

8° Tutorato di Algebra

Tutor Erik Celnikasi

1. Calcolare per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ il sistema

$$\begin{cases} x + z = 2 \\ 2x - y + kz = 1 \\ (1 + k)x - ky + z = 1 \end{cases}$$

nelle variabili (x, y, z) ammette una ed una sola soluzione. Per tali k determinare l'unica soluzione del sistema.

2. Calcolare per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ il sistema

$$\begin{cases} -x + ky + 2z = 1 \\ -kx + y + (1 + k)z = 2 \\ y + z = 2 \end{cases}$$

nelle variabili (x, y, z) non ammette soluzioni

3. Sia $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3: (x, y, z) \rightarrow (x + y - z, 2y, -x + y + z)$

E la base $B = \{(0,1,1), (1,0,1), (1,1,0)\}$ di \mathbb{R}^3

- Quali vettori della base naturale N di \mathbb{R}^3 sono *autovettori* di f ?
 - Quali vettori di B sono autovettori di f ?
 - Trovare A_f^N e A_f^B
 - f è *diagonalizzabile*?
4. Calcolare la matrice $A \in M_2(\mathbb{R})$ che ha autovettori $w_1 = (3,1)$ e $w_2 = (1,-3)$ associati, rispettivamente, agli autovalori 0 e 2.

5. Sia $F: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'endomorfismo definito da

$$F(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_3, 2x_2, x_1 + x_3).$$

(a) Scrivere la matrice associata a F rispetto alla base canonica.

(b) Trovare il nucleo di F , una sua base e la sua dimensione.

(c) Dire se F è invertibile.

(d) Trovare gli autovalori di F .

(e) Trovare gli autospazi di F .

