HOMEWORK

TEORIA DEI SISTEMI e CONTROLLO OTTIMO

Controllo Ottimo LQ del Quadrotor Parrot® MAMBO

Parte 0: Modello dell'apparato sperimentale

Realizzare un progetto MATLAB-Simulink che includa

- il modello dinamico *non lineare* del quadrotor Parrot® MAMBO,
  - avente come ingressi il modulo del vettore di forza di controllo $\|\mathbf{f}_c\| = F \in \mathbb{R}$ e il vettore di coppia di controllo $\boldsymbol{\tau}_c \in \mathbb{R}^3$ e come uscite la posizione $\mathbf{p} \in \mathbb{R}^3$, l'orientamento $\boldsymbol{\delta} \in \mathbb{R}^3$, la velocità lineare $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^3$ e la velocità angolare $\boldsymbol{\omega} \in \mathbb{R}^3$ del quadrotor;
  - caratterizzato dai seguenti parametri fisici

```
g   =  9.81;                 % [m/s^2]   gravity acceleration
m   =  0.063;                % [kg]      Parrot Mambo mass
Jx  =  0.0582857*1e-03;      % [kg*m^2]  Parrot Mambo inertia on x-axis
Jy  =  0.0716914*1e-03;      % [kg*m^2]  Parrot Mambo inertia on y-axis
Jz  =  0.1*1e-03;            % [kg*m^2]  Parrot Mambo inertia on z-axis
J   =  diag([Jx Jy Jz]);     % [kg*m^2]  Parrot Mambo inertia matrix
```

  ▷ usare un blocco `MATLAB function` e esprimere gli angoli in *radianti*.

- il modello *reale* degli attuatori, tenente conto delle saturazioni;

$$F = \begin{cases} F_{max} = 1.2N & F > F_{max} \\ F & F_{min} \leq F \leq F_{max} \\ F_{min} = 0N & F < F_{min} \end{cases} \qquad \tau_\bullet = \begin{cases} \tau_{max} = 0.02Nm & \tau_\bullet > \tau_{max} \\ \tau_\bullet & \tau_{min} \leq \tau_\bullet \leq \tau_{max} \\ \tau_{min} = -0.02Nm & \tau_\bullet < \tau_{min} \end{cases}$$

  ▷ usare dei blocchi `Saturation` per imporre le saturazioni.

- il controllore in retroazione.

▷ configurare i parametri di simulazione imponendo un `fixed-time step` di $T_s = 1ms$.

Parte 1: Controllore Ottimo LQ

1.1 Prestazioni del controllore ottimo LQ

Realizzare un controllore ottimo LQ in grado di stabilizzare il quadrotor in *condizione di hovering* in posizione $\mathbf{p}_r = [0\ \ 0\ \ 1]^\top$ con orientamento $\boldsymbol{\delta}_r = [0\ \ 0\ \ 0]^\top$ e velocità lineare e angolare nulla, assumendo come condizioni iniziali del quadrotor $\mathbf{p}_0 = \boldsymbol{\delta}_0 = \mathbf{v}_0 = \boldsymbol{\omega}_0 = \mathbf{0}_{3\times 1}$.

Supponendo che l'intero stato del quadrotor sia *accessibile*, si analizzino le prestazioni del controllore LQ in corrispondenza alle seguenti scelte delle matrici $\mathbf{Q}$ e $\mathbf{R}$.

a. $\mathbf{Q} = q \cdot \mathbf{I}_{12\times 12}$ con $q = 10^{-3}$ $\quad\mathbf{R} = r \cdot \mathbf{I}_{4\times 4}$ con $r = 10^{-4}$
b. $\mathbf{Q} = q \cdot \mathbf{I}_{12\times 12}$ con $q = 10^{-2}$ $\quad\mathbf{R} = r \cdot \mathbf{I}_{4\times 4}$ con $r = 10^{-3}$
c. $\mathbf{Q} = q \cdot \mathbf{I}_{12\times 12}$ con $q = 10^{-2}$ $\quad\mathbf{R} = r \cdot \mathbf{I}_{4\times 4}$ con $r = 10^{-6}$
d. $\mathbf{Q} = q \cdot \mathbf{I}_{12\times 12}$ con $q = 10^{-2}$ $\quad\mathbf{R} = r \cdot \mathbf{I}_{4\times 4}$ con $r = 10^{2}$
e. $\mathbf{Q} = \text{diag}\left(10^{0} \cdot \mathbf{I}_{3\times 3},\, \mathbf{0}_{3\times 3},\, 10^{-2} \cdot \mathbf{I}_{3\times 3},\, \mathbf{0}_{3\times 3}\right)$ $\quad\mathbf{R} = r \cdot \mathbf{I}_{4\times 4}$ con $r = 10^{0}$
f. $\mathbf{Q} = \text{diag}\left(10^{-2} \cdot \mathbf{I}_{3\times 3},\, \mathbf{0}_{3\times 3},\, 10^{0} \cdot \mathbf{I}_{3\times 3},\, \mathbf{0}_{3\times 3}\right)$ $\quad\mathbf{R} = r \cdot \mathbf{I}_{4\times 4}$ con $r = 10^{0}$
g. [EXTRA] $\mathbf{Q}, \mathbf{R}$ scelte in modo da ottimizzare ulteriormente le prestazioni.

Nel dettaglio, si richiede di confrontare gli andamenti dei segnali di posizione $\mathbf{p} \in \mathbb{R}^3$ (e, eventualmente, orientamento $\boldsymbol{\delta} \in \mathbb{R}^3$) rispetto ai riferimenti in ingresso al controllore e gli andamenti dei segnali di controllo $F \in \mathbb{R}$ (e, eventualmente, $\boldsymbol{\tau}_c \in \mathbb{R}^3$) in uscita dal controllore - e in ingresso alla dinamica del quadrotor.

Le prove vanno effettuate in condizioni di

i. **attuazione ideale**: considerando il modello *ideale* degli attuatori (privo delle saturazioni),

ii. **attuazione reale**: considerando il modello *reale* degli attuatori (includendo le saturazioni).

▷ usare la funzione lqr($\mathbf{F}$, $\mathbf{G}$, $\mathbf{Q}$, $\mathbf{R}$) con $\mathbf{F}$, $\mathbf{G}$ matrici del sistema linearizzato per calcolare la matrice di retroazione $\mathbf{K}_\infty^\star$ e graficare gli andamenti degli angoli (ϕ, θ, ψ) esprimendoli in *gradi*.

▷ configurare i parametri di simulazione imponendo un `Stop time` di $T_f = 30s$.

1.2 Confronto con controllore PID

Assumendo che l'intero stato del quadrotor sia accessibile e considerando il modello *reale* degli attuatori, realizzare un controllore PID in grado di stabilizzare il quadrotor in *condizione di hovering* in posizione $\mathbf{p}_r = [0\ \ 0\ \ 1]^\top$ con orientamento $\boldsymbol{\delta}_r = [0\ \ 0\ \ 0]^\top$ e velocità lineare e angolare nulla, a partire dalla condizione iniziale $\mathbf{p}_0 = \boldsymbol{\delta}_0 = \mathbf{v}_0 = \boldsymbol{\omega}_0 = \mathbf{0}_{3\times 1}$.

Confrontare le prestazioni del controllore PID progettato con le prestazioni del miglior controllore ottimo LQ, eseguendo le prove in condizioni di *attuazione reale*. Si noti che il tuning dei parametri del controllore PID va eseguito in modo tale da confrontare i due regolatori in termini di sforzo di controllo/prestazioni dinamiche a partità di prestazioni dinamiche/sforzo di controllo.

1.3 Validazione del controllore ottimo LQ in ambiente virtuale

Testare nel framework Simulink Parrot® Mambo (progetto `mambo_idealsensing`) le prestazioni del miglior controllore ottimo LQ.

Confrontare i risultati ottenuti in ambiente virtuale con le prove eseguite precedentemente in condizioni di *attuazione reale*.

▷ per aprire il progetto `mambo4coa_idealsensing` è necessario aver installato MATLAB 2021b possibilimente aggiornato all'Update 2 (`Add-Ons` > `Manage Add-Ons` > `Updates`) o MATLAB 2022a, Simulink, Simulink Support Package for Parrot Minidrones, Aerospace Blockset Aerospace Toolbox, Control System Toolbox, Signal Processing Toolbox, Simulink 3-D Animation (`Add-Ons` > `Get Add-Ons`). Il progetto si apre cliccando due volte sul file *.prj*. Prima di utilizzare lo schema Simulink contenuto nel progetto è necessario inizializzare la matrice di retroazione nel workspace di MATLAB: per calcolare la matrice $\mathbf{K}_\infty^\star$ usare la funzione lqr($\bar{\mathbf{F}}$, $\mathbf{G}$, $\mathbf{Q}$, $\mathbf{R}$) con $\bar{\mathbf{F}}$ tale che $\bar{\mathbf{F}}_{32} = -\mathbf{F}_{32}$.