9° Tutorato di Algebra

Tutor Erik Celnikasi

1. Sia F : $R^3 \longrightarrow R^3$ l'endomorfismo definito da

$$F(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_3, 2x_2, x_1 + x_3).$$

(a) Scrivere la matrice associata a F rispetto alla base canonica.

(b) Trovare il nucleo di F , una sua base e la sua dimensione.

(c) Dire se F `e invertibile.

(d) Trovare gli autovalori di F.

(e) Trovare gli autospazi di F.

(f) Dire se F `e diagonalizzabile e, in caso affermativo, trovare:

- una matrice diagonale D associata all'endomorfismo F (rispetto ad una qualche base)
- una base di R^3 costituita da autovettori di F .

2. Sia con h € **R**

$$A_h = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ h & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

(a) Dire per quali valori di h A è DIAGONALIZZABILE e per quali non lo è.

(b) Trovare **h** per cui A_h ha autovalori con molt. Alg. $\mu > 1$. Per tali valori trovare i relativi autospazi.

(c) Per h = 3 trovare la matrice P tale che $P^{-1}A_3P = D$.

(d) Per gli **h** per cui A_h ha autovalori con molt. Alg. $\mu > 1$ dimostrare che $(A_h)^3 = 0$. Verificare poi se A_h è simile a

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Esercizio 1 Nello spazio affine $\mathbb{A}^3(\mathbb{R})$ si considerino le rette

$$r : \begin{cases} x - y + z = 2 \\ 3x - y - z = 2 \end{cases} \qquad \text{e} \qquad s = (1, -1, 2) + < (1, 1, 0) > .$$

(a) Determinare una forma parametrica di r.

(b) Determinare un sistema di equazioni che definisce s.

(c) Determinare la posizione reciproca di r ed s.

(d) Determinare un piano parallelo sia ad r che ad s e passante per il punto $(1, 1, 1)$.