



METODI DI ANALISI DELLE STRUTTURE ESISTENTI IN MURATURA

Prof. Ing. Flora Faleschini
Dipartimento Ingegneria
Civile, Edile e Ambientale
VMSSE 2023/2024



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI PADOVA

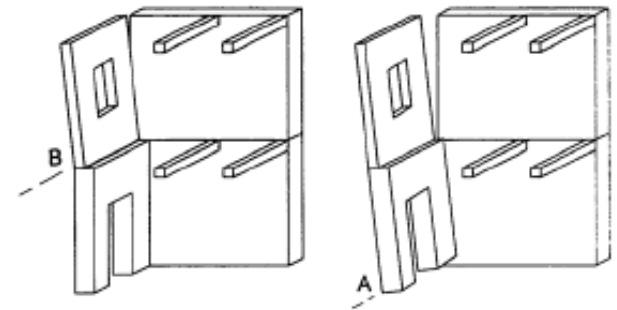
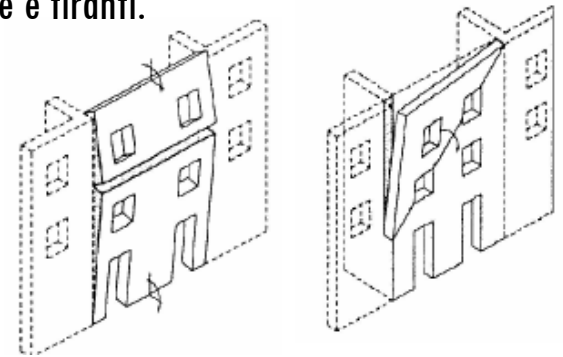
CINEMATISMI LOCALI

Per l'analisi sismica dei meccanismi locali si può far ricorso **ai metodi dell'analisi limite dell'equilibrio delle strutture murarie**, tenendo conto, anche se in forma approssimata, della resistenza a compressione, della tessitura muraria, della qualità della connessione tra le pareti e della presenza di catene e tiranti.

- Approccio statico/cinematico (lineare/non lineare).
- Si considerano **cinematismi tra blocchi rigidi**.
- Si considera una distribuzione di forze proporzionali ai pesi (αW) o ad una distribuzione variabile con l'altezza, scalata secondo un **moltiplicatore** (α).
- Si cerca di valutare il **valore minimo moltiplicatore** (α_{MIN}) che **attivi un meccanismo di collasso**.

Meccanismi Locali nel piano e fuori dal piano:

- Edifici in aggregato;
- Chiese;
- Edifici isolati.



CINEMATISMI LOCALI

Analisi limite dell'equilibrio: secondo l'approccio cinematico, che si basa sulla scelta del meccanismo di collasso e la valutazione dell'azione orizzontale che attiva tale cinematismo.

Il metodo consiste nel:

- individuare parti di muratura a comportamento monolitico (**macroelementi**);
- individuare i **cinematismi possibili**;
- il moltiplicatore dei carichi verticali che porta ad **una perdita di equilibrio del sistema** (innesco del cinematismo) è il **moltiplicatore di collasso**;
- confrontare la domanda sismica con la resistenza.

NB: l'analisi assume significato se è garantita una certa **monoliticità** della parete muraria, tale da impedire collassi puntuali per disgregazione della muratura. Operativamente il problema è quello **di individuare tutti i meccanismi di collasso possibili**, ovvero quelli a cui corrispondono i **valori più piccoli dei moltiplicatori di collasso**.

CINEMATISMI LOCALI

Fattori che influenzano la resistenza statica:

- Geometria e vincoli;
- Entità, distribuzione geometrica e natura dei carichi verticali;
- Presenza di forze d'attrito;
- Forze esercitate da dispositivi come le catene;
- Resistenza a compressione della muratura.

Geometria, vincoli, entità, distribuzione geometrica e natura dei carichi verticali

- La geometria del meccanismo può essere assunta in base alla conoscenza del comportamento ricorrente di **strutture simili** o può essere ipotizzato sulla base di **fessure presenti**;
- È indispensabile considerare la **connessione tra i muri**, la tessitura muraria, la presenza di **catene**, la possibile **interazione** con altre parti dell'edificio o degli edifici adiacenti;
- La definizione della **geometria** e dei **vincoli** è anche strettamente correlata alla modalità con cui i **pesi** verticali e le **forze d'inerzia** ad essi associati sono trasmesse alle pareti.

CINEMATISMI LOCALI

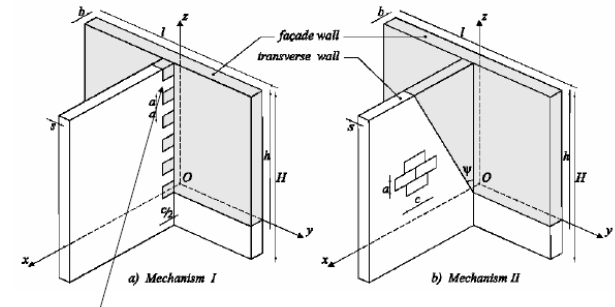
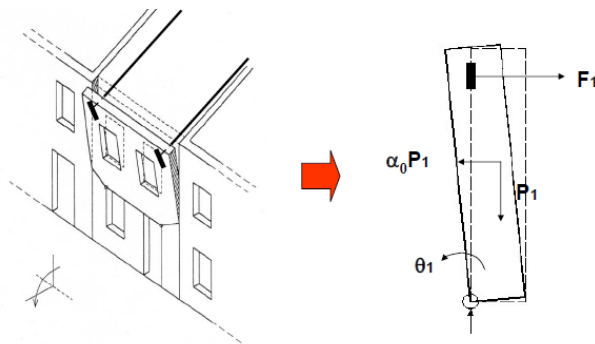
Fattori che influenzano la resistenza statica:

Presenza di forze d'attrito

Possono influenzare, ad esempio, la modalità e l'angolo del meccanismo di ribaltamento fuori piano.

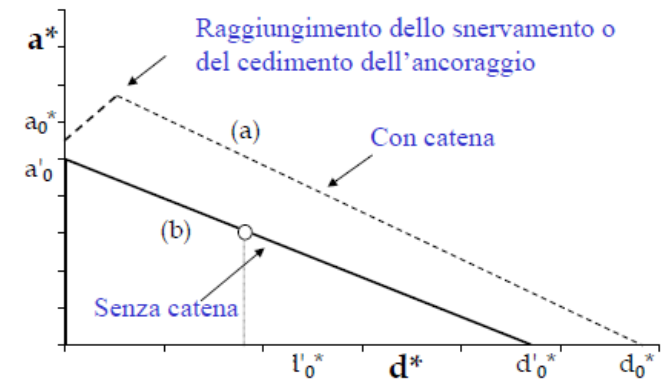
Forze esercitate da dispositivi come le catene

L'effetto delle catene può essere schematizzato come una forza esterna, il cui modulo dipende dallo spostamento.



Attrito lungo i denti di distacco di una fessura

(De Felice and Giannini, 2001)

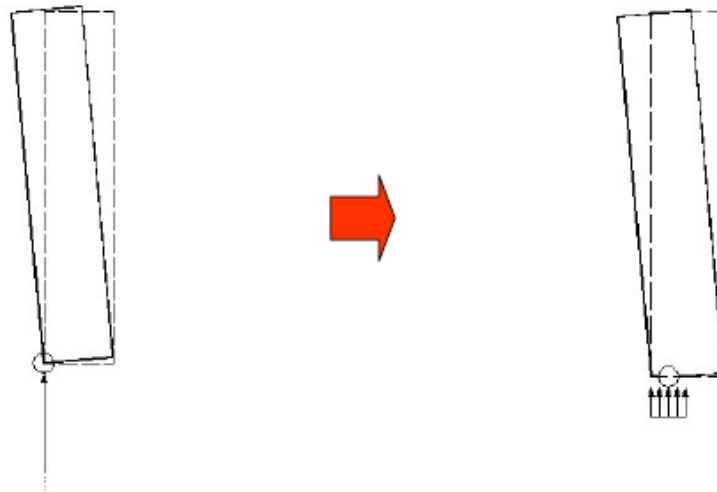


CINEMATISMI LOCALI

Fattori che influenzano la resistenza statica:

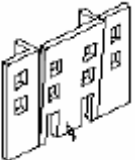
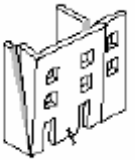


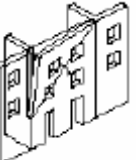
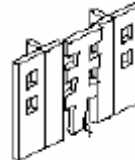
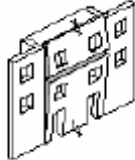
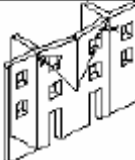
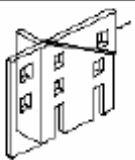
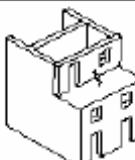



Resistenza a compressione della muratura

Effetto di arretramento della cerniera nei meccanismi di ribaltamento fuori pianto: la risultante delle compressioni si sposta verso l'interno del muro.



CINEMATISMI LOCALI

Abaco dei possibili meccanismi locali:

A	B1	B2	C	D	E	F
VERTICAL OVERTURNING	OVERTURNING WITH 1 SIDE WING	OVERTURNING WITH 2 SIDE WINGS	CORNER FAILURE	PARTIAL OVERTURNING	VERTICAL STRIP OVERTURNING	VERTICAL ARCH
						
			FURTHER PARTIAL FAILURES		ASSOCIATED FAILURES	
G	H	I	L			
HORIZONTAL ARCH	IN PLANE FAILURE	VERTICAL ADDITION	GABLE OVERTURNING	ROOF/FLOORS COLLAPSE	MASONRY FAILURE	
					 Insufficient cohesion in the fabric	

(D'Ayala & Speranza, 2002)

CINEMATISMI LOCALI

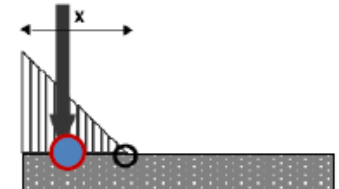
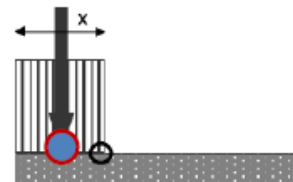
L'**analisi limite** valuta la condizione di equilibrio di una struttura labile, costituita dall'assemblaggio di porzioni murarie rigide.

Ipotesi:

- **limitata deformabilità** (ipotesi accettabile per le murature);
- **resistenza nulla a trazione** della muratura (a favore di sicurezza);
- **assenza di scorrimento** tra i blocchi;
- resistenza a **compressione infinita** della muratura (cerniere puntuali. L'ipotesi è a sfavore di sicurezza).

Per una **simulazione più realistica** del comportamento, è opportuno considerare, in forma approssimata:

- gli scorrimenti tra i blocchi, considerando **la presenza dell'attrito**;
- le **connessioni**, anche di resistenza limitata, **tra le pareti murarie**;
- la **limitata resistenza a compressione della muratura**, considerando le cerniere adeguatamente arretrate rispetto allo spigolo della sezione;



CINEMATISMI LOCALI

L'uso della **analisi limite** nella verifica sismica può essere condotto tramite:

1. Trasformazione di una parte della connessione in un **sistema labile** (catena cinematica) a **1 g.d.l.**, attraverso l'individuazione di corpi rigidi, definiti da piani di frattura, in grado di ruotare o scorrere tra loro;
2. Valutazione del **moltiplicatore del carico orizzontale α_0** , che comporta l'attivazione del meccanismo (resistenza statica).

A tal fine, si applicano ai corpi rigidi le seguenti forze:

- I **pesi propri** di ogni blocco, applicati nei baricentri;
- I **carichi verticali portati** da ogni blocco (pesi propri e sovraccarichi dei solai e della copertura, etc);
- Un sistema di **forze orizzontali** proporzionali ai carichi verticali portati, se queste non sono efficacemente trasmesse;
- Eventuali **forze esterne** (ad es. catene);
- Eventuali **forze interne** (ad es. ingranamento tra i conci murari).

CINEMATISMI LOCALI

Viene assegnata una **rotazione virtuale** ϑ_k al generico blocco k , ed è possibile determinare gli spostamenti delle diverse forze nella rispettiva direzione.

Il valore del **moltiplicatore del carico orizzontale** α_0 può essere ottenuto tramite il PLV, in termine di spostamenti:

$$\alpha_0 \left(\sum_{i=1}^n P_i \delta_{x,i} + \sum_{j=n+1}^{n+m} P_j \delta_{x,j} \right) - \sum_{i=1}^n P_i \delta_{y,i} - \sum_{h=1}^o F_h \delta_h = L_{fi}$$

dove:

n è il numero di tutte le forze-peso applicate ai diversi blocchi della catena cinematica;

m è il numero della forze peso non direttamente applicate ai blocchi, le cui masse, per effetto dell'azione sismica, generano forze orizzontali sugli elementi della catena cinematica, in quanto non efficacemente trasmesse ad altre parti dell'edificio;

o è il numero delle forze esterne, non associate a masse, applicate ai diversi blocchi;

P_i è la generica forza peso applicata (peso proprio del blocco, applicato nel suo baricentro, o un altro peso portato);

P_j è la generica forza peso applicata non direttamente applicate ai blocchi;

F_h è la generica forza esterna applicata ai blocchi, in modulo;

CINEMATISMI LOCALI

$$\alpha_0 \left(\sum_{i=1}^n P_i \delta_{x,i} + \sum_{j=n+1}^{n+m} P_j \delta_{x,j} \right) - \sum_{i=1}^n P_i \delta_{y,i} - \sum_{h=1}^o F_h \delta_h = L_{fi}$$

dove:

$\delta_{x,i}$ è lo spostamento virtuale orizzontale del punto di applicazione dell'*i*-esimo peso P_i assumendo come verso positivo quello associato alla direzione secondo cui agisce l'azione sismica;

$\delta_{x,j}$ è lo spostamento virtuale orizzontale del punto di applicazione dell'*i*-esimo peso P_j assumendo come verso positivo quello associato alla direzione secondo cui agisce l'azione sismica che attiva il cinematismo;

$\delta_{y,i}$ è lo spostamento virtuale verticale del punto di applicazione dell'*i*-esimo peso P_i assumendo come verso positivo quello verso l'alto;

δ_h è lo spostamento virtuale del punto dove è applicata la forza F_h nella direzione della stessa, di segno positivo se con verso discorde;

L_{fi} è il lavoro di eventuali forze interne.

CINEMATISMI LOCALI

3. Definizione di un **sistema equivalente a 1 g.d.l.** con le seguenti caratteristiche

$$M^* = \frac{(\sum_{i=1}^{n+m} P_i \delta_{x,i})^2}{g \sum_{i=1}^{n+m} P_i \delta_{x,i}^2}$$



Massa partecipante

$$\alpha_0^* = \frac{\alpha_0 \sum_{i=1}^{n+m} P_i}{M^* FC} = \frac{\alpha_0 g}{e^* FC}$$



Soglia di resistenza statica
(accelerazione efficace)

$$e^* = \frac{g M^*}{\sum_{i=1}^{n+m} P_i}$$



Frazione di massa
partecipante

Tralasciando le verifiche di sicurezza nei confronti degli SLE (Stato Limite di Danno), vediamo ora la verifica nei confronti dello **SLV** (Stato Limite di salvaguardia della Vita).

CINEMATISMI LOCALI

Stato Limite di salvaguardia della Vita (SLV)

- Verifica semplificata con fattore di struttura q (**analisi cinematica lineare**)
- Verifica condotta per una parte di struttura appoggiata a terra

$$\alpha_0^* \geq \frac{a_g(P_{VR,SLV})S}{q} \quad \text{con } q = 2.0$$

- Verifica condotta per una parte di struttura posta ad una certa quota rispetto il terreno, si verifica anche:

$$\alpha_0^* \geq \frac{S_e(T_1) \cdot \psi(Z) \cdot \gamma}{q}$$

con $S_e(T_1)$ spettro di risposta elastico in accelerazione valutato per $T=T_1$;
 $\psi(Z)$ prima forma modale normalizzata della struttura;
 γ coefficiente di partecipazione modale del 1° modo.

CINEMATISMI LOCALI

Stato Limite di salvaguardia della Vita (SLV)

- Verifica mediante spettro di capacità (**analisi cinematica non lineare**): confronto tra la domanda e la capacità di spostamento.
- Calcolo dell'evoluzione del moltiplicatore orizzontale dei carichi α al crescere dello spostamento d_k di un punto di controllo della catena cinematica (scelto vicino al baricentro) fino all'annullamento della forza sismica orizzontale.

NB: Se le azioni sono mantenute costanti all'evolversi del cinematismo, la curva è pressoché lineare. In via semplificata è possibile calcolare lo spostamento a cui corrisponde l'annullamento del moltiplicatore $d_{k,0}$ attraverso la curva:

$$\alpha = \alpha_0(1 - d_k/d_{k,0})$$

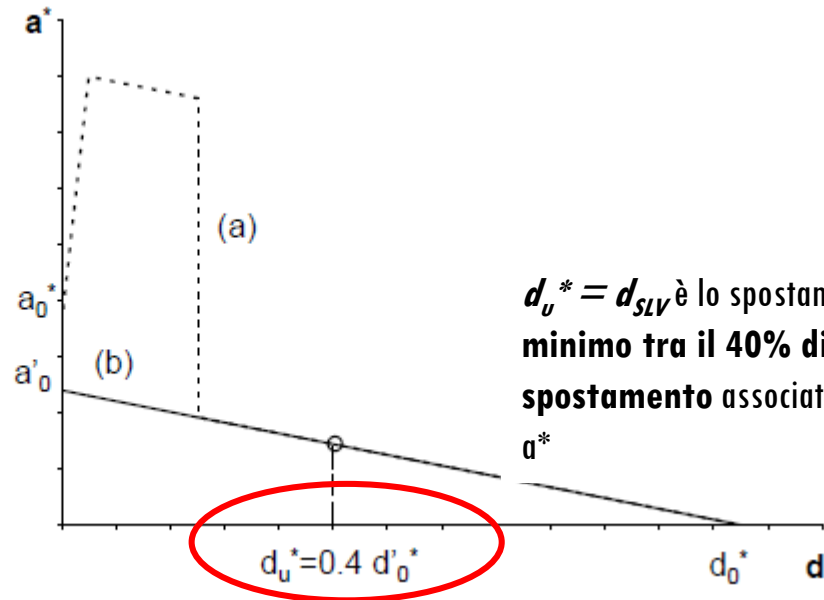
CINEMATISMI LOCALI

Stato Limite di salvaguardia della Vita (SLV)

- Calcolo dello spostamento del sistema a 1 g.d.l. equivalente e traccia della curva di capacità a-d:

$$d^* = d_k \frac{\sum_{i=1}^{n+m} P_i \delta_{x,i}^2}{\delta_{x,k} \sum_{i=1}^{n+m} P_i \delta_{x,i}}$$

$$a^* = \frac{\alpha \sum_{i=1}^{n+m} P_i}{M^* \cdot FC} = \frac{\alpha g}{e^* \cdot FC}$$

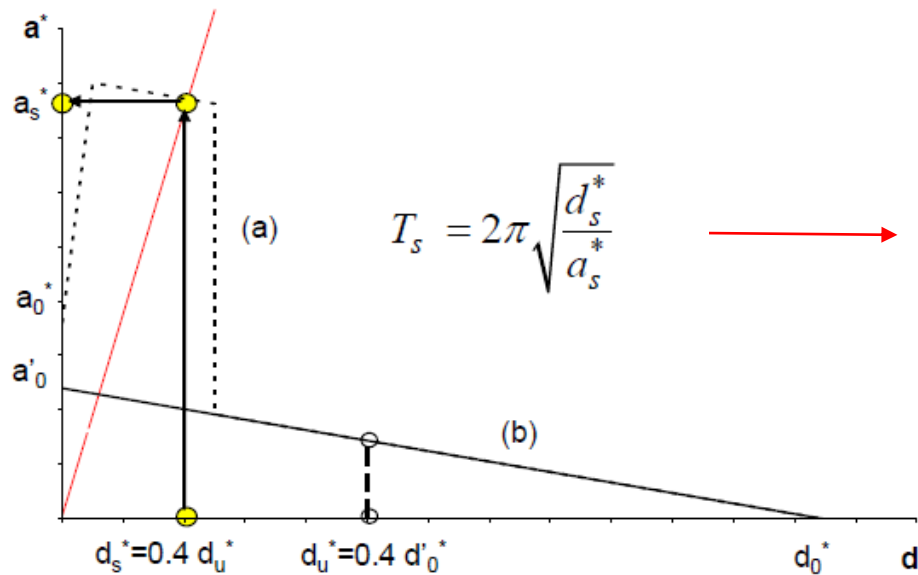


$d_u^* = d_{SLV}$ è lo spostamento ultimo, scelto come il minimo tra il 40% di d_0^* e il limite di spostamento associato a perdita di almeno 50% a^*

CINEMATISMI LOCALI

Stato Limite di salvaguardia della Vita (SLV)

- Definizione del **periodo secante** T_s a $0.4d_u^*$ sulla curva di capacità (opportunamente ridotto):



Circolare 2019

$$T_{SLV} = 1.68\pi \sqrt{\frac{d_{SLV}}{a(d_{SLV})}}$$

CINEMATISMI LOCALI

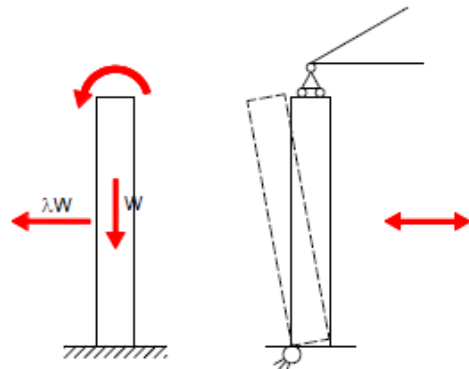
Stato Limite di salvaguardia della Vita (SLV)

- Calcolo dello spostamento Δ_d per $T_s = T_s^*$ tramite il seguente spettro di risposta elastico in spostamento, e confronto con la capacità di spostamento del meccanismo:

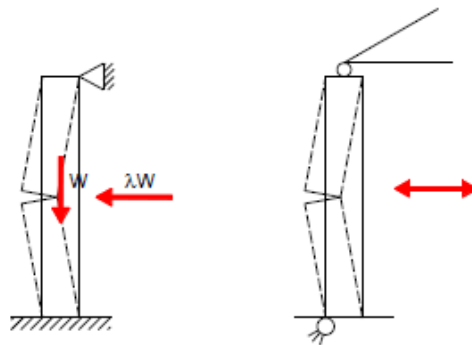
$$d_{SLV} = S_{eZ}(T_{SLV}, \xi, z) \frac{T_{SLV}^2}{4\pi^2} \left(\geq S_{eZ}(T_1, \xi, z) \frac{b^2 T_1^2}{4\pi^2} \text{ per } T_{SLV} > bT_1 \right)$$

CINEMATISMI LOCALI

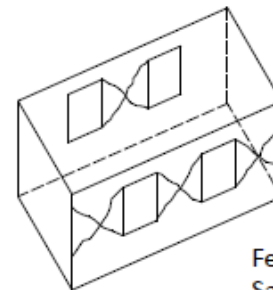
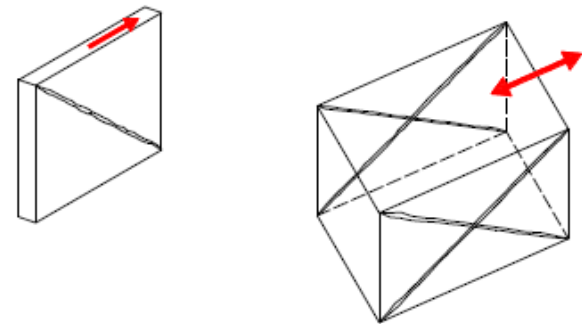
Ribaltamento al piede della parete



Flessione fuori piano delle pareti



Fessurazione del piano di massima resistenza

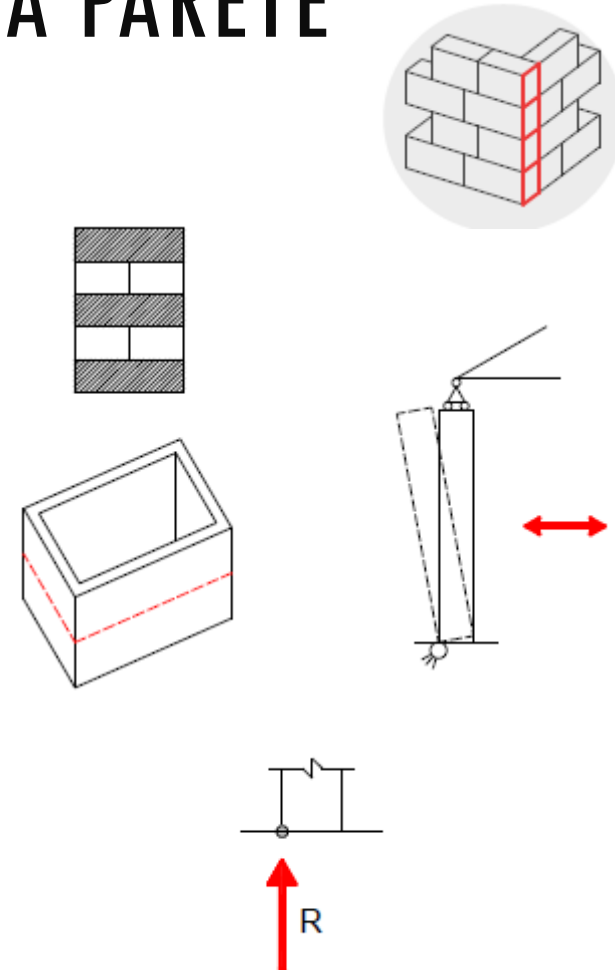
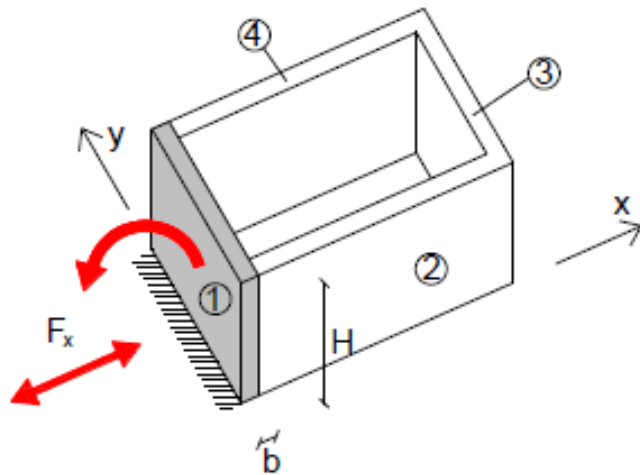


Fessure a croce di Sant'Andrea (per taglio)

RIBALTAMENTO AL PIEDE DELLA PARETE

Ipotesi:

- Murature non ammassate
- Copertura non in grado di trattenere la parete sede del cedimento
- Assenza di solai intermedi
- Diatoni di collegamento presenti
- Centro di rotazione coincidente con il punto più esterno



RIBALTAMENTO AL PIEDE DELLA PARETE

Calcolo di $\alpha = \lambda_1 =$ moltiplicatore del carico orizzontale.

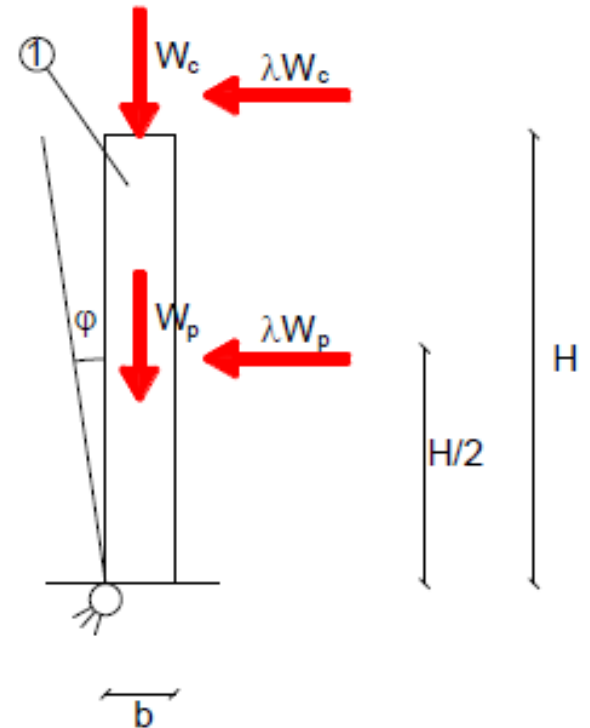
Sistema a 1 g.d.l.: applicazione del PLV o equilibrio al ribaltamento.

$$M_{1,STAB} = W_P \frac{b}{2} + W_C d$$

$$M_{1,RIB} = \lambda \left(W_P \frac{H}{2} + W_C H \right)$$

$$M_{1,STAB} > M_{1,RIB} \Rightarrow ok$$

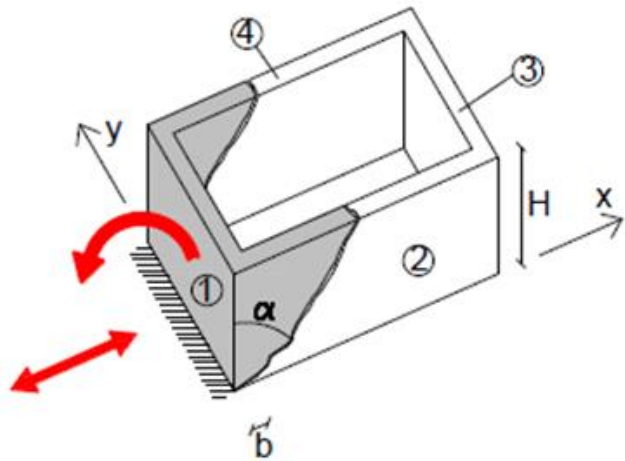
$$\text{ponendo } M_{1,STAB} = M_{1,RIB} \Rightarrow \lambda_1 = \frac{W_P \frac{b}{2} + W_C d}{W_P \frac{H}{2} + W_C H}$$



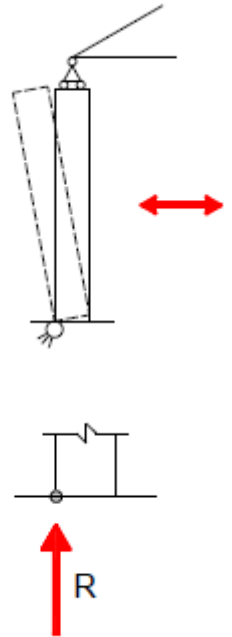
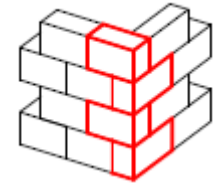
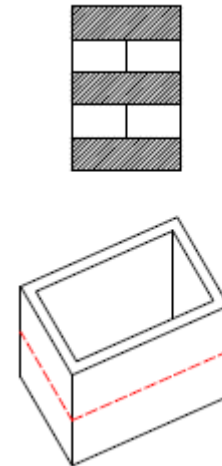
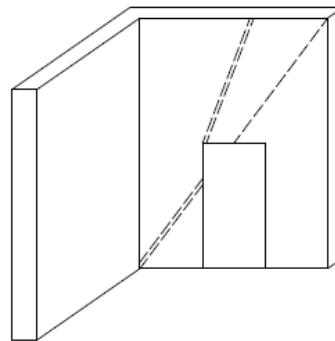
RIBALTAMENTO AL PIEDE DELLA PARETE

Ipotesi:

- Murature **ammorsate**
- Copertura non in grado di trattenere la parete sede del cedimento
- Assenza di solai intermedi
- Diatoni di collegamento presenti
- Centro di rotazione coincidente con il punto più esterno



$\alpha \text{ max} = 10-15^\circ$



RIBALTAMENTO AL PIEDE DELLA PARETE

Calcolo di $\alpha = \lambda_2 =$ moltiplicatore del carico orizzontale $\gg \lambda_1$

Sistema a 1 g.d.l.: applicazione del PLV o equilibrio al ribaltamento.

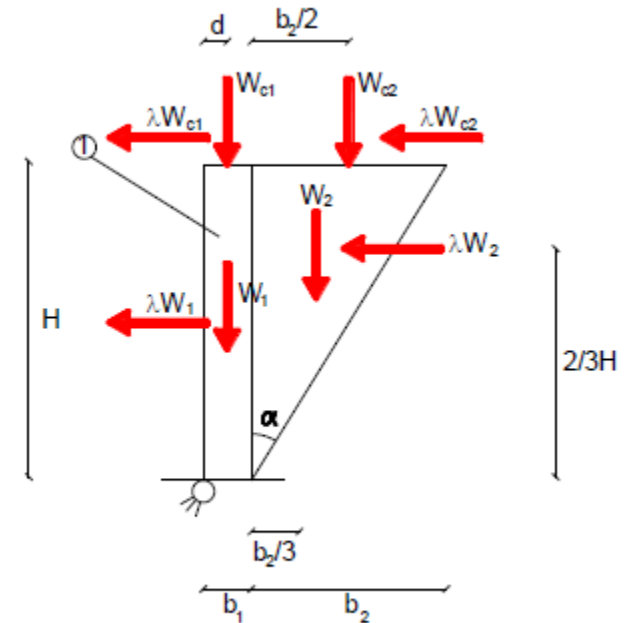
$$M_{2,STAB} = M_{1,STAB} + \left[W_2 \left(b_1 + \frac{b_2}{3} \right) + W_{c2} \left(b_1 + \frac{b_2}{2} \right) \right]$$

$$M_{2,RIB} = M_{1,RIB} + \lambda \left(W_2 \frac{2H}{3} + W_{c2} H \right)$$

$$M_{2,STAB} > M_{2,RIB} \Rightarrow ok$$

$$\lambda_2 = \frac{\left(W_P \frac{b}{2} + W_C d \right) + \left[W_2 \left(b_1 + \frac{b_2}{3} \right) + W_{c2} \left(b_1 + \frac{b_2}{2} \right) \right]}{\left(W_P \frac{H}{2} + W_C H \right) + \left(W_2 \frac{2H}{3} + W_{c2} H \right)}$$

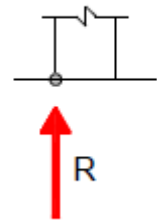
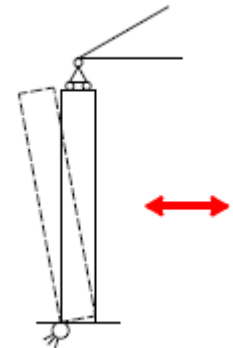
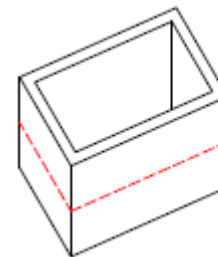
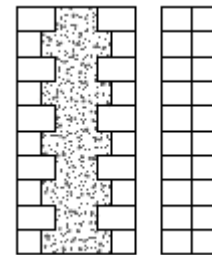
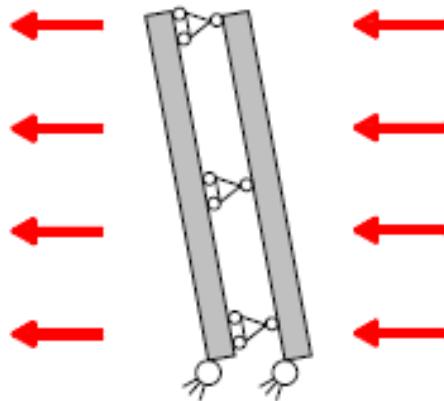
$$\lambda_2 \gg \lambda_1$$



RIBALTAMENTO AL PIEDE DELLA PARETE

Ipotesi:

- Murature non ammassate
- Copertura non in grado di trattenere la parete sede del cedimento
- Assenza di solai intermedi
- Diatoni di collegamento **non presenti**
- Centro di rotazione coincidente con il punto più esterno



RIBALTAMENTO AL PIEDE DELLA PARETE

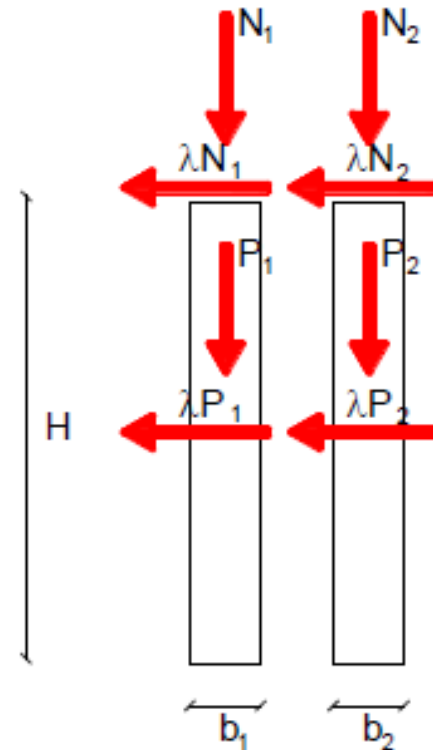
Calcolo di $\alpha = \lambda_3 =$ moltiplicatore del carico orizzontale $\ll \lambda_1$
Sistema a 1 g.d.l.: applicazione del PLV o equilibrio al ribaltamento.

$$M_{3,STAB} = \frac{M_{1,STAB}}{4} = P_1 \frac{b_1}{2} + N_1 d_1$$

$$M_{3,RIB} = M_{1,RIB} = \lambda \left((P_1 + P_2) \frac{H}{2} + (N_1 + N_2) H \right)$$

$$M_{3,STAB} > M_{3,RIB} \Rightarrow ok$$

$$\lambda_3 = \frac{1}{4} \lambda_1$$

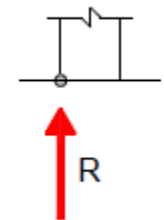
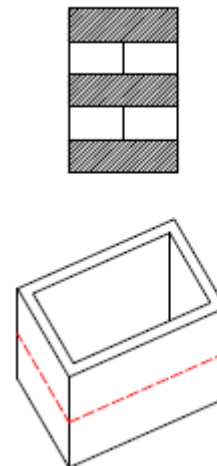
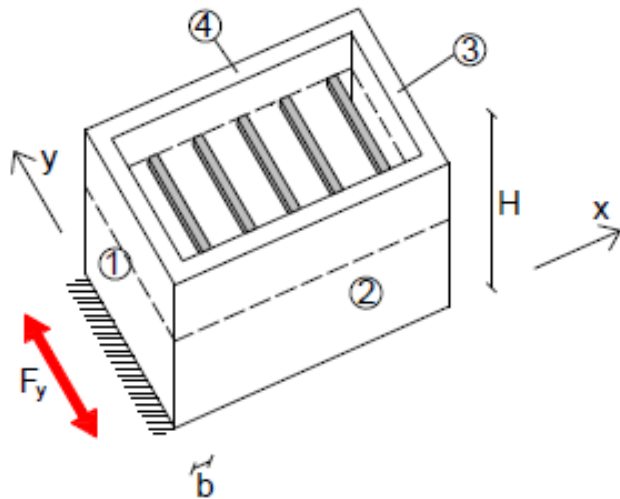


RIBALTAMENTO AL PIEDE DELLA PARETE



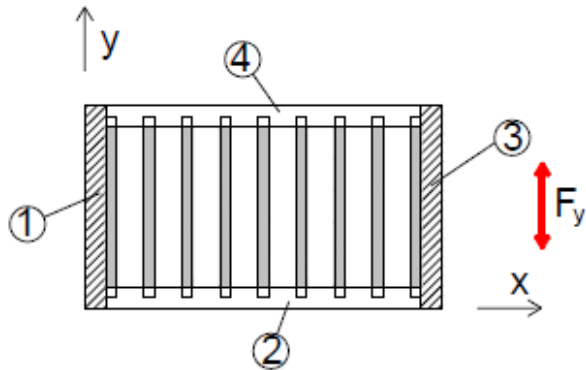
Ipotesi:

- Murature non ammassate
- Copertura non in grado di trattenere la parete sede del cedimento
- **Presenza di solai intermedi** → **Presenza di solaio intermedio ordito in direzione // al sisma**
- Diatoni di collegamento presenti
- Centro di rotazione coincidente con il punto più esterno



RIBALTAMENTO AL PIEDE DELLA PARETE

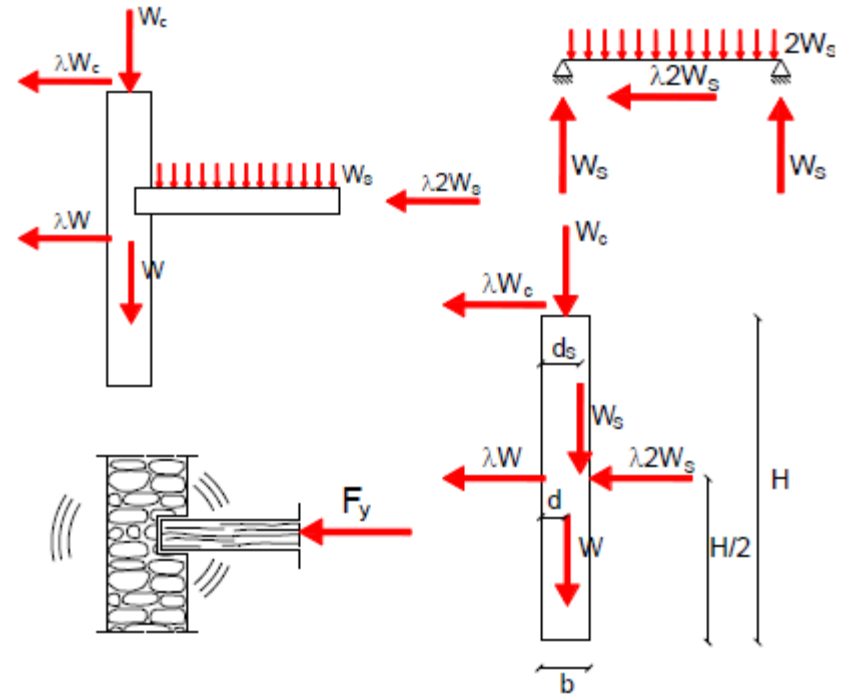
Calcolo di $\alpha = \lambda_{4-b}$ = moltiplicatore del carico orizzontale = λ_1
 Sistema a 1 g.d.l.: applicazione del PLV o equilibrio al ribaltamento.



$$M_{4b,STAB} = M_{1,STAB} + (W_S d_S)$$

$$M_{4b,RIB} = M_{1,RIB} + \lambda \left(2W_S \frac{H}{2} \right)$$

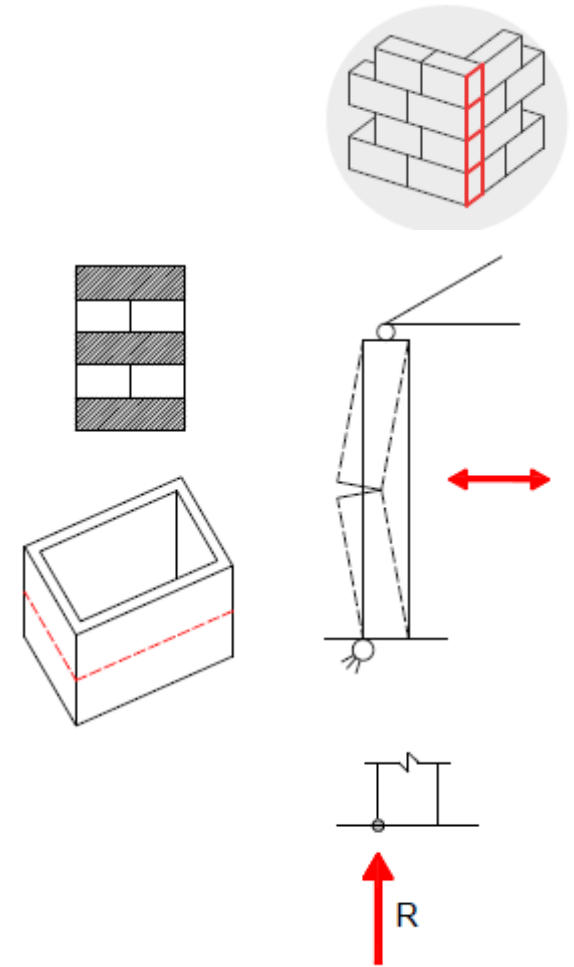
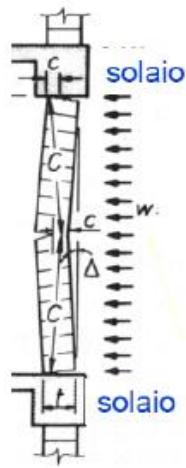
$$\lambda_{4b} \ll \lambda_1$$



FLESSIONE FUORI PIANO

Ipotesi:

- Murature non ammorsate
- **Copertura in grado di trattenere la parete** sede del cedimento
- Assenza di solai intermedi
- Diatoni di collegamento presenti
- Centro di rotazione coincidente con il punto più esterno

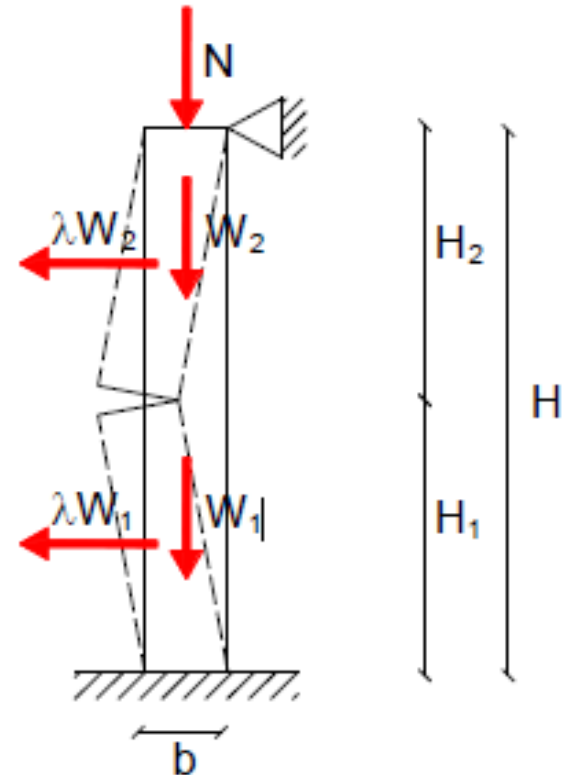


FLESSIONE FUORI PIANO

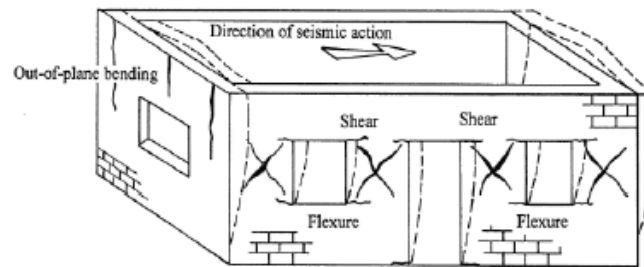
Calcolo di $\alpha = \lambda_5 =$ moltiplicatore del carico orizzontale $\gg \lambda_1$
Sistema a 1 g.d.l.: applicazione del PLV o equilibrio al ribaltamento.

$$H_1 = \frac{H \sqrt{2 \frac{W + N}{N}}}{1 + \sqrt{2 \frac{W + N}{N}}}$$

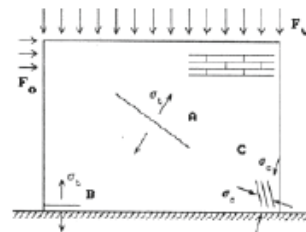
$$\lambda_5 = \frac{b}{H_1} \left[2 + \frac{N}{W} \left(\frac{H}{H-1} + 1 \right) \right]$$



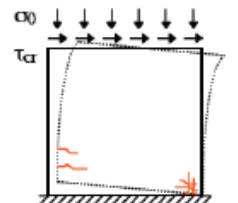
MECCANISMI NEL PIANO



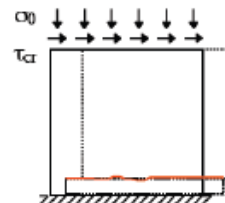
Deformazione dell'edificio e danni agli elementi della struttura portante in muratura



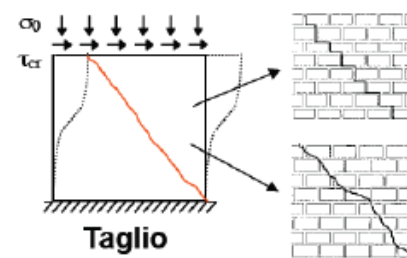
Danneggiamento delle pareti per azioni nel piano



Pressoflessione



Scorrimento



fessurazione diagonale con giunti deboli

fessurazione diagonale con giunti resistenti

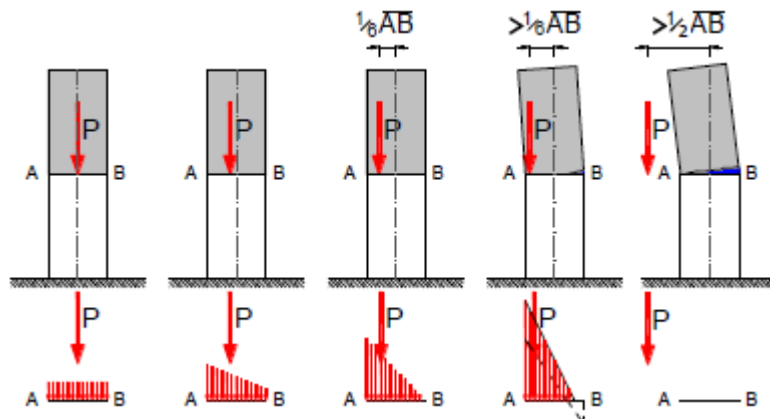
Taglio

MECCANISMI NEL PIANO

Pressoflessione:

La condizione di rottura per pressoflessione nel piano è dovuta allo schiacciamento della muratura al lembo compresso delle sezioni estreme.

Per bassi valori della sollecitazione assiale N , l'estensione della zona compressa è modesta. Si ha una ampia apertura delle fessure flessionali ed il muro tende a sviluppare un cinematismo di ribaltamento simile a quello di un blocco rigido.



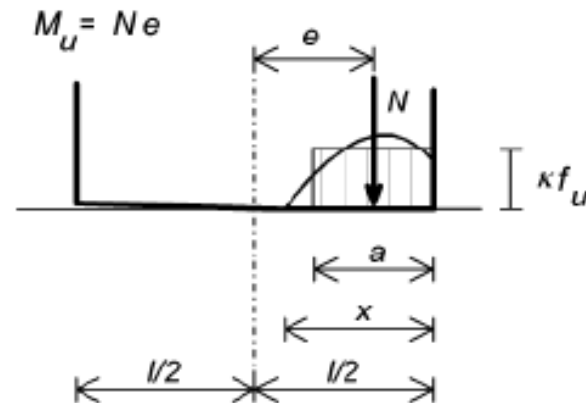
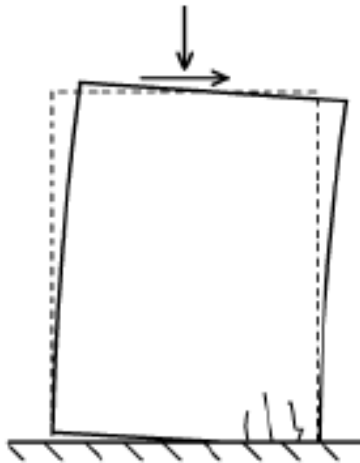
NB: ipotesi di muratura non resistente a trazione.

MECCANISMI NEL PIANO

Pressoflessione:

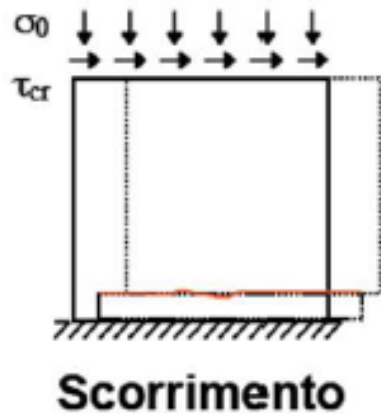
eq. a traslaz. verticale: $a = \frac{N}{\kappa f_u t}$

eq. a rotazione: $M_u = N \left(\frac{l-a}{2} \right) = \frac{Nl}{2} \left(1 - \frac{N}{\kappa f_u l t} \right) = \frac{\sigma_m l^2 t}{2} \cdot \left(1 - \frac{\sigma_m}{\kappa f_u} \right)$ $\kappa = 0.85-1$



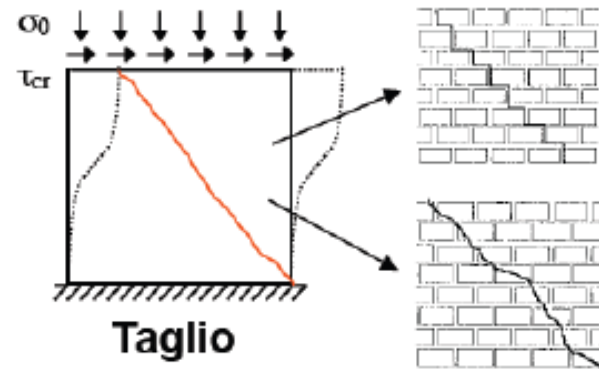
MECCANISMI NEL PIANO

Taglio-scorrimento:



$$V_u = \tau_u \cdot ab = (\tau_0 + \sigma \tan \mu) \cdot ab$$

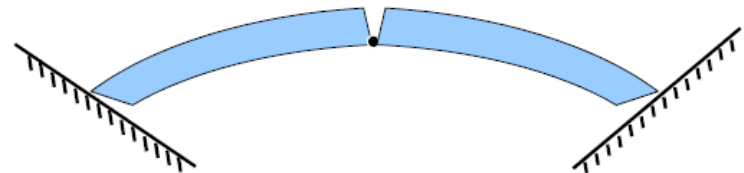
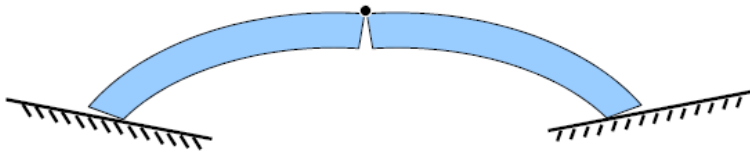
Taglio diagonale:



$$V_T = lt \frac{1,50 \cdot \tau_0}{b} \cdot \sqrt{1 + \frac{\sigma_0}{1,50 \cdot \tau_0}} = lt \frac{f_{td}}{b} \cdot \sqrt{1 + \frac{\sigma_0}{f_{td}}}$$

ARCHI E VOLTE

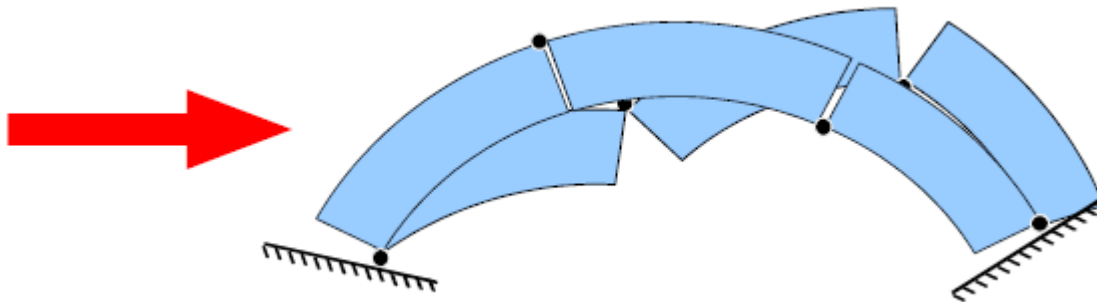
Inizialmente l'arco è un sistema con grado di iperstaticità uguale a 3 (analogo a una trave incastrata a entrambi gli estremi). Per trasformare l'arco in un meccanismo occorre formare **4 cerniere in un arco caricato simmetricamente**, la 4a cerniera si forma simultaneamente alla 5a, così come previsto dal meccanismo di Mascheroni.



Prima della formazione della 4a e della 5a cerniera, **l'arco ha 3 cerniere, e dunque è un sistema isostatico**. La formazione delle prime 3 cerniere, accompagnata dalle relative fessurazioni, non è dunque di per sé pericolosa, anzi permette all'arco di adattarsi agli spostamenti delle imposte (originati ad es. da cedimenti di fondazione) e alle variazioni termiche senza che i conci si danneggino.

ARCHI E VOLTE

Quando l'arco è **sogetto a forze orizzontali**, ad es. di origine sismica, il **meccanismo di collasso è normale e consiste di 4 cerniere**.



- se la funicolare è compresa nel terzo medio dell'arco ($e \leq 1/6 s$), il giunto è tutto compresso;
- se la funicolare è esterna al terzo medio dell'arco ($e > 1/6 s$), il giunto è fessurato;
- se la funicolare si avvicina al bordo dell'arco, il giunto è quasi completamente parzializzato, e, nel limite, si forma la "cerniera".

COPERTURE

L'effetto spingente dipende dalla rigidezza della trave di colmo; travi snelle non consentono di limitare efficacemente l'azione spingente

Spingente



Presenza di cordolo

Spinta dipendente dai vincoli



Trave rigida di colmo

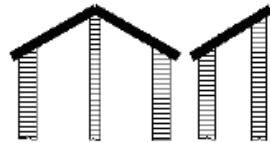


Trave rigida di colmo e di cordolo

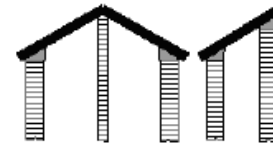
COPERTURE

- Se al colmo i travetti sono ben collegati tra loro e/o sono ben collegati alla trave rigida di colmo e al cordolo, la copertura può considerarsi **NON SPINGENTE**.

Non spingente



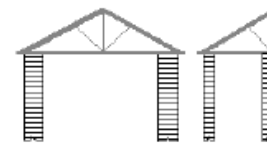
Muro di spina



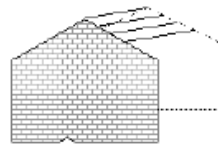
Muro di spina e cordolo



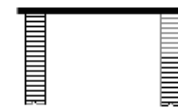
Catene



Capriate



Travi ortogonali alla falda



Travi orizzontali