0,1011	$5{,}76\ 10^{-8}$	$3{,}53\ 10^{-4}$	$2{,}60\ 10^{-7}$	4,51	$3{,}21\ 10^{11}$
-15	163,9	1343	1,304	0,0988	$5{,}64\ 10^{-8}$	$3{,}30\ 10^{-4}$	$2{,}46\ 10^{-7}$	4,35	$3{,}63\ 10^{11}$
-10	200,6	1327	1,316	0,0965	$5{,}53\ 10^{-8}$	$3{,}09\ 10^{-4}$	$2{,}33\ 10^{-7}$	4,21	$4{,}37\ 10^{11}$
-5	243,3	1311	1,328	0,0942	$5{,}41\ 10^{-8}$	$2{,}90\ 10^{-4}$	$2{,}21\ 10^{-7}$	4,07	$4{,}92\ 10^{11}$
0	292,8	1295	1,341	0,0920	$5{,}30\ 10^{-8}$	$2{,}71\ 10^{-4}$	$2{,}09\ 10^{-7}$	3,95	$5{,}53\ 10^{11}$
5	349,7	1278	1,355	0,0898	$5{,}19\ 10^{-8}$	$2{,}54\ 10^{-4}$	$1{,}99\ 10^{-7}$	3,84	$6{,}59\ 10^{11}$
10	414,6	1261	1,370	0,0876	$5{,}07\ 10^{-8}$	$2{,}38\ 10^{-4}$	$1{,}89\ 10^{-7}$	3,73	$7{,}38\ 10^{11}$
15	488,4	1243	1,387	0,0854	$4{,}95\ 10^{-8}$	$2{,}24\ 10^{-4}$	$1{,}80\ 10^{-7}$	3,64	$8{,}73\ 10^{11}$
20	571,7	1225	1,405	0,0833	$4{,}84\ 10^{-8}$	$2{,}11\ 10^{-4}$	$1{,}72\ 10^{-7}$	3,55	$9{,}74\ 10^{11}$
25	665,4	1207	1,425	0,0811	$4{,}72\ 10^{-8}$	$1{,}98\ 10^{-4}$	$1{,}64\ 10^{-7}$	3,48	$1{,}09\ 10^{12}$
30	770,2	1187	1,446	0,0790	$4{,}60\ 10^{-8}$	$1{,}86\ 10^{-4}$	$1{,}57\ 10^{-7}$	3,4	$1{,}35\ 10^{12}$
35	887	1168	1,471	0,0769	$4{,}48\ 10^{-8}$	$1{,}74\ 10^{-4}$	$1{,}49\ 10^{-7}$	3,34	$1{,}43\ 10^{12}$
40	1017	1147	1,498	0,0747	$4{,}35\ 10^{-8}$	$1{,}63\ 10^{-4}$	$1{,}42\ 10^{-7}$	3,28	$1{,}77\ 10^{12}$
45	1160	1125	1,530	0,0726	$4{,}22\ 10^{-8}$	$1{,}53\ 10^{-4}$	$1{,}36\ 10^{-7}$	3,23	$2{,}07\ 10^{12}$
50	1318	1102	1,566	0,0704	$4{,}08\ 10^{-8}$	$1{,}43\ 10^{-4}$	$1{,}30\ 10^{-7}$	3,18	$2{,}43\ 10^{12}$
55	1492	1078	1,609	0,0683	$3{,}94\ 10^{-8}$	$1{,}34\ 10^{-4}$	$1{,}24\ 10^{-7}$	3,15	$2{,}85\ 10^{12}$
60	1682	1053	1,660	0,0661	$3{,}78\ 10^{-8}$	$1{,}24\ 10^{-4}$	$1{,}18\ 10^{-7}$	3,12	$3{,}35\ 10^{12}$
65	1890	1026	1,723	0,0639	$3{,}61\ 10^{-8}$	$1{,}15\ 10^{-4}$	$1{,}12\ 10^{-7}$	3,11	$4{,}10\ 10^{12}$
70	2117	996	1,804	0,0617	$3{,}43\ 10^{-8}$	$1{,}07\ 10^{-4}$	$1{,}07\ 10^{-7}$	3,11	$5{,}14\ 10^{12}$
75	2364	964	1,911	0,0594	$3{,}22\ 10^{-8}$	$9{,}74\ 10^{-5}$	$1{,}01\ 10^{-7}$	3,14	$6{,}36\ 10^{12}$
80	2633	928	2,065	0,0572	$2{,}98\ 10^{-8}$	$8{,}90\ 10^{-5}$	$9{,}59\ 10^{-8}$	3,22	$8{,}25\ 10^{12}$

Proprietà dell'acqua allo stato di liquido saturo

t [^oC]	p [kpa]	ρ [kg/m^3]	c_p [$kJ/(kg\ K)$]	k [$W/(m\ K)$]	α [m^2/s]	μ [$kg/(m\ s)$]	ν [m^2/s]	Pr	$g\beta/\nu^2$ [$1/(m^3\ K)$]
0	0,611	1000	4,217	0,569	$1,35\ 10^{-7}$	$1,75\ 10^{-3}$	$1,75\ 10^{-6}$	12,97	$-2,18\ 10^{8}$
5	0,882	1000	4,203	0,579	$1,38\ 10^{-7}$	$1,51\ 10^{-3}$	$1,51\ 10^{-6}$	10,94	$7,30\ 10^{7}$
10	1,240	1000	4,192	0,587	$1,40\ 10^{-7}$	$1,30\ 10^{-3}$	$1,30\ 10^{-6}$	9,27	$5,18\ 10^{8}$
15	1,721	999	4,186	0,595	$1,42\ 10^{-7}$	$1,13\ 10^{-3}$	$1,13\ 10^{-6}$	7,98	$1,16\ 10^{9}$
20	2,358	998	4,182	0,603	$1,44\ 10^{-7}$	$1,00\ 10^{-3}$	$1,01\ 10^{-6}$	6,96	$2,01\ 10^{9}$
25	3,193	997	4,180	0,610	$1,46\ 10^{-7}$	$8,94\ 10^{-4}$	$8,96\ 10^{-7}$	6,12	$3,16\ 10^{9}$
30	4,275	996	4,178	0,617	$1,48\ 10^{-7}$	$8,01\ 10^{-4}$	$8,04\ 10^{-7}$	5,42	$4,61\ 10^{9}$
35	5,663	994	4,178	0,625	$1,51\ 10^{-7}$	$7,22\ 10^{-4}$	$7,27\ 10^{-7}$	4,83	$6,43\ 10^{9}$
40	7,425	992	4,179	0,632	$1,52\ 10^{-7}$	$6,55\ 10^{-4}$	$6,60\ 10^{-7}$	4,33	$8,69\ 10^{9}$
45	9,643	990	4,180	0,638	$1,54\ 10^{-7}$	$5,97\ 10^{-4}$	$6,03\ 10^{-7}$	3,91	$1,14\ 10^{10}$
50	12,41	988	4,181	0,643	$1,56\ 10^{-7}$	$5,46\ 10^{-4}$	$5,53\ 10^{-7}$	3,55	$1,47\ 10^{10}$
55	15,83	985	4,190	0,648	$1,57\ 10^{-7}$	$5,03\ 10^{-4}$	$5,11\ 10^{-7}$	3,25	$1,85\ 10^{10}$
60	20,01	983	4,189	0,654	$1,59\ 10^{-7}$	$4,66\ 10^{-4}$	$4,74\ 10^{-7}$	2,99	$2,28\ 10^{10}$
65	25,11	981	4,187	0,658	$1,60\ 10^{-7}$	$4,32\ 10^{-4}$	$4,41\ 10^{-7}$	2,75	$2,80\ 10^{10}$
70	31,28	978	4,190	0,665	$1,62\ 10^{-7}$	$4,01\ 10^{-4}$	$4,10\ 10^{-7}$	2,52	$3,42\ 10^{10}$
75	38,70	975	4,194	0,668	$1,63\ 10^{-7}$	$3,74\ 10^{-4}$	$3,84\ 10^{-7}$	2,35	$4,09\ 10^{10}$
80	47,53	972	4,198	0,670	$1,64\ 10^{-7}$	$3,51\ 10^{-4}$	$3,61\ 10^{-7}$	2,20	$4,83\ 10^{10}$
85	57,99	969	4,202	0,673	$1,65\ 10^{-7}$	$3,31\ 10^{-4}$	$3,42\ 10^{-7}$	2,07	$5,72\ 10^{10}$
90	70,31	965	4,207	0,676	$1,67\ 10^{-7}$	$3,13\ 10^{-4}$	$3,24\ 10^{-7}$	1,95	$6,57\ 10^{10}$
95	84,75	962	4,212	0,678	$1,67\ 10^{-7}$	$2,95\ 10^{-4}$	$3,07\ 10^{-7}$	1,83	$7,50\ 10^{10}$
100	101,3	958	4,217	0,680	$1,68\ 10^{-7}$	$2,79\ 10^{-4}$	$2,91\ 10^{-7}$	1,73	$8,67\ 10^{10}$
105	121,1	955	4,224	0,682	$1,69\ 10^{-7}$	$2,65\ 10^{-4}$	$2,78\ 10^{-7}$	1,64	$9,97\ 10^{10}$
110	143,6	951	4,230	0,684	$1,70\ 10^{-7}$	$2,52\ 10^{-4}$	$2,65\ 10^{-7}$	1,56	$1,13\ 10^{11}$
115	169,4	947	4,236	0,685	$1,71\ 10^{-7}$	$2,41\ 10^{-4}$	$2,55\ 10^{-7}$	1,49	$1,26\ 10^{11}$
120	200,2	943	4,244	0,687	$1,72\ 10^{-7}$	$2,31\ 10^{-4}$	$2,45\ 10^{-7}$	1,43	$1,41\ 10^{11}$
125	233,3	939	4,253	0,687	$1,72\ 10^{-7}$	$2,21\ 10^{-4}$	$2,35\ 10^{-7}$	1,37	$1,57\ 10^{11}$
130	272,2	934	4,263	0,688	$1,73\ 10^{-7}$	$2,12\ 10^{-4}$	$2,26\ 10^{-7}$	1,31	$1,75\ 10^{11}$
135	314,5	930	4,274	0,688	$1,73\ 10^{-7}$	$2,03\ 10^{-4}$	$2,18\ 10^{-7}$	1,26	$1,94\ 10^{11}$
140	363,8	926	4,286	0,688	$1,73\ 10^{-7}$	$1,95\ 10^{-4}$	$2,11\ 10^{-7}$	1,22	$2,14\ 10^{11}$
145	417,2	921	4,298	0,688	$1,74\ 10^{-7}$	$1,88\ 10^{-4}$	$2,04\ 10^{-7}$	1,17	$2,36\ 10^{11}$
150	478,9	916	4,311	0,687	$1,74\ 10^{-7}$	$1,81\ 10^{-4}$	$1,98\ 10^{-7}$	1,14	$2,55\ 10^{11}$
155	545,3	912	4,326	0,686	$1,74\ 10^{-7}$	$1,75\ 10^{-4}$	$1,92\ 10^{-7}$	1,11	$2,82\ 10^{11}$
160	621,4	907	4,340	0,684	$1,74\ 10^{-7}$	$1,70\ 10^{-4}$	$1,87\ 10^{-7}$	1,08	$3,02\ 10^{11}$
165	703,1	903	4,355	0,683	$1,74\ 10^{-7}$	$1,64\ 10^{-4}$	$1,82\ 10^{-7}$	1,05	$3,30\ 10^{11}$
170	795,9	898	4,373	0,681	$1,73\ 10^{-7}$	$1,59\ 10^{-4}$	$1,77\ 10^{-7}$	1,02	$3,58\ 10^{11}$
175	895,2	892	4,393	0,678	$1,73\ 10^{-7}$	$1,54\ 10^{-4}$	$1,72\ 10^{-7}$	1,00	$3,93\ 10^{11}$
180	1007	887	4,413	0,676	$1,73\ 10^{-7}$	$1,49\ 10^{-4}$	$1,68\ 10^{-7}$	0,97	$4,28\ 10^{11}$
185	1127	882	4,433	0,674	$1,72\ 10^{-7}$	$1,45\ 10^{-4}$	$1,64\ 10^{-7}$	0,95	$4,63\ 10^{11}$
190	1260	876	4,453	0,671	$1,72\ 10^{-7}$	$1,41\ 10^{-4}$	$1,61\ 10^{-7}$	0,93	$4,90\ 10^{11}$
195	1402	870	4,473	0,668	$1,72\ 10^{-7}$	$1,37\ 10^{-4}$	$1,58\ 10^{-7}$	0,92	$5,17\ 10^{11}$
200	1561	865	4,496	0,665	$1,71\ 10^{-7}$	$1,34\ 10^{-4}$	$1,55\ 10^{-7}$	0,90	$5,73\ 10^{11}$

Proprietà dell’ammoniaca allo stato di liquido saturo

t [^oC]	ρ [kg/m^3]	c_p [$kJ/(kg\ K)$]	k [$W/(m\ K)$]	α [m^2/s]	μ [$kg/(m\ s)$]	ν [m^2/s]	Pr	$g\beta/\nu^2$ [$1/(m^3\ K)$]
-73	728	4,227	0,803	$2{,}61\ 10^{-7}$	$5{,}07\ 10^{-4}$	$6{,}967\ 10^{-7}$	2,67	$2{,}97\ 10^{10}$
-53	706	4,342	0,733	$2{,}39\ 10^{-7}$	$3{,}4710^{-4}$	$4{,}912\ 10^{-7}$	2,05	$6{,}71\ 10^{10}$
-33	682	4,488	0,665	$2{,}19\ 10^{-7}$	$2{,}5510^{-4}$	$3{,}738\ 10^{-7}$	1,70	$1{,}28\ 10^{11}$
-13	656	4,548	0,600	$2{,}01\ 10^{-7}$	$1{,}9710^{-4}$	$3{,}007\ 10^{-7}$	1,50	$2{,}18\ 10^{11}$
7	629	4,656	0,539	$1{,}84\ 10^{-7}$	$1{,}5810^{-4}$	$2{,}514\ 10^{-7}$	1,37	$3{,}49\ 10^{11}$
27	600	4,8	0,480	$1{,}67\ 10^{-7}$	$1{,}2910^{-4}$	$2{,}156\ 10^{-7}$	1,29	$5{,}44\ 10^{11}$
47	568	5,018	0,425	$1{,}49\ 10^{-7}$	$1{,}0710^{-4}$	$1{,}882\ 10^{-7}$	1,26	$8{,}48\ 10^{11}$
67	532	5,385	0,372	$1{,}30\ 10^{-7}$	$8{,}8510^{-5}$	$1{,}663\ 10^{-7}$	1,28	$1{,}37\ 10^{12}$
87	490	6,082	0,319	$1{,}07\ 10^{-7}$	$7{,}2810^{-5}$	$1{,}485\ 10^{-7}$	1,39	$2{,}41\ 10^{12}$
107	436	7,818	0,267	$7{,}82\ 10^{-8}$	$5{,}8310^{-5}$	$1{,}337\ 10^{-7}$	1,71	$5{,}22\ 10^{12}$
127	345	22,728	0,216	$2{,}75\ 10^{-8}$	$4{,}1910^{-5}$	$1{,}214\ 10^{-7}$	4,40	$3{,}24\ 10^{13}$

Proprietà dell'R-134a allo stato di vapore saturo

t [^oC]	p [kPa]	ρ [kg/m^3]	c_p [$kJ/(kg\ K)$]	k [$W/(m\ K)$]	α [m^2/s]	μ [$kg/(m\ s)$]	ν [m^2/s]	Pr	$g\beta/\nu^2$ [$1/(m^3\ K)$]
-40	51,21	2,769	0,749	0,0082	$3,95\ 10^{-6}$	$9,11\ 10^{-6}$	$3,29\ 10^{-6}$	0,84	$3,88\ 10^{9}$
-35	66,14	3,521	0,765	0,0086	$3,19\ 10^{-6}$	$9,33\ 10^{-6}$	$2,65\ 10^{-6}$	0,83	$5,88\ 10^{9}$
-30	84,38	4,426	0,781	0,0090	$2,60\ 10^{-6}$	$9,52\ 10^{-6}$	$2,15\ 10^{-6}$	0,83	$8,72\ 10^{9}$
-25	106,4	5,506	0,798	0,0094	$2,14\ 10^{-6}$	$9,75\ 10^{-6}$	$1,77\ 10^{-6}$	0,83	$1,27\ 10^{10}$
-20	132,7	6,784	0,816	0,0098	$1,77\ 10^{-6}$	$9,90\ 10^{-6}$	$1,46\ 10^{-6}$	0,82	$1,81\ 10^{10}$
-15	163,9	8,287	0,835	0,0102	$1,47\ 10^{-6}$	$1,01\ 10^{-5}$	$1,22\ 10^{-6}$	0,83	$2,54\ 10^{10}$
-10	200,6	10,04	0,854	0,0107	$1,25\ 10^{-6}$	$1,03\ 10^{-5}$	$1,03\ 10^{-6}$	0,83	$3,52\ 10^{10}$
-5	243,3	12,08	0,875	0,0111	$1,05\ 10^{-6}$	$1,05\ 10^{-5}$	$8,72\ 10^{-7}$	0,83	$4,82\ 10^{10}$
0	292,8	14,43	0,897	0,0115	$8,88\ 10^{-7}$	$1,07\ 10^{-5}$	$7,44\ 10^{-7}$	0,84	$6,50\ 10^{10}$
5	349,7	17,13	0,921	0,0120	$7,61\ 10^{-7}$	$1,09\ 10^{-5}$	$6,39\ 10^{-7}$	0,84	$8,65\ 10^{10}$
10	414,6	20,23	0,946	0,0124	$6,48\ 10^{-7}$	$1,11\ 10^{-5}$	$5,51\ 10^{-7}$	0,85	$1,14\ 10^{11}$
15	488,4	23,76	0,972	0,0129	$5,59\ 10^{-7}$	$1,14\ 10^{-5}$	$4,78\ 10^{-7}$	0,86	$1,49\ 10^{11}$
20	571,7	27,78	1,001	0,0133	$4,78\ 10^{-7}$	$1,16\ 10^{-5}$	$4,17\ 10^{-7}$	0,87	$1,93\ 10^{11}$
25	665,4	32,35	1,032	0,0138	$4,13\ 10^{-7}$	$1,18\ 10^{-5}$	$3,65\ 10^{-7}$	0,88	$2,47\ 10^{11}$
30	770,2	37,54	1,065	0,0143	$3,58\ 10^{-7}$	$1,21\ 10^{-5}$	$3,21\ 10^{-7}$	0,89	$3,15\ 10^{11}$
35	887	43,42	1,103	0,0149	$3,11\ 10^{-7}$	$1,23\ 10^{-5}$	$2,83\ 10^{-7}$	0,91	$3,98\ 10^{11}$
40	1017	50,09	1,145	0,0154	$2,69\ 10^{-7}$	$1,26\ 10^{-5}$	$2,51\ 10^{-7}$	0,93	$4,99\ 10^{11}$
45	1160	57,66	1,192	0,0161	$2,34\ 10^{-7}$	$1,28\ 10^{-5}$	$2,22\ 10^{-7}$	0,95	$6,24\ 10^{11}$
50	1318	66,27	1,246	0,0167	$2,02\ 10^{-7}$	$1,31\ 10^{-5}$	$1,98\ 10^{-7}$	0,98	$7,75\ 10^{11}$
55	1492	76,10	1,310	0,0175	$1,76\ 10^{-7}$	$1,35\ 10^{-5}$	$1,77\ 10^{-7}$	1,01	$9,59\ 10^{11}$
60	1682	87,38	1,387	0,0183	$1,51\ 10^{-7}$	$1,38\ 10^{-5}$	$1,58\ 10^{-7}$	1,04	$1,18\ 10^{11}$
65	1890	100,4	1,482	0,0193	$1,30\ 10^{-7}$	$1,42\ 10^{-5}$	$1,41\ 10^{-7}$	1,09	$1,45\ 10^{11}$
70	2117	115,6	1,605	0,0205	$1,10\ 10^{-7}$	$1,47\ 10^{-5}$	$1,27\ 10^{-7}$	1,15	$1,78\ 10^{11}$
75	2364	133,5	1,771	0,0219	$9,26\ 10^{-8}$	$1,52\ 10^{-5}$	$1,14\ 10^{-7}$	1,23	$2,18\ 10^{11}$
80	2633	155,1	2,012	0,0237	$7,59\ 10^{-8}$	$1,58\ 10^{-5}$	$1,02\ 10^{-7}$	1,34	$2,66\ 10^{11}$

Proprietà dell'aria a pressione atmosferica (1,013 *bar*)

t [^oC]	ρ [kg/m^3]	c_p [$kJ/(kg\ K)$]	k [$W/(m\ K)$]	α [m^2/s]	μ [$kg/(m\ s)$]	ν [m^2/s]	Pr	$g\beta/\nu^2$ [$1/(m^3\ K)$]
-50	1,583	1,007	0,0200	$1{,}26\ 10^{-5}$	$1{,}45\ 10^{-5}$	$9{,}16\ 10^{-6}$	0,729	$5{,}24\ 10^{8}$
-40	1,513	1,006	0,0209	$1{,}37\ 10^{-5}$	$1{,}51\ 10^{-5}$	$9{,}95\ 10^{-6}$	0,725	$4{,}25\ 10^{8}$
-30	1,443	1,006	0,0217	$1{,}50\ 10^{-5}$	$1{,}56\ 10^{-5}$	$1{,}08\ 10^{-5}$	0,722	$3{,}46\ 10^{8}$
-20	1,380	1,006	0,0226	$1{,}62\ 10^{-5}$	$1{,}61\ 10^{-5}$	$1{,}17\ 10^{-5}$	0,719	$2{,}84\ 10^{8}$
-10	1,333	1,006	0,0234	$1{,}74\ 10^{-5}$	$1{,}66\ 10^{-5}$	$1{,}25\ 10^{-5}$	0,716	$2{,}40\ 10^{8}$
0	1,287	1,006	0,0242	$1{,}87\ 10^{-5}$	$1{,}71\ 10^{-5}$	$1{,}33\ 10^{-5}$	0,713	$2{,}03\ 10^{8}$
10	1,240	1,007	0,0250	$2{,}00\ 10^{-5}$	$1{,}76\ 10^{-5}$	$1{,}42\ 10^{-5}$	0,711	$1{,}72\ 10^{8}$
20	1,193	1,007	0,0258	$2{,}14\ 10^{-5}$	$1{,}81\ 10^{-5}$	$1{,}52\ 10^{-5}$	0,709	$1{,}45\ 10^{8}$
30	1,151	1,007	0,0265	$2{,}29\ 10^{-5}$	$1{,}86\ 10^{-5}$	$1{,}62\ 10^{-5}$	0,706	$1{,}24\ 10^{8}$
40	1,118	1,008	0,0273	$2{,}42\ 10^{-5}$	$1{,}91\ 10^{-5}$	$1{,}71\ 10^{-5}$	0,705	$1{,}08\ 10^{8}$
50	1,084	1,008	0,0280	$2{,}56\ 10^{-5}$	$1{,}96\ 10^{-5}$	$1{,}80\ 10^{-5}$	0,704	$9{,}33\ 10^{7}$
60	1,051	1,008	0,0288	$2{,}71\ 10^{-5}$	$2{,}00\ 10^{-5}$	$1{,}90\ 10^{-5}$	0,702	$8{,}12\ 10^{7}$
70	1,018	1,009	0,0295	$2{,}87\ 10^{-5}$	$2{,}05\ 10^{-5}$	$2{,}01\ 10^{-5}$	0,701	$7{,}05\ 10^{7}$
80	0,987	1,009	0,0302	$3{,}04\ 10^{-5}$	$2{,}10\ 10^{-5}$	$2{,}12\ 10^{-5}$	0,699	$6{,}16\ 10^{7}$
90	0,962	1,010	0,0310	$3{,}19\ 10^{-5}$	$2{,}14\ 10^{-5}$	$2{,}22\ 10^{-5}$	0,697	$5{,}46\ 10^{7}$
100	0,938	1,011	0,0318	$3{,}35\ 10^{-5}$	$2{,}18\ 10^{-5}$	$2{,}33\ 10^{-5}$	0,695	$4{,}85\ 10^{7}$
110	0,913	1,012	0,0325	$3{,}52\ 10^{-5}$	$2{,}23\ 10^{-5}$	$2{,}44\ 10^{-5}$	0,693	$4{,}30\ 10^{7}$
120	0,888	1,013	0,0333	$3{,}70\ 10^{-5}$	$2{,}27\ 10^{-5}$	$2{,}56\ 10^{-5}$	0,691	$3{,}82\ 10^{7}$
130	0,865	1,014	0,0340	$3{,}88\ 10^{-5}$	$2{,}31\ 10^{-5}$	$2{,}68\ 10^{-5}$	0,690	$3{,}40\ 10^{7}$
140	0,846	1,016	0,0347	$4{,}04\ 10^{-5}$	$2{,}36\ 10^{-5}$	$2{,}79\ 10^{-5}$	0,689	$3{,}06\ 10^{7}$
150	0,826	1,017	0,0354	$4{,}22\ 10^{-5}$	$2{,}40\ 10^{-5}$	$2{,}90\ 10^{-5}$	0,688	$2{,}76\ 10^{7}$
200	0,738	1,025	0,0389	$5{,}14\ 10^{-5}$	$2{,}60\ 10^{-5}$	$3{,}52\ 10^{-5}$	0,685	$1{,}67\ 10^{7}$
250	0,667	1,035	0,0422	$6{,}11\ 10^{-5}$	$2{,}79\ 10^{-5}$	$4{,}18\ 10^{-5}$	0,684	$1{,}07\ 10^{7}$
300	0,609	1,045	0,0453	$7{,}12\ 10^{-5}$	$2{,}97\ 10^{-5}$	$4{,}87\ 10^{-5}$	0,684	$7{,}21\ 10^{6}$
350	0,560	1,057	0,0482	$8{,}15\ 10^{-5}$	$3{,}14\ 10^{-5}$	$5{,}60\ 10^{-5}$	0,687	$5{,}02\ 10^{6}$
400	0,518	1,069	0,0510	$9{,}20\ 10^{-5}$	$3{,}30\ 10^{-5}$	$6{,}37\ 10^{-5}$	0,692	$3{,}59\ 10^{6}$
450	0,482	1,081	0,0536	$1{,}03\ 10^{-4}$	$3{,}46\ 10^{-5}$	$7{,}18\ 10^{-5}$	0,699	$2{,}63\ 10^{6}$
500	0,451	1,093	0,0560	$1{,}14\ 10^{-4}$	$3{,}62\ 10^{-5}$	$8{,}02\ 10^{-5}$	0,706	$1{,}97\ 10^{6}$
550	0,424	1,104	0,0584	$1{,}25\ 10^{-4}$	$3{,}77\ 10^{-5}$	$8{,}89\ 10^{-5}$	0,712	$1{,}51\ 10^{6}$
600	0,399	1,115	0,0607	$1{,}3610^{-4}$	$3{,}91\ 10^{-5}$	$9{,}79\ 10^{-5}$	0,718	$1{,}17\ 10^{6}$
650	0,377	1,126	0,0631	$1{,}48\ 10^{-4}$	$4{,}04\ 10^{-5}$	$1{,}07\ 10^{-4}$	0,722	$9{,}26\ 10^{5}$
700	0,358	1,136	0,0654	$1{,}61\ 10^{-4}$	$4{,}17\ 10^{-5}$	$1{,}17\ 10^{-4}$	0,725	$7{,}42\ 10^{5}$
750	0,341	1,145	0,0678	$1{,}74\ 10^{-4}$	$4{,}30\ 10^{-5}$	$1{,}26\ 10^{-4}$	0,726	$6{,}02\ 10^{5}$
800	0,325	1,154	0,0702	$1{,}87\ 10^{-4}$	$4{,}42\ 10^{-5}$	$1{,}36\ 10^{-4}$	0,727	$4{,}94\ 10^{5}$
850	0,311	1,163	0,0726	$2{,}01\ 10^{-4}$	$4{,}55\ 10^{-5}$	$1{,}46\ 10^{-4}$	0,728	$4{,}07\ 10^{5}$
900	0,297	1,171	0,0750	$2{,}15\ 10^{-4}$	$4{,}67\ 10^{-5}$	$1{,}57\ 10^{-4}$	0,728	$3{,}39\ 10^{5}$
950	0,285	1,178	0,0776	$2{,}31\ 10^{-4}$	$4{,}78\ 10^{-5}$	$1{,}68\ 10^{-4}$	0,726	$2{,}85\ 10^{5}$
1000	0,274	1,185	0,0805	$2{,}48\ 10^{-4}$	$4{,}90\ 10^{-5}$	$1{,}79\ 10^{-4}$	0,721	$2{,}41\ 10^{5}$
1100	0,254	1,202	0,0886	$2{,}90\ 10^{-4}$	$5{,}21\ 10^{-5}$	$2{,}05\ 10^{-4}$	0,707	$1{,}70\ 10^{5}$
1200	0,237	1,224	0,0976	$3{,}37\ 10^{-4}$	$5{,}50\ 10^{-5}$	$2{,}32\ 10^{-4}$	0,690	$1{,}23\ 10^{5}$
1300	0,222	1,243	0,1044	$3{,}79\ 10^{-4}$	$5{,}77\ 10^{-5}$	$2{,}60\ 10^{-4}$	0,687	$9{,}20\ 10^{4}$
1400	0,208	1,262	0,1111	$4{,}23\ 10^{-4}$	$6{,}04\ 10^{-5}$	$2{,}90\ 10^{-4}$	0,686	$6{,}98\ 10^{4}$
1500	0,197	1,281	0,1181	$4{,}69\ 10^{-4}$	$6{,}30\ 10^{-5}$	$3{,}20\ 10^{-4}$	0,683	$5{,}39\ 10^{4}$
1600	0,186	1,301	0,1259	$5{,}20\ 10^{-4}$	$6{,}56\ 10^{-5}$	$3{,}53\ 10^{-4}$	0,678	$4{,}21\ 10^{4}$
1700	0,177	1,329	0,1346	$5{,}73\ 10^{-4}$	$6{,}82\ 10^{-5}$	$3{,}86\ 10^{-4}$	0,673	$3{,}33\ 10^{4}$
1800	0,168	1,363	0,1443	$6{,}30\ 10^{-4}$	$7{,}08\ 10^{-5}$	$4{,}21\ 10^{-4}$	0,669	$2{,}66\ 10^{4}$

1900	0,160	1,405	0,1565	$6{,}95\ 10^{-4}$	$7{,}33\ 10^{-5}$	$4{,}58\ 10^{-4}$	0,658	$2{,}15\ 10^{4}$
2000	0,153	1,462	0,1710	$7{,}63\ 10^{-4}$	$7{,}59\ 10^{-5}$	$4{,}95\ 10^{-4}$	0,649	$1{,}76\ 10^{4}$
2100	0,147	1,537	0,1904	$8{,}46\ 10^{-4}$	$7{,}85\ 10^{-5}$	$5{,}36\ 10^{-4}$	0,634	$1{,}44\ 10^{4}$
2200	0,141	1,636	0,2150	$9{,}35\ 10^{-4}$	$8{,}11\ 10^{-5}$	$5{,}77\ 10^{-4}$	0,617	$1{,}19\ 10^{4}$
2300	0,135	1,820	0,2606	$1{,}06\ 10^{-3}$	$8{,}38\ 10^{-5}$	$6{,}20\ 10^{-4}$	0,585	$9{,}92\ 10^{3}$
2400	0,130	2,032	0,3134	$1{,}19\ 10^{-3}$	$8{,}65\ 10^{-5}$	$6{,}65\ 10^{-4}$	0,561	$8{,}29\ 10^{3}$
2500	0,125	2,245	0,3662	$1{,}30\ 10^{-3}$	$8{,}93\ 10^{-5}$	$7{,}14\ 10^{-4}$	0,547	$6{,}93\ 10^{3}$

Proprietà dell'azoto a pressione atmosferica (1,013 *bar*)

t [^oC]	T [K]	ρ [kg/m^3]	c_p [$kJ/(kg\ K)$]	k [$W/(m\ K)$]	α [m^2/s]	μ [$kg/(m\ s)$]	ν [m^2/s]	Pr	$g\beta/\nu^2$ [$1/(m^3\ K)$]
-173	100	3,484	1,072	0,0099	$2{,}65\ 10^{-6}$	$6{,}79\ 10^{-6}$	$1{,}95\ 10^{-6}$	0,738	$2{,}58\ 10^{10}$
-73	200	1,711	1,043	0,0187	$1{,}05\ 10^{-5}$	$1{,}29\ 10^{-5}$	$7{,}54\ 10^{-6}$	0,720	$8{,}63\ 10^{8}$
27	300	1,138	1,041	0,0260	$2{,}19\ 10^{-5}$	$1{,}80\ 10^{-5}$	$1{,}58\ 10^{-5}$	0,721	$1{,}31\ 10^{8}$
127	400	0,8533	1,044	0,0326	$3{,}66\ 10^{-5}$	$2{,}22\ 10^{-5}$	$2{,}60\ 10^{-5}$	0,711	$3{,}63\ 10^{7}$
227	500	0,6826	1,055	0,0388	$5{,}39\ 10^{-5}$	$2{,}61\ 10^{-5}$	$3{,}82\ 10^{-5}$	0,709	$1{,}34\ 10^{7}$
327	600	0,5688	1,074	0,0448	$7{,}33\ 10^{-5}$	$2{,}95\ 10^{-5}$	$5{,}19\ 10^{-5}$	0,708	$6{,}07\ 10^{6}$
427	700	0,4876	1,096	0,0508	$9{,}51\ 10^{-5}$	$3{,}28\ 10^{-5}$	$6{,}73\ 10^{-5}$	0,708	$3{,}09\ 10^{6}$
527	800	0,4266	1,120	0,0567	$1{,}19\ 10^{-4}$	$3{,}58\ 10^{-5}$	$8{,}39\ 10^{-5}$	0,707	$1{,}74\ 10^{6}$
627	900	0,3792	1,143	0,0624	$1{,}44\ 10^{-4}$	$3{,}87\ 10^{-5}$	$1{,}02\ 10^{-4}$	0,709	$1{,}05\ 10^{6}$
727	1000	0,3413	1,165	0,0680	$1{,}71\ 10^{-4}$	$4{,}16\ 10^{-5}$	$1{,}22\ 10^{-4}$	0,711	$6{,}59\ 10^{5}$
827	1100	0,3103	1,184	0,0735	$2{,}00\ 10^{-4}$	$4{,}41\ 10^{-5}$	$1{,}42\ 10^{-4}$	0,712	$4{,}42\ 10^{5}$
927	1200	0,2844	1,201	0,0788	$2{,}31\ 10^{-4}$	$4{,}66\ 10^{-5}$	$1{,}64\ 10^{-4}$	0,712	$3{,}04\ 10^{5}$
1127	1400	0,2438	1,229	0,0889	$2{,}97\ 10^{-4}$	$5{,}17\ 10^{-5}$	$2{,}12\ 10^{-4}$	0,715	$1{,}56\ 10^{5}$
1327	1600	0,2133	1,250	0,0984	$3{,}69\ 10^{-4}$	$5{,}63\ 10^{-5}$	$2{,}64\ 10^{-4}$	0,715	$8{,}80\ 10^{4}$

Proprietà dell'anidride carbonica a pressione atmosferica (1,013 *bar*)

t [^oC]	T [K]	ρ [kg/m^3]	c_p [$kJ/(kg\ K)$]	k [$W/(m\ K)$]	α [m^2/s]	μ [$kg/(m\ s)$]	ν [m^2/s]	Pr	$g\beta/\nu^2$ [$1/(m^3\ K)$]
-53	220	2,4733	0,783	0,01090	$5{,}63\ 10^{-6}$	$1{,}106\ 10^{-5}$	$4{,}472\ 10^{-6}$	0,795	$2{,}23\ 10^{9}$
-23	250	2,1657	0,804	0,01295	$7{,}44\ 10^{-6}$	$1{,}257\ 10^{-5}$	$5{,}804\ 10^{-6}$	0,780	$1{,}16\ 10^{9}$
27	300	1,7973	0,853	0,01677	$1{,}09\ 10^{-5}$	$1{,}502\ 10^{-5}$	$8{,}357\ 10^{-6}$	0,764	$4{,}68\ 10^{8}$
77	350	1,5362	0,900	0,02092	$1{,}51\ 10^{-5}$	$1{,}741\ 10^{-5}$	$1{,}133\ 10^{-5}$	0,749	$2{,}18\ 10^{8}$
127	400	1,3424	0,942	0,02515	$1{,}99\ 10^{-5}$	$1{,}971\ 10^{-5}$	$1{,}468\ 10^{-5}$	0,738	$1{,}14\ 10^{8}$
177	450	1,1918	0,980	0,02938	$2{,}52\ 10^{-5}$	$2{,}188\ 10^{-5}$	$1{,}836\ 10^{-5}$	0,730	$6{,}47\ 10^{7}$
227	500	1,0732	1,013	0,03354	$3{,}09\ 10^{-5}$	$2{,}402\ 10^{-5}$	$2{,}238\ 10^{-5}$	0,725	$3{,}92\ 10^{7}$
277	550	0,9739	1,047	0,03761	$3{,}69\ 10^{-5}$	$2{,}605\ 10^{-5}$	$2{,}675\ 10^{-5}$	0,725	$2{,}49\ 10^{7}$
327	600	0,8938	1,076	0,04159	$4{,}32\ 10^{-5}$	$2{,}800\ 10^{-5}$	$3{,}133\ 10^{-5}$	0,724	$1{,}67\ 10^{7}$

Proprietà dell'ossigeno a pressione atmosferica (1,013 *bar*)

t [^oC]	T [K]	ρ [kg/m^3]	c_p [$kJ/(kg\ K)$]	k [$W/(m\ K)$]	α [m^2/s]	μ [$kg/(m\ s)$]	ν [m^2/s]	Pr	$g\beta/\nu^2$ [$1/(m^3\ K)$]
-173	100	3,995	0,9356	0,00930	$2{,}49\ 10^{-6}$	$7{,}39\ 10^{-6}$	$1{,}85\ 10^{-6}$	0,743	$2{,}87\ 10^{10}$
-123	150	2,619	0,9198	0,01415	$5{,}87\ 10^{-6}$	$1{,}13\ 10^{-5}$	$4{,}31\ 10^{-6}$	0,733	$3{,}52\ 10^{9}$
-73	200	1,956	0,9146	0,01848	$1{,}03\ 10^{-5}$	$1{,}47\ 10^{-5}$	$7{,}54\ 10^{-6}$	0,730	$8{,}63\ 10^{8}$
-23	250	1,562	0,9150	0,02244	$1{,}57\ 10^{-5}$	$1{,}79\ 10^{-5}$	$1{,}15\ 10^{-5}$	0,729	$2{,}99\ 10^{8}$
27	300	1,301	0,9199	0,02615	$2{,}19\ 10^{-5}$	$2{,}08\ 10^{-5}$	$1{,}60\ 10^{-5}$	0,730	$1{,}29\ 10^{8}$
77	350	1,114	0,9291	0,02974	$2{,}87\ 10^{-5}$	$2{,}34\ 10^{-5}$	$2{,}10\ 10^{-5}$	0,731	$6{,}35\ 10^{7}$
127	400	0,9749	0,9417	0,03324	$3{,}62\ 10^{-5}$	$2{,}59\ 10^{-5}$	$2{,}66\ 10^{-5}$	0,734	$3{,}47\ 10^{7}$
177	450	0,8665	0,9564	0,03670	$4{,}43\ 10^{-5}$	$2{,}83\ 10^{-5}$	$3{,}26\ 10^{-5}$	0,737	$2{,}05\ 10^{7}$
227	500	0,7798	0,9722	0,04010	$5{,}29\ 10^{-5}$	$3{,}05\ 10^{-5}$	$3{,}91\ 10^{-5}$	0,739	$1{,}28\ 10^{7}$
327	600	0,6498	1,003	0,04673	$7{,}17\ 10^{-5}$	$3{,}47\ 10^{-5}$	$5{,}34\ 10^{-5}$	0,745	$5{,}73\ 10^{6}$
427	700	0,5569	1,031	0,05309	$9{,}25\ 10^{-5}$	$3{,}86\ 10^{-5}$	$6{,}93\ 10^{-5}$	0,750	$2{,}92\ 10^{6}$
527	800	0,4873	1,054	0,05915	$1{,}15\ 10^{-4}$	$4{,}23\ 10^{-5}$	$8{,}67\ 10^{-5}$	0,753	$1{,}63\ 10^{6}$
627	900	0,4332	1,073	0,06493	$1{,}40\ 10^{-4}$	$4{,}57\ 10^{-5}$	$1{,}06\ 10^{-4}$	0,757	$9{,}77\ 10^{5}$
727	1000	0,3899	1,089	0,07046	$1{,}66\ 10^{-4}$	$4{,}91\ 10^{-5}$	$1{,}26\ 10^{-4}$	0,759	$6{,}19\ 10^{5}$

BIBLIOGRAFIA

- M.M. Abbot H. C. Van Ness: *Termodinamica*, Collana Schaum, ETAS Libri, Milano, 1992.
- P. W. Atkins: *Il secondo Principio*, Zanichelli, Bologna, 1992.
- A. Boeche A. Cavallini S. Del Giudice: *Problemi di termodinamica applicata*, CLEUP, Padova, 1983.
- A. Cavallini L. Mattarolo : *Termodinamica applicata*, CLEUP, Padova, 1992.
- Alessandro Cocchi : *Elementi di termofisica generale ed applicata*, Società editrice Esculapio, Bologna, 1990.
- Gianni Comini : *Fondamenti di Termodinamica applicata*, SGE, Padova, 2001.
- Gianni Comini : *Misure di temperatura*, CLEUP, Padova, 1973.
- Enrico Fermi : *Termodinamica*, Boringhieri, Torino, 1972.
- B.Halliday R. Resnick : *Fondamenti di Fisica*, Casa Editrice Ambrosiana, Milano, 1984.
- A. Rostagni : *Meccanica, Termodinamica*, Libreria Universitaria G. Randi, Padova, 1957.
- M. V.Zemansky : *Calore e termodinamica*, Zanichelli, Bologna, 1970.
- M. V Zemansky M. M.Abbot H. C. Van Ness: *Fondamenti di termodinamica per ingegneri*, Zanichelli, Bologna, 1982.