

Foglio di esercizi 12

Esercizio 1 Nello spazio euclideo usuale si considerino il punto $P = (0, 1, -1)$, la retta

$$r : \begin{cases} x - 2y + 2z - 4 = 0 \\ 5x + 2y - 1 = 0 \end{cases} \quad \text{ed il piano} \quad \pi = (3, 0, -4) + \langle (2, 1, 0), (3, -1, 2) \rangle .$$

- Trovare una forma parametrica di r .
- Trovare una forma cartesiana di π .
- Trovare forma parametrica e forma cartesiana del piano π' ortogonale a r e passante per P .
- Determinare la posizione reciproca di π e π' .
- Determinare la distanza tra π e π' .

Esercizio 2 Nello spazio euclideo usuale si considerino i piani $\pi_1 = (2, 3, 4) + \langle (2, 2, -1), (0, 1, -2) \rangle$ e $\pi_2 = (-1, 2, 1) + \langle (1, 1, 0), (1, 0, 1) \rangle$, la retta $r = (0, 0, 1) + \langle (1, -1, -1) \rangle$ ed il punto $P = (1, -1, 0)$.

- Trovare una forma cartesiana di π_1 e π_2 .
- Trovare una forma cartesiana di r .
- Determinare forma parametrica e forma cartesiana della retta s parallela a π_1 e π_2 e passante per P .
- Determinare la posizione reciproca della retta s e del piano π ortogonale alla retta r e passante per $(0, 0, 1)$.
- Determinare la distanza tra π e s .

Esercizio 3 Nello spazio euclideo usuale si considerino le rette

$$r_1 : \begin{cases} x + y - z + 2 = 0 \\ 3x + y + z - 8 = 0 \end{cases}, r_2 : \begin{cases} 3x + 2y - z - 1 = 0 \\ 3x + y - z = 0 \end{cases} \quad \text{ed il piano} \quad \pi = (2, 1, 5) + \langle (2, -3, 0), (1, -1, 1) \rangle .$$

- Trovare una forma parametrica per le rette r_1 e r_2 .
- Trovare una forma cartesiana di π .
- Determinare la retta r ortogonale a r_1 e r_2 e passante per $(2, -1, 2)$.
- Determinare la retta s ortogonale a π e passante per $(2, 0, 2)$.
- Determinare la posizione reciproca e la distanza di r ed s .

Esercizio 4 Nello spazio euclideo usuale si considerino le rette

$$r_1 : \begin{cases} x + y - z + 2 = 0 \\ 2x - z - 3 = 0 \end{cases} \quad \text{e} \quad r_2 = (-4, 3, 0) + \langle (3, 1, -1) \rangle .$$

- Determinare una forma parametrica di r_1 .
- Determinare una forma cartesiana di r_2 .
- Determinare la posizione reciproca di r_1 e r_2 .
- Determinare la distanza tra r_1 e r_2 .
- Determinare $P_1 \in r_1$ e $P_2 \in r_2$ tali che $\text{dist}(r_1, r_2) = \text{dist}(P_1, P_2)$.