

5° Tutorato di Algebra

Tutor Erik Celnikasi

1. Sia A_k la matrice

$$A_k = \begin{pmatrix} 1 & 2-k & 1 \\ -1 & -k & -3 \\ k & 1 & k+1 \end{pmatrix}$$

(a) Dire per quali valori di k la matrice A_k ha rango 3.

(b) Per i valori di k per cui A_k non ha rango 3, determinare $\ker A_k$ e $\text{Im} A_k$.

(c) Per $k = 0$, determinare $A_0^{-1} \{(1, 0, 0)\}$.

(d) Per i valori di k per i quali A_k non ha rango 3, determinare $A^{-1}\{(2, -4, 5)\}$.

2. Al variare di $h \in \mathbb{R}$, si consideri l'applicazione lineare $\Omega_h: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definita da

$$\Omega_h(x, y, z, t) = (x + 2y + hz - t, (h - 1)y + (1 - h)t, x + 3y + 2z - ht)$$

(a) Scrivere la matrice di Ω_h nelle basi canoniche

(b) Determinare $\ker \Omega_h$ e $\text{Im} \Omega_h$ e le loro dimensioni

(c) Per $h = 1, 2$, trovare $\Omega_h^{-1}(1, h, 3)$

3.

Calcolare la seguente espressione algebrica matriciale

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 4 \\ 5 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

4. Determinare per quali valori di $k \in \mathbf{R}$ la matrice è invertibile; per tali valori trovare A_k^{-1}

$$A_k = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & k \\ 1+k & -k & 1 \end{pmatrix}$$