

1 // x_k = litri prodotti di bevanda $k \in \{G, H, L\}$
 // y_{ij} = kg di frutta tipo $i \in \{A, B, C\}$ prodotti nella tenuta $j \in \{1, 2, 3, 4\}$
 // w_j = 1 se si produce qualcosa nella tenuta $j \in \{1, 2, 3, 4\}$, 0 altrimenti
 // z_j = 1 se si producono banane B nella tenuta j , 0 altrimenti
 max $5x_G + 4x_H + 3x_L - 0.9y_{A1} - 1.0y_{A2} - \dots - 1.6y_{B3} - \dots - 2.1y_{C4} - 2000(w_1 + w_2 + w_3 + w_4)$
 s.t. $y_{A1} + y_{A2} + y_{A3} + y_{A4} \geq 0.3x_G + 0.1x_H + 0.2x_L$ // abbastanza ananase
 $y_{B1} + y_{B2} + y_{B3} + y_{B4} \geq 0.2x_G + 0.1x_H + 0.1x_L$ // banane
 $y_{C1} + y_{C2} + y_{C3} + y_{C4} \geq 0.1x_G + 0.3x_H + 0.2x_L$ // ciliegie
 $x_G \leq 1000, x_H \leq 1500, x_L \leq 2000, x_H \geq x_L + 50$
 $y_{A1} + y_{B1} + y_{C1} \leq 1000 \cdot w_1$ // max Kg tenuta 1, attiva w_1
 $y_{A2} + y_{B2} + y_{C2} \leq 1200 \cdot w_2$ // " " " 2, " " w_2
 $y_{A3} + y_{B3} + y_{C3} \leq 800 \cdot w_3$ // " " " 3, " " w_3
 $y_{A4} + y_{B4} + y_{C4} \leq 900 \cdot w_4$ // " " " 4, " " w_4
 $z_1 + z_2 + z_3 + z_4 \leq 2$ // banane in al più 2 tenute $z_1 + z_2 + z_3 + z_4 \leq 2$
 $y_{Bj} \leq M z_j, \forall j \in \{1, \dots, 4\}$ // attiva z_j , M costante scelt. grande $y_{Bj} \leq 220z_j$
 $x_k \in \mathbb{R}^+; y_{ij} \in \mathbb{R}^+; w_j \in \{0, 1\}; z_j \in \{0, 1\}; k \in \{G, H, L\}; i \in \{A, B, C\}; j \in \{1, 2, 3, 4\}$

2 f.s.d: ($\hat{x}_2 = -x_2$)
 min $-4x_1 + 2\hat{x}_2$
 s.t. $x_1 - \hat{x}_2 - x_3 + x_4 = 2$
 $-x_1 + \hat{x}_2 + 2x_3 + x_5 = 3$
 $2\hat{x}_2 + 2x_3 + x_6 = 5$
 $x_1, \hat{x}_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \geq 0$

	x_1	$\hat{x}_2$	x_3	x_4	x_5	x_6	rhs
x_1	-4	2	0	0	0	0	-10
x_4	-1	-1	1	0	0	0	2
x_5	-1	1	2	0	1	0	3
x_6	0	2	2	0	0	1	5
	0	-2	-4	4	0	0	-18
x_1	1	-1	-1	1	0	0	2
x_5	0	0	1	1	1	0	5
x_6	0	0	2	0	0	1	5
	0	0	-2	4	0	1	13
x_1	1	0	0	1	0	1/2	9/2
x_5	0	0	1	1	1	0	5
x_2	0	1	0	0	1/4	0	5/2
	0	2	0	4	0	1	18
x_1	1	0	0	1	0	1/2	9/2
x_5	0	-1	0	1	1	-1/2	5/2
x_3	0	1	1	0	0	1/2	5/2

$x_1^* = 9/2, x_2^* = 5/2, x_3^* = 5/2, x_4^* = 1, x_5^* = 0$
 $x_6^* = -x_2^* = -5/2, x_7^* = 0$
 $z_{max} = -(-18) = 18 = w^*$ (d. Forte)

	A	B	C	D	E	F	G	Acq
0	A	A	A	A	A	A	A	A
1	A	A	A	A	A	A	A	B, C
2	A	A	A	B	B	C	A	D, E, F
3	A	A	A	B	F	C	A	E, G
4	A	A	A	F	A	C	F	D, E
5	A	A	A	F	A	C	F	D
6	A	A	D	F	A	C	F	C
7	A	A	D	F	A	C	F	F

$\{F\} \neq \emptyset \rightarrow \exists \text{ ciclo } \leftarrow: F \leftarrow C \leftarrow D \leftarrow E \leftarrow G \leftarrow F$

4 a) ... $u_i(a_{ij}x_j - b_i) = 0 \quad i=1, \dots, m, (c_j - u^T A_j)x_j = 0 \quad j=1, \dots, n$
 b) • AMM. PRIMA: $x_1 \geq 0, x_2 < 0, x_3 \geq 0, x_4 \geq 0$
 $2x_1 + x_2 + x_3 = -2$
 • duale: max $-2u_1 + 3u_3 + 2u_4$
 s.t. $2u_1 + 2u_3 - u_4 \leq 2$ (a)
 $u_1 - u_2 + u_3 - u_4 \geq -7$ (b)
 $u_1 + 2u_2 + 3u_3 - 2u_4 = -3$ (c)
 $u_1 \text{ lib}, u_2 \geq 0, u_3 \leq 0, u_4 \leq 0$
 • CCPD: $x_1 = 0 \rightarrow$
 $x_2 < 0 \rightarrow |u_1 - u_2 + u_3 - u_4 = -7|$ CCPD
 $x_3 \text{ lib} \rightarrow$ no CCPD [A.O.]
 $2x_1 + x_2 + x_3 = -2$ (uguale) $\rightarrow$ no CCPD [A.P.]
 $-x_2 + 2x_3 = 2 > 0 \Rightarrow |u_2 = 0|$
 $2x_1 + 2x_3 = 2 < 3 \Rightarrow |u_3 = 0|$
 $-x_1 - x_2 - 2x_3 = -2 \Rightarrow$
 • SISTEMA CCPD $\rightarrow$ A.O.
 $\begin{cases} u_1 - u_2 + u_3 - u_4 = -7 & \text{(CCPD)} \\ u_2 = u_3 = 0 & \text{(CCPD)} \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} u_1 = -11 \\ u_2 = u_3 = 0 \\ u_4 = -4 \end{matrix}$
 • VERIFICA AMM. DUALE
 $u_1 \text{ lib} \vee u_2 \geq 0, \vee u_3 \leq 0, \vee u_4 \leq 0 \vee$
 (a) $-18 \leq 2 \vee$ (b) $-7 \geq -7 \vee$ (c) per costr. $\checkmark$
 • CONCLUSIONE: OTTIMA!
 (con free 14 = 14)

5 a) $x_B = [x_7, x_2, x_1]$ (conoscenza); NO OTTIMA (red' e)
 b) $60/3 > 0/2$! (non ammissibile...)
 c) entra x_3 , esce x_7
 d) (entra, esce): $(x_3, x_7) \quad (x_4, x_7) \quad (x_5, x_2) \quad (x_5, x_1)$
 e) $z_{new} = 10 + 2 \cdot 0 = 10 \quad 3 \cdot 0 = 10 \quad 4 \cdot 2 = 18 \quad 4 \cdot 2 = 18$

6 a) $UB \rightarrow (NE[30, 40])$ e S.A. non $\rightarrow$
 b) $[30, 35]$ (S.A. di P_4 , UB di P_3)
 c) P_3, P_4, P_5, P_6 ; Chiedo P_5 e P_6 ($UB \leq 30$)
 d) P_3
 e) $UB = SA \in [33, 35]$
 3
 3.4 $G \leftarrow F \leftarrow C \leftarrow A$