

7° Tutorato di Algebra

Tutor Erik Celnikasi

1. Sia $\varphi_a : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ tale che $\varphi_a(x, y, z) = (x + ay, (1 - a)y + z, ax + y + 2z)$.

- (a) Determinare la matrice associata a φ_a rispetto alla base canonica di \mathbb{R}^3 .
- (b) Determinare per quali valori del parametro a l'endomorfismo φ_a non è suriettivo.
- (c) Per i valori di a per i quali φ_a non è suriettivo, determinare una base di $\ker \varphi_a$ ed una base di $\text{Im} \varphi_a$.
- (d) Determinare la matrice associata a φ_a rispetto alla base $A = \{(1, 1, 1), (2, 1, 0), (0, -1, 2)\}$ di \mathbb{R}^3 .

2. Risolvere

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ x & y & z & w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

\downarrow
A

\downarrow
X

\downarrow
C

3. Risolvere

$$A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{con } A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & -2 \end{pmatrix}$$

4. Calcolare per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ il sistema

$$\begin{cases} x + z = 2 \\ 2x - y + kz = 1 \\ (1 + k)x - ky + z = 1 \end{cases}$$

nelle variabili (x, y, z) ammette una ed una sola soluzione. Per tali k determinare l'unica soluzione del sistema.

5. Calcolare per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ il sistema

$$\begin{cases} -x + ky + 2z = 1 \\ -kx + y + (1 + k)z = 2 \\ y + z = 2 \end{cases}$$

nelle variabili (x, y, z) non ammette soluzioni