

# CAPITOLO 1

## INTRODUZIONE

Nel corso di questo documento si tratterà un esempio di verifica di un edificio multipiano in c.a. Le verifiche sono condotte con il metodo semiprobabilistico agli stati limite in riferimento alle seguenti norme:

- DM 2018
- Istruzioni per l'applicazione delle "Norme Tecniche per le Costruzioni" – 2009("Circolare")
- Eurocodice 2: EN-1992-1-1.

La struttura cui si fa riferimento nella seguente trattazione è un edificio di 4 piani in elevazione ed uno interrato, con struttura a telaio in calcestruzzo armato. Gli elementi cui si provvederà al dimensionamento e alla conseguente verifica sono i solai, le travi e i pilastri. La struttura è riportata in seguito:

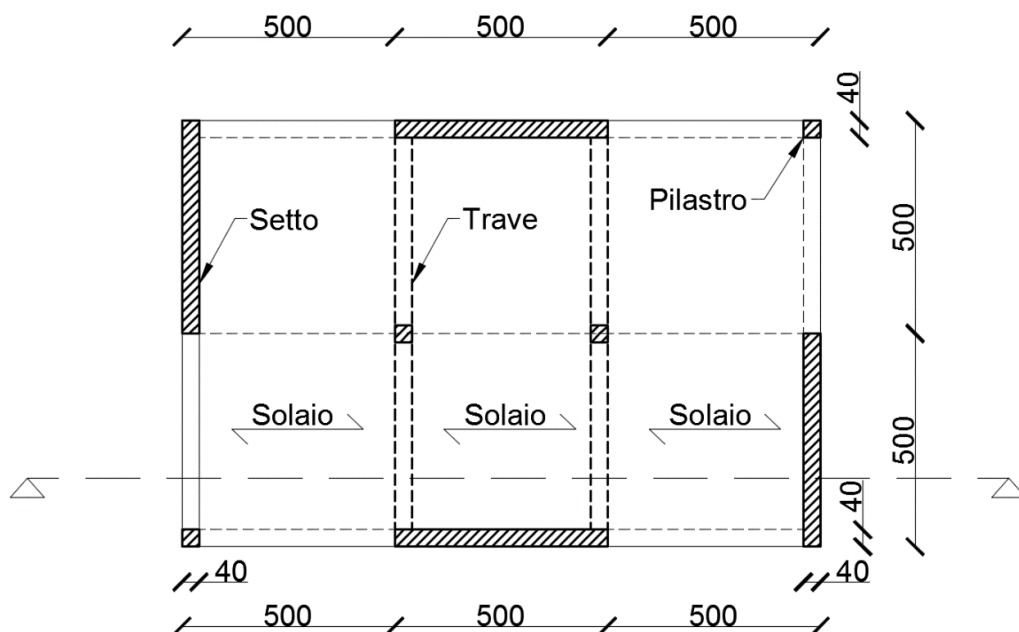
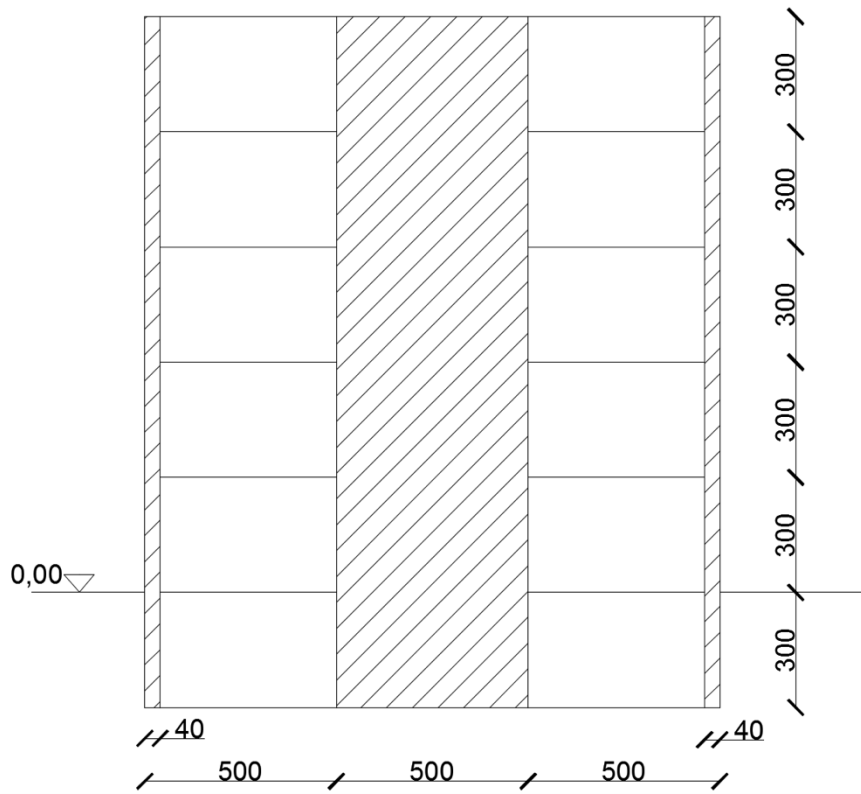


Figura 1: Pianta dell' Edificio



*Figura 2: Sezione longitudinale dell' Edificio*

## CAPITOLO 2

### CARATTERISTICHE DEI MATERIALI

I materiali considerati in questa trattazione sono:

- ACCIAIO PER C.A. (DM18 p.to 11.3.2): barre di acciaio ad aderenza migliorata di tipo **B 450 C**:
  - tensione caratteristica di snervamento  $f_{yk}$  450 MPa
  - tensione caratteristica di rottura  $f_u$  540 MPa
- CALCESTRUZZO (DM18 p.to 4.1 e DM18 p.to 11.2.10): classe di resistenza **C28/35**:
  - Resistenza cubica a compressione  $R_{ck}$  35 MPa
  - Resistenza cilindrica a compressione  $f_{ck}$  28 MPa
  - Resistenza media a compressione  $f_{cm}$  36 MPa (DM18 p.to 11.2.10)
  - Modulo elastico tangente  $E_{cm}$  32.3 GPa
  - Resistenza media a trazione  $f_{ctm}$  2.77 MPa

I coefficienti di sicurezza parziali da applicare alle proprietà dei materiali sono:

Acciaio per c.a.  $\gamma_s=1.15$

Calcestruzzo  $\gamma_c=1.50$

Si passa ai valori di resistenza di progetto dei materiali secondo le seguenti relazioni:

- ACCIAIO PER C.A.

Resistenza di calcolo per SLU:  $f_{yd} = f_{yk}/1.15 = 391$  MPa

$E_s = 210,000$  MPa secondo DM18-11.3.4.1 (NB: L'Eurocodice propone invece 200,000 MPa)

$\varepsilon_s = f_{yd} / E_s = 1.96\%$

$\varepsilon_{uk} = (A_{gt})_k \geq 7.5\% = 75\text{‰}$  (DM18 tab 11.3. lb)

$\varepsilon_{ud} = 0.9 \cdot \varepsilon_{uk} = 67.5\text{‰}$

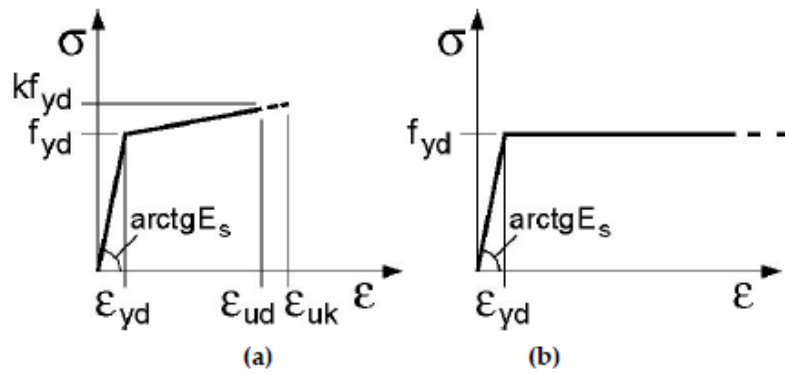


Figura 3: Leggi costitutive acciaio (DM18 – 4.1.2.1.2.2)

- CALCESTRUZZO (DM18 - 4.1.2.1.2.1)

Resistenza a compressione di progetto  $f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot f_{ck} / 1.50 = 15.9$  MPa

$\alpha_{cc} = 0.85$  è il coefficiente di riduzione della resistenza a compressione del calcestruzzo per carichi di lunga durata.

Nel caso di elementi piani (solette, pareti, ...) gettati in opera con calcestruzzi ordinari e con spessori minori di 50 mm, la resistenza di progetto a trazione va ridotta a  $0,80f_{cd} = 12,7$  MPa

Per calcestruzzi di classe di resistenza inferiore a C50/60 si può assumere:

$$\varepsilon_{c2} = 2.0\text{‰}$$

$$\varepsilon_{c3} = 1.75\text{‰}$$

$$\varepsilon_{cu} = 3.5\text{‰}$$

$$\varepsilon_{c4} = 0.7\text{‰}$$

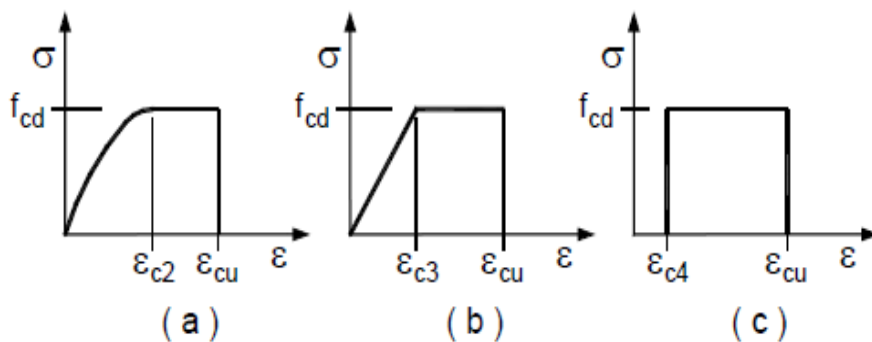


Figura 4: Leggi costitutive calcestruzzo (DM18 – 4.1.2.1.2.2)

# CAPITOLO 3

## VALUTAZIONE DELLE AZIONI

### 3.1 Ambiente

Le condizioni ambientali sono valutate secondo quanto riportato in DM18 – 4.1.2.2.4.2, in UNI EN 206-1 e in UNI 11104:2004, al fine della determinazione del tipo di calcestruzzo da utilizzare e dello spessore del copriferro necessario nei vari elementi.

Con riferimento al prospetto 1 della UNI 11104:2004, consideriamo le strutture poste all'interno di edifici in ambiente con umidità relativa bassa; classe di esposizione ambientale secondo DM18 tab. 4.1.III (prospetto 4.1 EC2): XC1.

Per le fondazioni si dovrà prescrivere un calcestruzzo di classe di esposizione ambientale: XC2

Se alcuni elementi di calcestruzzo risultano all'esterno, anche se riparati dalla pioggia, si dovrà prescrivere una classe di esposizione ambientale: XC3.

Il copriferro minimo richiesto, secondo prospetto 4.4N EC2 per la classe di esposizione ambientale XC1, risulta essere di 15 mm; a tale valore va aggiunto il valore di tolleranza di posa che, in assenza di ulteriori specificazioni, può essere assunto pari a 10 mm.

Condizioni ambientali	Classe di esposizione
Ordinarie	X0, XC1, XC2, XC3, XF1
Aggressive	XC4, XD1, XS1, XA1, XA2, XF2, XF3
Molto aggressive	XD2, XD3, XS2, XS3, XA3, XF4

*Figura 5: Descrizione delle condizioni ambientali (DM18 tab 4.1.III)*

Secondo le indicazioni della circolare 2019 (Tabella C4.1.IV), il copriferro minimo risulta essere di 20 mm per elementi a piastra e di 25 mm per gli altri elementi. A tali valori va aggiunto il valore di tolleranza di posa pari a 10 mm o minore, secondo indicazioni di norme di comprovata validità.

C <sub>min</sub>	C <sub>o</sub>	ambiente	barre da c.a. elementi a piastra		barre da c.a. altri elementi		cavi da c.a.p. elementi a piastra		cavi da c.a.p. altri elementi	
			C ≥ C <sub>o</sub>	C <sub>min</sub> ≤ C < C <sub>o</sub>	C ≥ C <sub>o</sub>	C <sub>min</sub> ≤ C < C <sub>o</sub>	C ≥ C <sub>o</sub>	C <sub>min</sub> ≤ C < C <sub>o</sub>	C ≥ C <sub>o</sub>	C <sub>min</sub> ≤ C < C <sub>o</sub>
			C25/30	C35/45	ordinario	15	20	20	25	25
C28/35	C40/50	aggressivo	25	30	30	35	35	40	40	45
C35/45	C45/55	molto ag.	35	40	40	45	45	50	50	50

Figura 6: Copriferri minimi in mm (Circolare 2019)

### 3.2 Neve

Le azioni derivanti dalla neve vanno valutate secondo le indicazioni riportate in DM18 p.to 3.4

Il carico provocato dalla neve sulle coperture sarà valutato mediante la seguente espressione:

$$q_s = \mu_i \cdot q_{sk} \cdot C_E \cdot C_t$$

dove:

$q_{sk}$  = valore caratteristico del carico di neve al suolo per un periodo di ritorno di 50 anni

$\mu_i$  = coefficiente di forma, per copertura piana = 0,8;

$C_E$  = coefficiente di esposizione della struttura rispetto al contesto intorno all'edificio;

$C_t$  = coefficiente termico, tiene conto della possibilità di scioglimento della neve per dispersioni termiche dell'edificio.

Coefficiente di forma	0° ≤ α ≤ 30°	30° < α < 60°	α ≥ 60°
μ <sub>i</sub>	0,8	0,8 · $\frac{(60 - \alpha)}{30}$	0,0

Figura 7: Valori dei coefficienti di forma

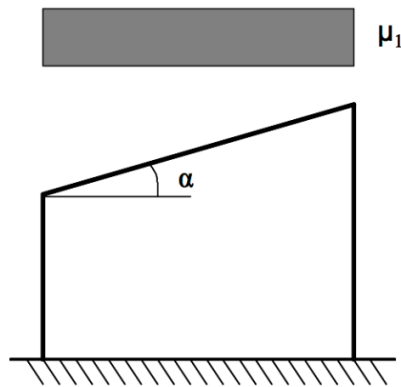


Figura 8: condizioni di carico per coperture ad una falda

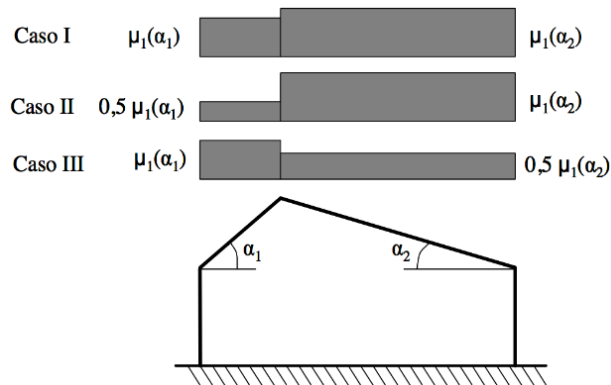


Figura 9: Condizioni di carico per coperture a due falde

Il carico di neve al suolo è funzione della zona in cui è sito l'ufficio e della sua altezza sul mare. Si ipotizzi che l'edificio sia situato in provincia di Belluno (Zona I – Alpina), con  $a_s=300\text{m}$ .

Il valore caratteristico del carico di neve al suolo diventa dunque:

$$q_{sk} = 1,39 [1 + (a_s / 728)^2] = 1,79 \text{ kN/m}^2$$

Topografia	Descrizione	$C_E$
Battuta dai venti	Aree pianeggianti non ostruite esposte su tutti i lati, senza costruzioni o alberi più alti.	0,9
Normale	Aree in cui non è presente una significativa rimozione di neve sulla costruzione prodotta dal vento, a causa del terreno, altre costruzioni o alberi.	1,0
Riparata	Aree in cui la costruzione considerata è sensibilmente più bassa del circostante terreno o circondata da costruzioni o alberi più alti	1,1

Figura 10: Valori di  $C_E$  per diverse classi di topografia

Assumiamo dunque  $C_E = 1,0$

Topografia: Normale. Aree in cui non è presente una significativa rimozione di neve sulla costruzione prodotta dal vento a causa del terreno, altre costruzioni o alberi.

In assenza di uno specifico e documentato studio, deve essere utilizzato  $C_t = 1,0$

Il carico provocato dalla neve sulle coperture diventa pari a:

$$q_s = q_{sk} \cdot \mu_i \cdot C_E \cdot C_t = 1,79 \cdot 0,8 \cdot 1,0 \cdot 1,0 = 1,432 \text{ kN/m}^2$$

### 3.3 Carichi Verticali

Si definiscono i seguenti carichi verticali agenti sulla COPERTURA:

- Carichi Permanenti

Peso Proprio ( $G_1$ ): solaio in latero-cemento sp. 20+4      3,50  $\text{kN/m}^2$

Intonaco\*      0,30  $\text{kN/m}^2$

Lastricato\*      0,50  $\text{kN/m}^2$

Sottofondo\*      0,50  $\text{kN/m}^2$

Impermeabilizzazione\*      0,30  $\text{kN/m}^2$

**Permanenti ( $G'_k$ )**      5,10  $\text{kN/m}^2$

di cui: pesi propri strutturali  $G_1$       3,50  $\text{kN/m}^2$

e pesi propri non strutturali  $G_2$       1,60  $\text{kN/m}^2$

- Carichi Accidentali

**Accidentali (neve) ( $Q'_k$ )**      1,432  $\text{kN/m}^2$

**TOTALE**      6,532  $\text{kN/m}^2$



Si definiscono i seguenti carichi verticali agenti sui PIANI INTERMEDI:

- Carichi Permanenti

Peso Proprio ( $G_1$ ): solaio in latero-cemento sp. 20+4	3,50 $kN/m^2$
Intonaco*	0,30 $kN/m^2$
Pavimentazione*	0,50 $kN/m^2$
Sottofondo*	0,50 $kN/m^2$
Incidenza tramezzi: 1,20 · 10 cm **	1,50 $kN/m^2$
<b>Permanenti (<math>G'_k</math>)</b>	<b>6,30 <math>kN/m^2</math></b>
di cui: pesi propri strutturali $G_1$	3,50 $kN/m^2$
e pesi propri non strutturali $G_2$	2,80 $kN/m^2$

- Carichi Accidentali

<b>Accidentali – categoria edificio A/B *** (<math>Q''_k</math>)</b>	<b>2,00 <math>kN/m^2</math></b>
<b>TOTALE</b>	<b>8,30 <math>kN/m^2</math></b>

\* Valori da prontuario

\*\* DM18 p.to 3.1.3.

\*\*\* DM18 Tab 3.1.II

### 3.4 Vento

La valutazione dell'azione del vento sulle strutture si esegue in conformità al DM18 p.to 3.3.

Il vento applica alla struttura delle azioni orizzontali tipo variabile rapidamente nel tempo, potendo generare, per strutture leggere, anche effetti di tipo dinamico. Per costruzioni usuali in muratura o c.a. "pesanti" si assume che l'azione del vento sia affidata alle pareti che in questa sede non vengono calcolate. Inoltre per questo tipo di costruzioni l'azione sismica orizzontale risulta solitamente più gravosa dell'azione del vento.

### 3.5 Combinazione di Carichi

In generale le combinazioni da considerare per le situazioni di progetto persistenti e transitorie (combinazioni fondamentali) sono definite dalle seguenti espressioni (DM18 p.to 2.5.3):

- Combinazione fondamentale, generalmente impiegata per gli stati limite ultimi (SLU)

$$\gamma_{G1} \cdot G_1 + \gamma_{G2} \cdot G_2 + \gamma_P \cdot P + \gamma_{Q1} \cdot Q_{k1} + \gamma_{Q2} \cdot \psi_{02} \cdot Q_{k2} + \gamma_{Qs} \cdot \psi_{03} \cdot Q_{ks} + \dots$$

- Combinazione caratteristica (rara), generalmente impiegata per gli stati limite di esercizio (SLE) irreversibili, da utilizzarsi nelle verifiche alle tensioni ammissibili

$$G_1 + G_2 + P + Q_{k1} + \psi_{02} \cdot Q_{k2} + \psi_{03} \cdot Q_{k3} + \dots$$

- Combinazione frequente, generalmente impiegata per gli stati limite di esercizio (SLE) reversibili:

$$G_1 + G_2 + P + \psi_{11} \cdot Q_{k1} + \psi_{22} \cdot Q_{k2} + \psi_{23} \cdot Q_{k3} + \dots$$

- Combinazione quasi permanente (SLE), generalmente impiegata per gli effetti a lungo termine:

$$G_1 + G_2 + P + \psi_{21} \cdot Q_{k1} + \psi_{22} \cdot Q_{k2} + \psi_{23} \cdot Q_{k3} + \dots$$

- Combinazione sismica, impiegata per gli stati limite ultimi e di esercizio connessi all'azione sismica E:

$$E + G_1 + G_2 + P + \psi_{21} \cdot Q_{k1} + \psi_{22} \cdot Q_{k2} + \dots$$

Combinazione eccezionale, impiegata per gli stati limite ultimi connessi alle azioni eccezionali di progetto  $A_d$  (v. § 3.6):

$$G_1 + G_2 + P + A_d + \psi_{21} \cdot Q_{k1} + \psi_{22} \cdot Q_{k2} + \dots$$

La notazione delle azioni e dei coefficienti così definiti è la seguente:  
 $G_1$  valore caratteristico dei pesi propri;

$G_2$  valore caratteristico dei carichi permanenti;  
 $Q_{k1}$  valore caratteristico di una delle azioni variabili;  
 $Q_{ki}$  valore caratteristico delle altre azioni variabili;  
 $A_d$  valore di calcolo dell'azione eccezionale;  
 $P_k$  valore caratteristico della precompressione;

$\gamma_{G1}$  coefficienti di sicurezza parziali per le azioni permanenti non strutturali:  
 1,0 (favorevole) – 1,3 (sfavorevole)

$\gamma_{G2}$  coefficienti di sicurezza parziali per le azioni permanenti non strutturali:  
 0,8 (favorevole) – 1,5 (sfavorevole)

$\gamma_{Qj}$  coefficienti di sicurezza parziali per le azioni variabili:  
 0,0 (favorevole) – 1,5 (sfavorevole)

$\psi_0, \psi_1, \psi_2$  coefficienti di contemporaneità delle azioni variabili

		Coefficiente	EQU	A1	A2
		$\gamma_F$			
Carichi permanenti $G_1$	Favorevoli	$\gamma_{G1}$	0,9	1,0	1,0
	Sfavorevoli		1,1	1,3	1,0
Carichi permanenti non strutturali $G_2^{(1)}$	Favorevoli	$\gamma_{G2}$	0,8	0,8	0,8
	Sfavorevoli		1,5	1,5	1,3
Azioni variabili Q	Favorevoli	$\gamma_{Qi}$	0,0	0,0	0,0
	Sfavorevoli		1,5	1,5	1,3

<sup>(1)</sup> Nel caso in cui l'intensità dei carichi permanenti non strutturali o di una parte di essi (ad es. carichi permanenti portati) sia ben definita in fase di progetto, per detti carichi o per la parte di essi nota si potranno adottare gli stessi coefficienti parziali validi per le azioni permanenti.

*Tabella 1: Coefficienti di sicurezza parziali per gli stati limite ultimi*



## CAPITOLO 4

### VERIFICA DEL SOLAIO

Analizziamo un solaio intermedio schematizzato come trave, di dimensioni pari all'interasse, su 4 appoggi.

#### 4.1 Predimensionamento

Si attui il predimensionamento, una volta tenute conto le prescrizioni normative contenute nella Circ. C.4.1.9.1.2 – p.to 7 sez. II DM96.

Lo spessore dei solai a portata unidirezionale che non siano di semplice copertura non deve essere minore di  $1/25$  della luce di calcolo ed in nessun caso minore di 12 cm.

$$H_{\text{solaio}} > 1/25L$$

$$H_{\text{min}} < 20 \text{ cm}$$

La larghezza minima delle nervature in calcestruzzo con nervature gettate o completate in opera non deve essere minore di  $1/8$  dell'interasse e comunque non inferiore a 8 cm.

Per luci maggiori di 4,5 m è necessario prevedere una soletta con spessore  $s \geq 4$  cm.

L'interasse delle nervature deve essere non maggiore di 15 volte lo spessore della soletta.

Armatura longitudinale min:  $A_s \geq 0,007 H_{\text{solaio}} \text{ (cm}^2\text{/m)}$

Pertanto si sceglie di utilizzare un solaio in latero-cemento, con interessare dei travetti pari a 0,5 m, altezza del travetto pari a 20 cm, altezza della soletta di 4 cm, blocchi di alleggerimento in laterizio forato di 400 mm. Si riporta lo schema del solaio:

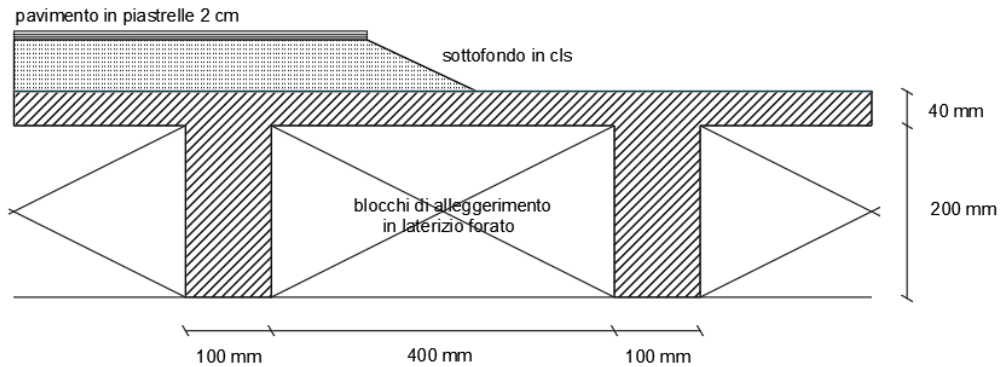


Figura 11: Schema del solaio

Si definiscono ora incarichi per unità di larghezza. L'unità scelta è la striscia di larghezza relativa ad un travetto, cioè l'interasse  $i=0,5\text{m}$ .

Piano di Copertura:

$$G_1 = 1,75 \text{ kN/m};$$

$$G_2 = 0,80 \text{ kN/m};$$

$$Q_k = 0,715 \text{ kN/m};$$

Piani Intermedi:

$$G_1 = 1,75 \text{ kN/m};$$

$$G_2 = 1,4 \text{ kN/m};$$

$$Q_k = 1 \text{ kN/m};$$

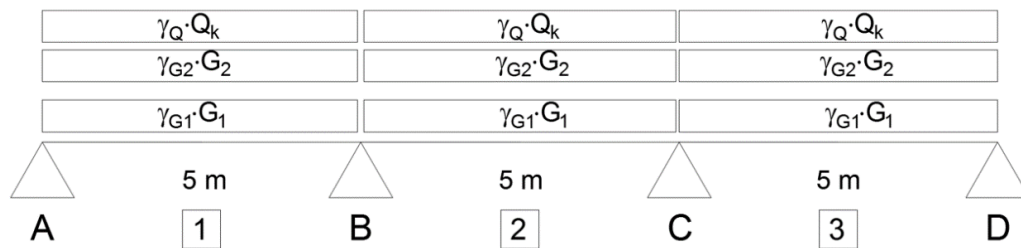
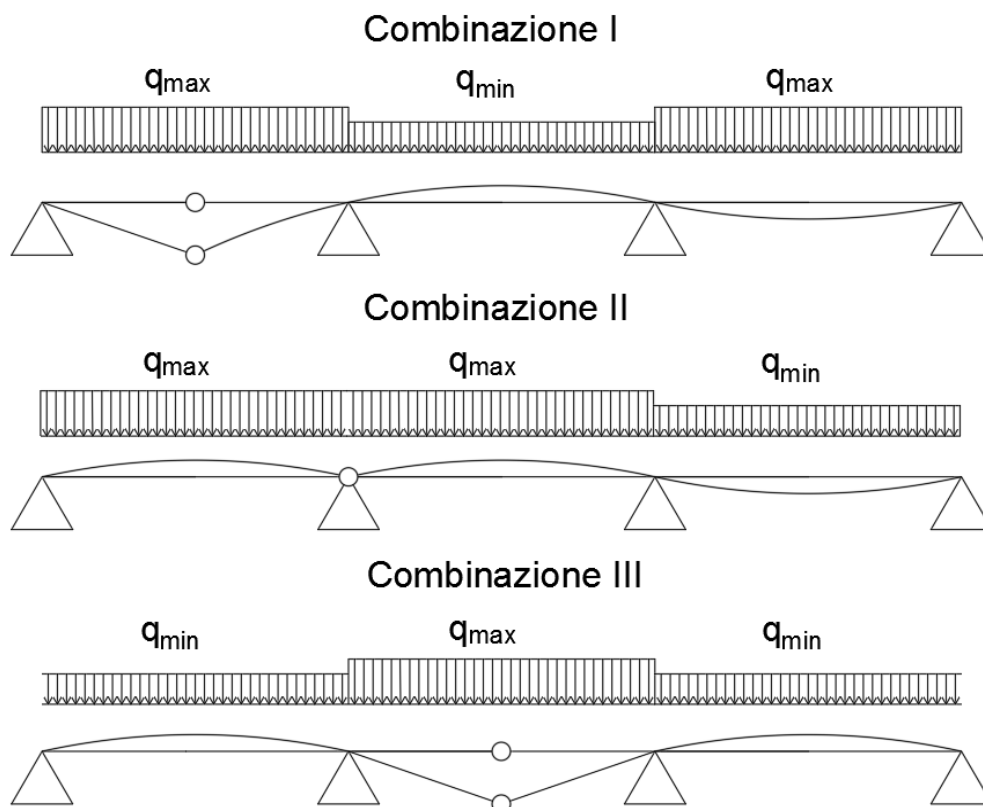


Figura 12: Distribuzione dei carichi

Procediamo alla costruzione delle linee di influenza del momento in mezzeria delle campate e in corrispondenza degli appoggi.



*Figura 13: Combinazioni di carico*

Le combinazioni di carico risultano essere dunque le seguenti:

Campata			
Comb.	1	2	3
I	$1,3G_1+1,5(G_2+Q_k)$	$1,0G_1+0,8G_2+0,0Q_k$	$1,3G_1+1,5(G_2+Q_k)$
II	$1,3G_1+1,5(G_2+Q_k)$	$1,3G_1+1,5(G_2+Q_k)$	$1,0G_1+0,8G_2+0,0Q_k$
III	$1,0G_1+0,8G_2+0,0Q_k$	$1,3G_1+1,5(G_2+Q_k)$	$1,0G_1+0,8G_2+0,0Q_k$

*Tabella 2: Combinazioni di Carico*

Un calcolo elastico lineare conduce alle seguenti sollecitazioni massime e minime sui solai intermedi (per una striscia di 0,5 m di larghezza).

Piani Intermedi:

$$1,3 G_1 + 1,5 (G_2 + Q_k) = 5,88 \text{ kN/m}$$

$$1,0 G_1 + 0,8 G_2 + 0,0 Q_k = 2,87 \text{ kN/m}$$

Copertura:

$$1,3 G_1 + 1,5 (G_2 + Q_k) = 4,55 \text{ kN/m}$$

$$1,0 G_1 + 0,8 G_2 + 0,0 Q_k = 2,39 \text{ kN/m}$$

Lo schema con carico uniforme su tutte le campate può essere risolto con valori da prontuario:

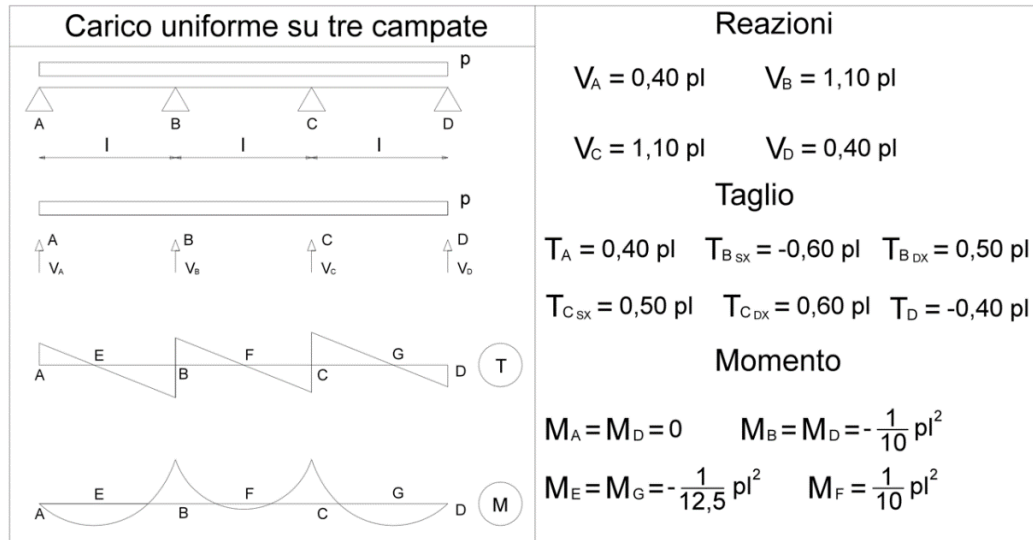


Figura 14: Parametri della sollecitazione

Si riportano dunque i diagrammi dei parametri di Momento e Taglio per le tre combinazioni individuate:

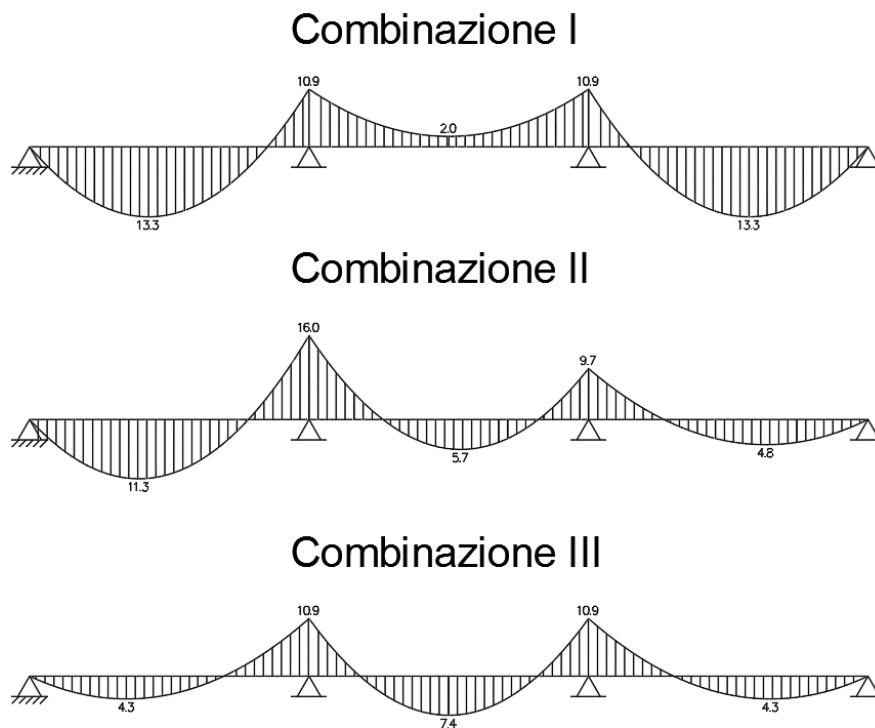
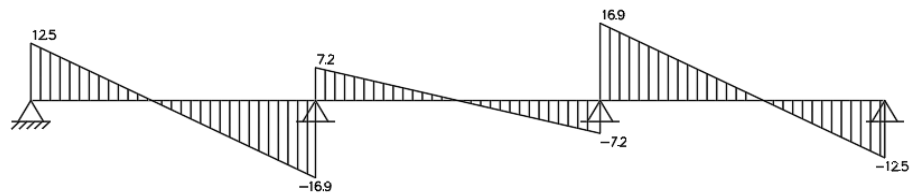


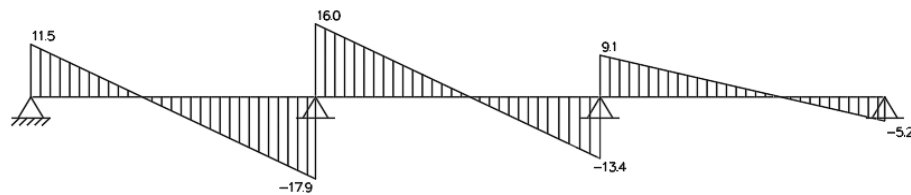
Figura 15: Diagramma del Momento flettente[kNm]



### Combinazione I



### Combinazione II



### Combinazione III

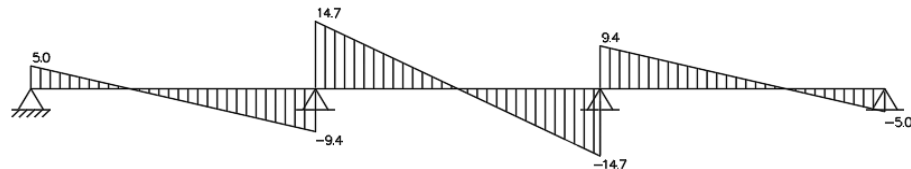


Figura 16: Diagramma del Taglio[kN]

Il valore dei parametri della sollecitazione e le reazioni vincolari per le tre combinazioni di carico individuate sono riportate nella tabella seguente.

Comb	$R_A$ kN	$R_B$ kN	$R_C$ kN	$R_D$ kN	$M_1^+$ kNm	$M_B^-$ kNm	$M_2^+$ kNm	$M_C^-$ kNm	$M_3^+$ kNm	$T_{MAX}$ kN
I	12,5	24,1	24,1	12,5	13,3	-10,9	-2	-10,9	13,3	16,9
II	11,5	33,8	22,6	5,2	11,3	-16	5,7	-9,7	4,8	-17,9
III	5	24,1	24,1	5	4,3	-10,9	7,4	-10,9	4,3	14,7

Tabella 3: Pds per le tre combinazioni di carico

## 4.2 Verifica allo Stato Limite Ultimo di Flessione

Sezione di massimo momento positivo (mezzeria della prima e terza campata). Si verifica con la combinazione di carico I.

### 4.2.1 Metodo I – massimo momento positivo

Nella logica di progettazione agli stati limite, supponendo che l'asse neutro cada all'interno della soletta e che quindi la verifica sia eseguita per una sezione rettangolare, l'armatura longitudinale tesa del solaio viene predimensionata sulla base della seguente relazione:

$$A_s = \frac{M_{Ed}}{0,9 d \cdot f_{yd}}$$

Nell'ipotesi che il braccio della coppia interna sia pari a 0,9 volte l'altezza utile  $d$  della sezione, e considerando il momento agente  $M_{Ed}$  come il momento massimo in valore assoluto definito nell'analisi delle combinazioni di carico.

$$d = 210 \text{ mm} \quad M_{Ed} = 13,3 \text{ kNm}$$

$$A_s = \frac{M_{Ed}}{0,9 d \cdot f_{yd}} = \frac{13,3 \cdot 10^6}{0,9 \cdot 210 \cdot 391} = 180 \text{ mm}^2$$

L'armatura longitudinale scelta è pari a  $2\emptyset 12$ .

Si parte dall'ipotesi di calcestruzzo alla deformazione ultima a rottura  $\varepsilon_{cu} = 3,5\%$  e acciaio teso in condizioni snervante ( $\varepsilon_s = 1,96\%$ ).

Equilibrio alla traslazione nella sezione (risultante compressioni  $C$  = risultante trazioni  $T$ ), sotto le ipotesi di mantenimento della planarità delle sezioni e utilizzo del diagramma stress block per la distribuzione delle tensioni sulla sezione reagente di calcestruzzo:

$$0,8 \cdot b \cdot x \cdot f_{ct} - A_s f_{yd} = 0$$

$$x = \frac{A_s f_{yd}}{0,8 \cdot b \cdot f_{ct}} = \frac{226,2 \cdot 391}{0,8 \cdot 500 \cdot 12,7} = 17,41 \text{ mm}$$

Si ricorda che i valori  $\beta_1$  e  $\beta_2$  sono pari rispettivamente a 0,8 e 0,4.

È ora necessario controllare la deformazione dell'acciaio per poter verificare che esso sia snervato (ipotesi di partenza):

$$\frac{3,5\%}{17,41} = \frac{\varepsilon_s}{210 - 17,41}$$

$$\varepsilon_s = \frac{3,5\% \cdot (210 - 17,41)}{17,41} = 38,7\%$$

La deformazione dell'acciaio risulta, per semplice proporzione, molto maggiore del 1,96 %, quindi l'acciaio risulta essere effettivamente snervato.

La profondità dell'asse neutro,  $x$ , risulta minore dello spessore della soletta per cui l'ipotesi di verifica come sezione rettangolare viene confermata.

Il braccio della coppia interna è pari a  $z = d - \beta_2 x = 203 \text{ mm}$ , dall'equazione di equilibrio alla rotazione con centro nella risultante delle compressioni ricaviamo il momento resistente:

$$M_{Rd} = A_s \cdot f_{yd} \cdot z = 18 \text{ kNm} > M_{Ed} = 13 \text{ kNm}$$

La sezione risulta dunque verificata.

#### 4.2.2 Metodo II – massimo momento positivo

Questo metodo risulta più rigoroso ed è implicitamente verificato.  
Sezione a T con larghezza pari a quella dell'ala (500 mm), ed altezza utile  $d = 210$  mm.

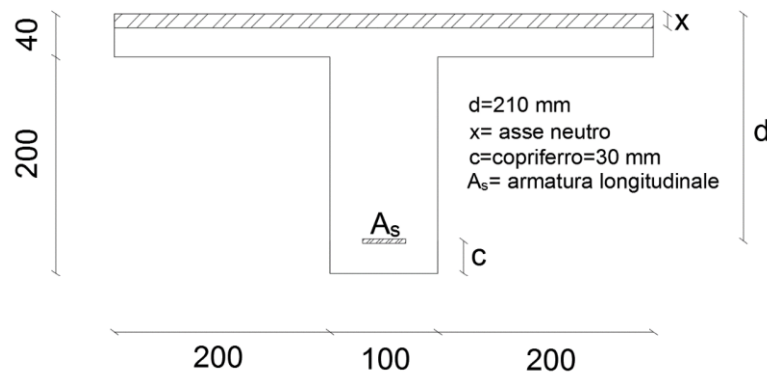


Figura 17: Sezione a T.

$$M_{Ed} = 13,3 \text{ kNm}$$

$$x_{lim} = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} - \varepsilon_{fyd}} \cdot d = \frac{3,5}{3,5 + 1,96} = 0,64 \cdot 210 = 134,4 \text{ mm}$$

$$z_{lim} = d - \beta_2 \cdot x_{lim} = 210 - 0,4 \cdot 134,4 = 156,24 \text{ mm}$$

$$F_c = f_{cl} \cdot \beta_1 \cdot x_{lim} \cdot b = 12,7 \cdot 0,8 \cdot 134,4 \cdot 500 = 682,7 \text{ kN}$$

$$M_{Rd,lim} = F_c \cdot z_{lim} = 106,6 \text{ kNm}$$

Previa verifica che il Momento agente sia inferiore del momento limite, procedo con la determinazione della posizione dell'asse neutro e della quantità di armatura necessaria.

$$x = \frac{d}{2\beta_2} - \sqrt{\left(\frac{d}{2\beta_2}\right)^2 - \frac{M_{Ed}}{\beta_1 \cdot \beta_2 \cdot f_{cl} \cdot b}} = 12,78 \text{ mm}$$

$$z = d - \beta_2 x = 204,9 \text{ mm}$$

$$A_s = \frac{M_{Ed}}{z \cdot f_{yd}} = 166,02 \text{ mm}^2$$

L'armatura longitudinale scelta è pari a 2Ø12. La sezione è quindi implicitamente verificata.

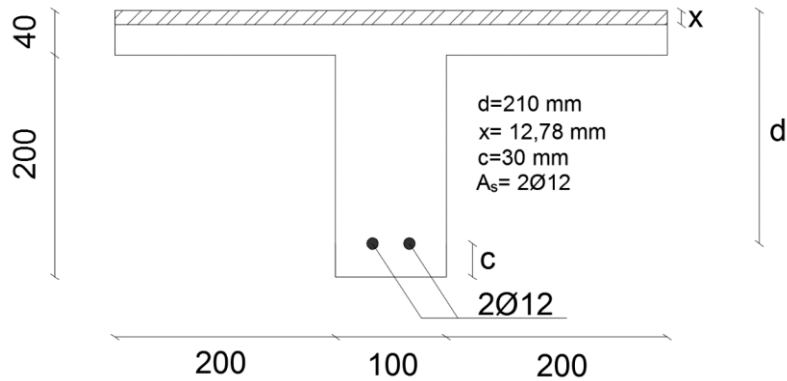


Figura 18: Disposizione delle armature a flessione nella sezione di massimo momento positivo.

#### 4.2.3 Metodo II – massimo momento negativo

Sezione di massimo momento negativo: si verifica con la combinazione di carico II, sugli appoggi intermedi. Si ponga attenzione sul fatto che le fibre tese saranno poste nella parte superiore del solaio.

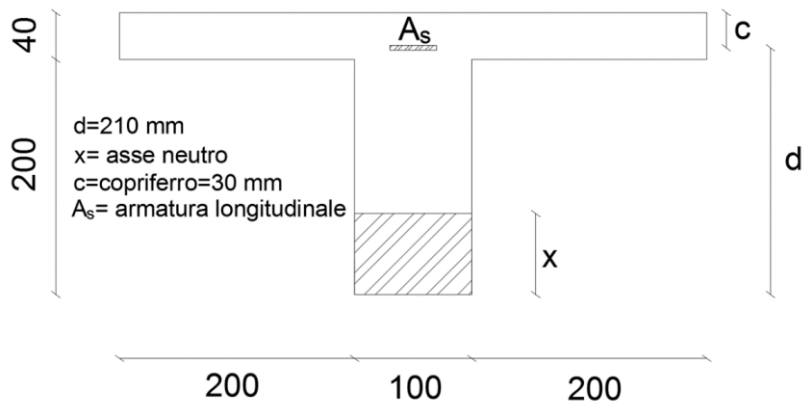


Figura 19: Sezione a T in B

$$M_{Ed} = 16 \text{ kNm}$$

$$x_{lim} = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} - \varepsilon_{fyd}} \cdot d = \frac{3,5}{3,5 + 1,96} = 0,64 \cdot 210 = 134,4 \text{ mm}$$

$$z_{lim} = d - \beta_2 \cdot x_{lim} = 210 - 0,4 \cdot 134,4 = 156,24 \text{ mm}$$

$$F_c = f_{cd} \cdot \beta_1 \cdot x_{lim} \cdot b = 15,9 \cdot 0,8 \cdot 134,4 \cdot 100 = 170,96 \text{ kN}$$

Si ponga attenzione sul fatto che ora è possibile utilizzare il valore di  $f_{cd}$  completo, poiché l'asse neutro è posto nella nervatura del travetto, e non si colloca più in corrispondenza della soletta superiore. A tale riguardo, è necessario ulteriormente considerare, almeno in prima ipotesi, che la larghezza della sezione reagente sia quella del travetto stesso, e non tutta la larghezza della soletta.

$$M_{Rd,lim} = F_c \cdot z_{lim} = 26,7 \text{ kNm}$$

Previa verifica che il Momento agente sia inferiore del momento limite, procedo con la determinazione della posizione dell'asse neutro e della quantità di armatura necessaria.

$$x = \frac{d}{2\beta_2} - \sqrt{\left(\frac{d}{2\beta_2}\right)^2 - \frac{M_{Ed}}{\beta_1 \cdot \beta_2 \cdot f_{cd} \cdot b}} = 69,1 \text{ mm}$$

$$z = d - \beta_2 x = 182,3 \text{ mm}$$

$$A_s = \frac{M_{Ed}}{z \cdot f_{yd}} = 224,23 \text{ mm}^2$$

L'armatura longitudinale scelta è pari a 2Ø14. La sezione è quindi implicitamente verificata.

Ad ulteriore verifica si calcola comunque il momento resistente e lo si confronta con quello agente. Essendo il braccio della coppia interna pari a  $z = d - \beta_2 x = 182,42 \text{ mm}$ , dall'equazione di equilibrio alla rotazione con centro nella risultante delle compressioni ricaviamo il momento resistente:

$$M_{Rd,lim} = A_s \cdot z \cdot f_{yd} = 21,96 \text{ kNm} > M_{Ed} = 16 \text{ kNm}$$

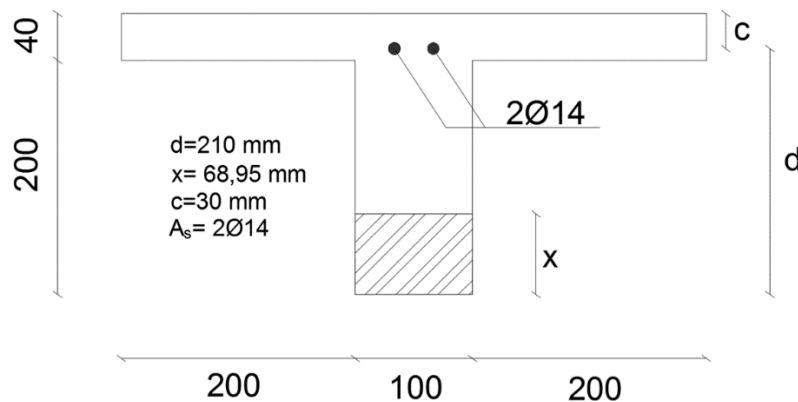


Figura 20: Disposizione delle armature a flessione nella sezione di massimo momento negativo.

### 4.3 Verifica allo Stato Limite Ultimo di Taglio

È consentito l'impiego di solai, piastre e membrature a comportamento analogo, sprovviste di armature trasversali resistenti a taglio. La resistenza a taglio  $V_{Rd}$  di tali elementi deve essere valutata, utilizzando formule di comprovata affidabilità, sulla base della resistenza a trazione del calcestruzzo (DM18 p.to 4.1.2.3.5.1).

$$V_{Edmax} = 17,9 \text{ kN} \text{ (Combinazione di carico II)}$$

Resistenza a taglio senza armatura:

$$V_{Rd} = \max \left\{ \left[ 0,18 \cdot k \cdot \frac{(100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3}}{\gamma_c} + 0,15 \sigma_{cp} \right] \cdot b_w \cdot d ; (v_{min} + 0,15 \sigma_{cp}) \cdot b_w \cdot d \right\}$$

con  $b_w = 100 \text{ mm}$  e  $d = 210 \text{ mm}$

$$k = 1 + \left( \frac{200}{d} \right)^{1/2} = 1,97 < 2,0 ; \quad v_{min} = 0,035 k^{3/2} \cdot f_{ck}^{1/2} = 0,51$$

$$\rho_l = \frac{A_{sl}}{b_w \cdot d} = \frac{307,8}{100 \cdot 210} = 0,0147 < 0,02 ; \quad \sigma_{cp} = \frac{N_{Ed}}{A_c} = 0$$

Si ottiene dunque:

$$V_{Rd} = \max \{17,2 \text{ kN} ; 10,8 \text{ kN}\} = 17,2 \text{ kN}$$

Il taglio resistente risulta di poco inferiore al taglio sollecitante, è utile quindi ripetere la verifica a filo della larghezza della trave, soprattutto se questa è in spessore (il taglio sul bordo della trave risulta, per semplice proporzione pari a 16,8 kN), e se non ancora sufficiente si renderà necessario intervenire incrementando la sezione resistente in calcestruzzo in prossimità degli appoggi rimuovendo alcuni laterizi di alleggerimento in modo alternato.

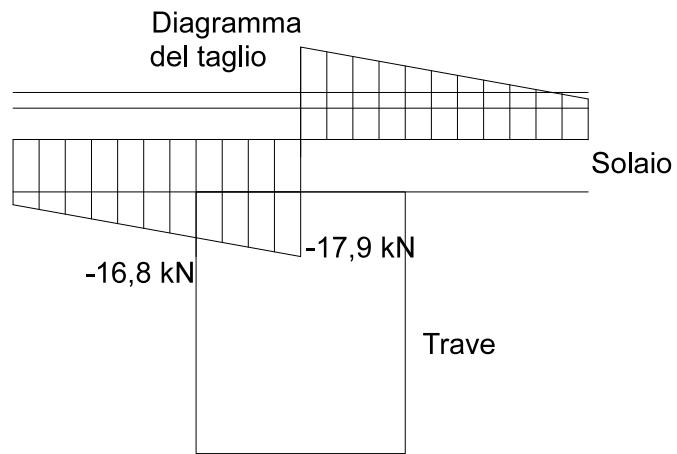


Figura 21: Valore del taglio a filo della trave[kN]

$$V_{Rd} = 17,2 \text{ kN} > V_{Ed} = 16,8 \text{ kN}$$

## 4.4 Verifica agli Stati Limite di Esercizio (SLE)

Per le verifiche allo stato limite di esercizio oltre al DM18 si fa riferimento alle "Istruzioni per l'applicazione delle Norme Tecniche per le Costruzioni" 2009. Tali verifiche vengono condotte una volta dimensionati gli elementi allo stato limite ultimo.

Le verifiche in esercizio richiedono la definizione di differenti combinazioni dei carichi:

- Combinazione caratteristica (rara), generalmente impiegata per gli stati limite di esercizio (SLE) irreversibili, da utilizzarsi nelle verifiche alle tensioni ammissibili:

$$G_1 + G_2 + P + Q_{k1} + \psi_{02} \cdot Q_{k2} + \psi_{03} \cdot Q_{k3} + \dots$$

- Combinazione frequente, generalmente impiegata per gli stati limite di esercizio (SLE) reversibili:

$$G_1 + G_2 + P + \psi_{11} \cdot Q_{k1} + \psi_{22} \cdot Q_{k2} + \psi_{23} \cdot Q_{k3} + \dots$$

- Combinazione quasi permanente (SLE), generalmente impiegata per gli effetti a lungo termine:

$$G_1 + G_2 + P + \psi_{21} \cdot Q_{k1} + \psi_{22} \cdot Q_{k2} + \psi_{23} \cdot Q_{k3} + \dots$$

Dalla tabella 2.5.I del DM18 si ricavano i valori di  $\psi_{ij}$  in funzione della destinazione d'uso della struttura. Nel caso di ambienti ad uso residenziale si ricava:

$$\psi_{0j} = 0,7$$

$$\psi_{1j} = 0,5$$

$$\psi_{2j} = 0,3$$

I carichi per una striscia di larghezza pari ad un travetto (0,5 m) sono, come visto in precedenza:

Piano di Copertura:

$$G_1 = 1,75 \text{ kN/m};$$

$$G_2 = 0,80 \text{ kN/m};$$

$$Q_k = 0,715 \text{ kN/m};$$

Piani Intermedi:

$$G_1 = 1,75 \text{ kN/m};$$

$$G_2 = 1,4 \text{ kN/m};$$

$$Q_k = 1 \text{ kN/m};$$



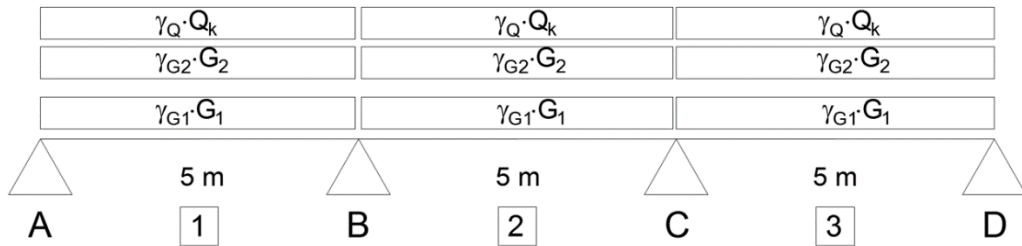


Figura 22: Carichi agenti allo SLE

- Combinazione caratteristica (rara), generalmente impiegata per gli stati limite di esercizio (SLE) irreversibili, da utilizzarsi nelle verifiche alle tensioni ammissibili:

$$G_1 + G_2 + Q_{k1}$$

Piano di Copertura:

$$G_1 = 1,75 \text{ kN/m}$$

$$G_1 + G_2 + Q_{k1} = 3,265 \text{ kN/m}$$

Piani Intermedi:

$$G_1 = 1,75 \text{ kN/m}$$

$$G_1 + G_2 + Q_{k1} = 4,15 \text{ kN/m}$$

- Combinazione frequente, generalmente impiegata per gli stati limite di esercizio (SLE) reversibili:

$$G_1 + G_2 + \psi_{11} \cdot Q_{k1}$$

Piano di Copertura:

$$G_1 = 1,75 \text{ kN/m}$$

$$G_1 + G_2 + 0,5 Q_{k1} = 2,907 \text{ kN/m}$$

Piani Intermedi:

$$G_1 = 1,75 \text{ kN/m}$$

$$G_1 + G_2 + 0,5 Q_{k1} = 3,65 \text{ kN/m}$$

- Combinazione quasi permanente (SLE), generalmente impiegata per gli effetti a lungo termine:

$$G_1 + G_2 + \psi_{21} \cdot Q_{k1}$$

Piano di Copertura:

$$G_1 = 1,75 \text{ kN/m}$$

$$G_1 + G_2 + 0,3 Q_{k1} = 2,764 \text{ kN/m}$$

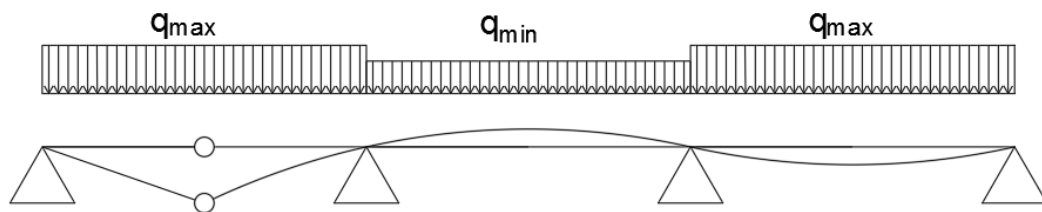
Piani Intermedi:

$$G_1 = 1,75 \text{ kN/m}$$

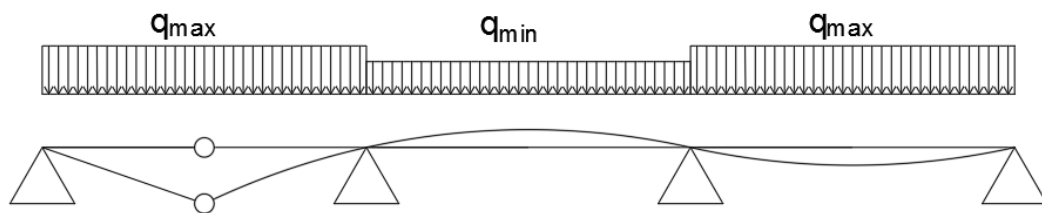
$$G_1 + G_2 + 0,3 Q_{k1} = 3,45 \text{ kN/m}$$

Si svolgono a titolo di esempio le verifiche allo SLE nella sezione più sollecitata a momento massimo positivo considerando la combinazione dei carichi nelle campate che fornisce il valore massimo di tale sollecitazione. La linea di influenza relativa è la medesima considerata nella verifica allo SLU (combinazione I).

### Combinazione caratteristica



### Combinazione frequente



### Combinazione q. permanente

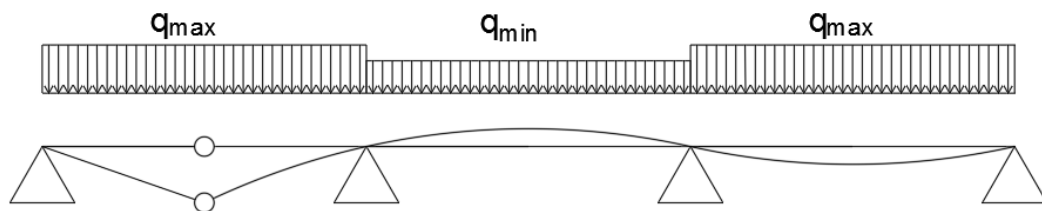
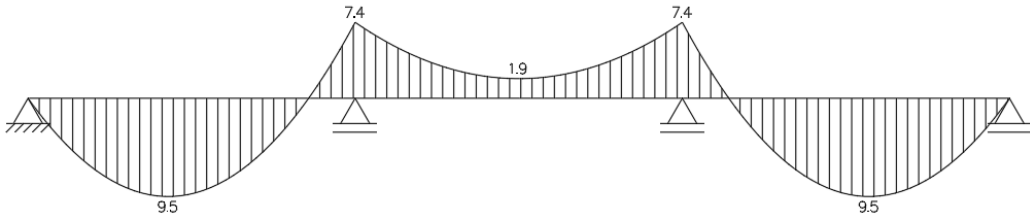


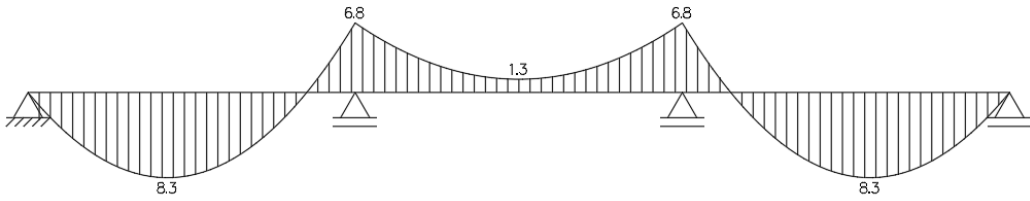
Figura 23: Combinazioni di carico

Considerando i soli solai intermedi si conduce un calcolo elastico lineare che porta a definire i diagrammi dei parametri della sollecitazione “Momento flettente” e “Taglio” per le tre combinazioni di carico agli Stati Limite di Esercizio:

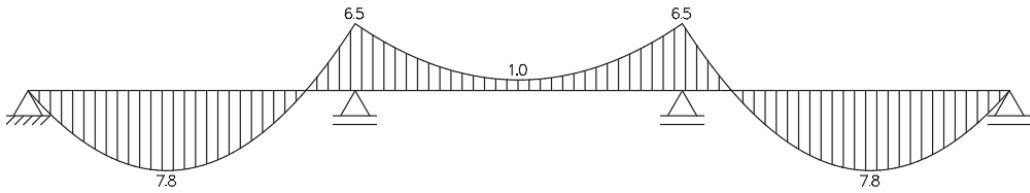
**Combinazione caratteristica**



**Combinazione frequente**

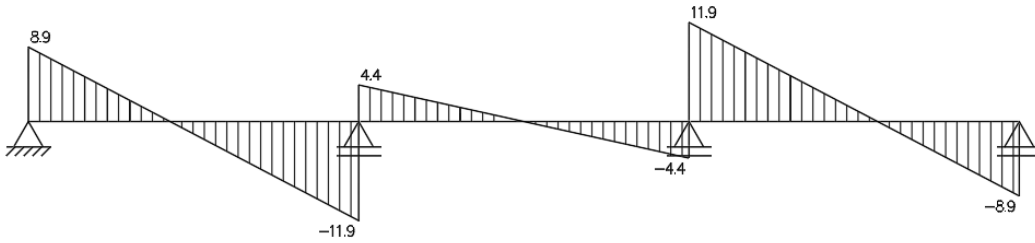


**Combinazione q. permanente**

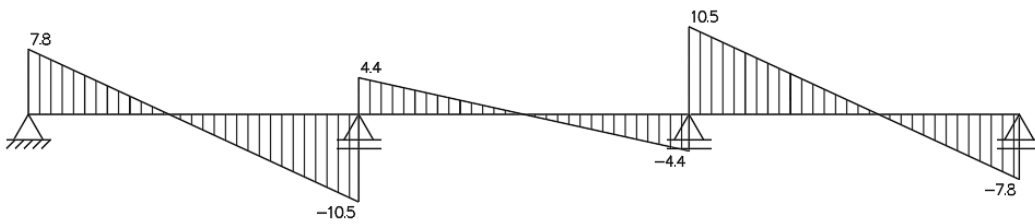


*Figura 24: Diagramma del Momento flettente[kNm]*

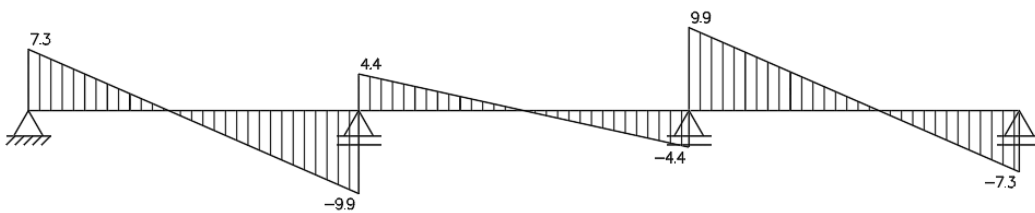
**Combinazione caratteristica**



**Combinazione frequente**



**Combinazione q. permanente**



*Figura 25: Diagramma del Taglio[kN]*

Il valore dei parametri della sollecitazione e le reazioni vincolari per le tre combinazioni individuate sono riportate nella tabella seguente.

Comb	R <sub>A</sub> kN	R <sub>B</sub> kN	R <sub>C</sub> kN	R <sub>D</sub> kN	M <sub>1</sub> <sup>+</sup> kNm	M <sub>B</sub> <sup>-</sup> kNm	M <sub>2</sub> <sup>+</sup> kNm	M <sub>C</sub> <sup>-</sup> kNm	M <sub>3</sub> <sup>+</sup> kNm	T <sub>MAX</sub> kN
caratteristica	8,9	16,2	16,2	8,9	9,5	-7,4	-1,9	-7,4	9,5	11,9
frequente	7,8	14,9	14,9	7,8	8,3	-6,8	-1,3	-6,8	8,3	10,5
quasi permanente	7,3	14,3	14,3	7,3	7,8	-6,5	-1	-6,5	7,8	9,9

Tabella 4: Parametri della sollecitazione allo SLE

#### 4.4.1 Verifica delle tensioni

La verifica delle tensioni in esercizio si può effettuare nelle usuali ipotesi di comportamento lineare dei materiali, trascurando la resistenza a trazione del calcestruzzo teso. Nei calcoli per azioni di breve durata può assumersi il valore del modulo di elasticità del calcestruzzo  $E_c$  dato dal p.to 11.2.10.3 delle NTC, ed un modulo di elasticità dell'acciaio  $E_s$  pari a 210.000 N/mm<sup>2</sup>. Tale valore può essere opportunamente ridotto nel caso di fili, trecce e trefoli da cemento armato precompresso. Nel caso di azioni di lunga durata, gli effetti della viscosità del calcestruzzo si possono tenere in conto riducendo opportunamente il modulo di elasticità  $E_c$  mediante l'introduzione del coefficiente di viscosità  $\phi$  definito nel p.to 11.2.10.7 delle NTC. Nei casi in cui si ritenga possibile effettuare un'unica verifica indipendente dal tempo, si può assumere un coefficiente di omogeneizzazione  $n$  fra i moduli di elasticità di acciaio e calcestruzzo pari a 15.

Come indicato nelle "Istruzioni" per i casi in cui si ritenga di poter fare una verifica non dipendente dal tempo, si assume un coefficiente di omogeneizzazione tra moduli elastici di acciaio e calcestruzzo pari a  $n = 15$ , senza distinguere tra verifica a breve e lungo termine.

Le verifiche vengono condotte una volta valutate le azioni interne nelle varie parti della struttura, dovute alle combinazioni caratteristica e quasi permanente delle azioni. Si calcolano le massime tensioni sia nel calcestruzzo sia nelle armature; si deve verificare che tali tensioni siano inferiori ai massimi valori consentiti riportati nel DM18 (4.1.2.2.5):

$$\sigma_c < 0,60 f_{ck} \text{ per combinazione caratteristica (rara).}$$

$$\sigma_c < 0,45 f_{ck} \text{ per combinazione quasi permanente.}$$

$$\sigma_s < 0,8 f_{yk} \text{ per combinazione caratteristica (rara).}$$

Nell'ipotesi che l'asse neutro cada all'interno dello spessore della soletta di calcestruzzo della sezione a T possiamo utilizzare le formule valide per la sezione rettangolare.

$$x = \frac{n \cdot A_s}{b} \left[ -1 + \sqrt{\left(1 + \frac{2 \cdot b \cdot d}{n \cdot A_s}\right)} \right] = \frac{15 \cdot 226,2}{500} \left[ -1 + \sqrt{\left(1 + \frac{2 \cdot 500 \cdot 210}{15 \cdot 226,2}\right)} \right] =$$

$$= 47,03 \text{ mm} \approx s = 40 \text{ mm}$$

Combinazione caratteristica:  $M = 9,5 \text{ kNm}$

Combinazione quasi permanente:  $M = 7,8 \text{ kNm}$

Si determina il valore della tensione nel calcestruzzo, rispettivamente per le due combinazioni di carico:

$$\sigma_c = \frac{2M}{b \cdot x \cdot \left(d - \frac{x}{3}\right)} = 4,16 \text{ MPa (comb. caratteristica)}$$

$$\sigma_c = \frac{2M}{b \cdot x \cdot \left(d - \frac{x}{3}\right)} = 3,41 \text{ MPa (comb. quasi permanente)}$$

Verificando i limiti indicati al punto 4.1.2.2.5.1. del DM18 si ha ( $f_{ck} = 28 \text{ MPa}$ ):

$$\sigma_c = 4,16 \text{ MPa} < 0,60f_{ck} = 16,8 \text{ MPa}$$

$$\sigma_c = 3,4 \text{ MPa} < 0,45f_{ck} = 12,6 \text{ MPa}$$

Analogamente si calcola il valore della tensione nell'acciaio:

$$\sigma_s = \frac{M}{A_s \cdot \left(d - \frac{x}{3}\right)} = 216,12 \text{ MPa}$$

Verificando i limiti indicati al punto 4.1.2.2.5.1. del DM18 si ha ( $f_{yk} = 450 \text{ MPa}$ ):

$$\sigma_s = 216,12 \text{ MPa} < 0,8f_{yk} = 360 \text{ MPa}$$

#### 4.4.2 Verifica di deformabilità

Per quanto riguarda i limiti di deformabilità, essi devono essere congruenti con le prestazioni richieste alla struttura anche in relazione alla destinazione d'uso, con riferimento alle esigenze statiche, funzionali ed estetiche.

Il calcolo della deformazione flessionale di solai e travi si effettua in genere mediante integrazione delle curvature tenendo conto della viscosità del calcestruzzo e, se del caso, degli effetti del ritiro. Per il calcolo delle deformazioni flessionali si considera lo stato non fessurato (sezione

interamente reagente) per tutte le parti della struttura per le quali, nelle condizioni di carico considerate, le tensioni di trazione nel calcestruzzo non superano la sua resistenza media  $f_{ctm}$  a trazione. Per le altre parti si fa riferimento allo stato fessurato, potendosi considerare l'effetto irrigidente del calcestruzzo teso fra le fessure.

Al riguardo detto  $p_f$  il valore assunto dal parametro di deformazione nella membratura interamente reagente, il valore di calcolo  $p^*$  del parametro è dato da:

$$p^* = \zeta \cdot p_f + (1 - \zeta) \cdot p$$

in cui:

$$\zeta = 1 - c\beta^2$$

Il parametro  $p$  rappresenta dunque in generale un parametro deformativo (curvatura, rotazione, freccia in mezzzeria) dell'elemento analizzato; si sottolinea come a rigore sia necessario ricavare i valori di deformazione come freccia partendo dall'integrazione numerica del parametro di rotazione.

Il fattore  $\beta$  è il rapporto tra il momento di fessurazione  $M_f$  e il momento flettente effettivo,  $M_f / M$ , o il rapporto tra la forza normale di fessurazione  $N_f$  e la forza normale effettiva,  $N_f / N$ , a seconda che la membratura sia soggetta a flessione a trazione, e il coefficiente  $c$  assume il valore 1, nel caso di applicazione di un singolo carico di breve durata, o il valore 0,50 nel caso di carichi permanenti o per cicli di carico ripetuti.

Per quanto riguarda la salvaguardia dell'aspetto e della funzionalità dell'opera, le frecce a lungo termine di travi e solai, calcolate sotto la condizione quasi permanente dei carichi, non dovrebbero superare il limite di 1/250 della luce.

Per quanto riguarda l'integrità delle pareti divisorie e di tamponamento portate, le frecce di travi solai calcolate sotto la condizione quasi permanente dei carichi, non dovrebbero superare il limite di 1/500 della luce. In tale verifica la freccia totale calcolata può essere depurata dalla parte presente prima dell'esecuzione delle pareti. Detto valore si riferisce al caso di pareti divisorie in muratura. Per altri tipi di pareti si dovranno valutare specificatamente i limiti di inflessione ammissibili.

Per travi e solai con luci non superiori a 10 m è possibile omettere la verifica delle inflessioni come sopra riportata, ritenendola implicitamente soddisfatta, se il rapporto di snellezza  $\lambda = l/h$  tra luce e altezza rispetta la limitazione:

$$\lambda \leq K \left[ 11 + \frac{0,0015 \cdot f_{ck}}{\rho + \rho'} \right] \cdot \left[ \frac{500 \cdot A_{s,eff.}}{f_{yk} \cdot A_{s,calc.}} \right]$$

dove  $f_{ck}$  è la resistenza caratteristica a compressione del cls in MPa,  $\rho$  e  $\rho'$  sono i rapporti d'armatura tesa e compressa, rispettivamente,  $A_{s,eff}$  ed  $A_{s,calc}$  sono, rispettivamente, l'armatura tesa effettivamente presente nella sezione più sollecitata e l'armatura di calcolo nella stessa sezione,  $f_{yk}$  è la tensione di snervamento caratteristica dell'armatura (in MPa) e  $K$  è un coefficiente correttivo, che dipende dallo schema strutturale (nel caso in esame  $K = 1,3$  per campate terminali di travi continue o piastre monodirezionali e bidirezionali continue su lato maggiore, secondo la Tabella C4.1.I della "Circolare").

La verifica viene condotta per la sezione sollecitata con massimo momento positivo, e si conduce dunque:

$$\rho = \frac{A_s}{b_w \cdot d} = \frac{226,2}{210 \cdot 100} = 0,01077$$

$$\rho' = 0$$

$$\lambda \leq 1,3 \left[ 11 + \frac{0,0015 \cdot 28}{0,01077} \right] \cdot \left[ \frac{500 \cdot 226,2}{450 \cdot 166,02} \right] = 29,29$$

$$\lambda = l/h = \frac{500 \text{ cm}}{24 \text{ cm}} = 20,8 < 29,29$$

Tale rapporto dimensionale è tarato per garantire una deformabilità, in condizioni di carichi quasi permanenti, inferiore ad 1/250 della luce al fine di salvaguardare l'aspetto e la funzionalità dell'opera. L'integrità delle pareti divisorie e di tamponamento portate è garantita da una deformabilità non superiore a 1/500 della luce.

Nel solaio si dovrebbero considerare altri effetti:

- la deformabilità del solaio si somma a quella delle travi;
- il solaio si comporta come una piastra (inserimento di irrigidimenti trasversali);
- i laterizi irrigidiscono solaio;
- il DM18 prevede una riduzione dei rapporti limite del 20% per travi a T con alla maggiore di tre volte la nervatura.

#### 4.4.3 Verifica di fessurazione

Per assicurare la funzionalità e la durata delle strutture è necessario:

- realizzare un sufficiente ricoprimento delle armature con calcestruzzo di buona qualità e compattezza, bassa porosità e bassa permeabilità;
- non superare uno stato limite di fessurazioni adeguato alle condizioni ambientali, alle sollecitazioni ed alla sensibilità delle armature alla corrosione;
- tener conto delle esigenze estetiche.

Anche in questo caso è possibile condurre la verifica con 2 metodi: calcolo diretto e calcolo indiretto. Il primo metodo prevede che valore di calcolo dell'apertura delle fessure,  $w_d$ , possa essere ottenuto con l'espressione:

$$w_d = 1,7 w_m = 1,7 \varepsilon_{sm} \Delta_{sm}$$

dove:

$\varepsilon_{sm}$  = deformazione unitaria media delle barre d'armatura;

$\Delta_{sm}$  = distanza media tra le fessure.

Si rimanda ad una trattazione più completa di tale verifica al Cap C4.1.2.2.4 della Circolare del 2009, mentre si riporta qui la verifica della fessurazione senza calcolo diretto. Tale verifica permette di definire il valore massimo di spaziature tra le barre di armatura di longitudinale ed il diametro delle barre da utilizzare, al fine di prevenire lo stato di fessurazione cui si rifà la verifica. In ordine di severità decrescente si distinguono i seguenti stati limite:

- stato limite di decompressione nel quale, per la combinazione di azioni prescelta, la tensione normale è ovunque di compressione ed al più uguale a 0
- stato limite di formazione delle fessure, nel quale, per la combinazione di azioni prescelta, la tensione normale di trazione nella fibra più sollecitata è  $\sigma_t = f_{ctm}/1,2$ ;
- stato limite di apertura delle fessure, nel quale, per la combinazione di azioni prescelta, il valore limite di apertura della fessura calcolato al livello considerato è pari ad uno dei seguenti valori nominali:  $w_1 = 0,2$  mm;  $w_2 = 0,3$  mm;  $w_3 = 0,4$  mm;

Lo stato limite di fessurazione deve essere fissato in funzione delle condizioni ambientali e della sensibilità delle armature alla corrosione. Si definiscono armature sensibili gli acciai da compresso mentre sono definite armature poco sensibili gli acciai ordinari.



Gruppi di Esigenze	Condizioni ambientali	Combinazione di azioni	Armatura			
			Sensibile		Poco sensibile	
			Stato limite	$w_k$	Stato limite	$w_k$
A	Ordinarie	frequente	apertura fessure	$\leq w_2$	apertura fessure	$\leq w_3$
		quasi permanente	apertura fessure	$\leq w_1$	apertura fessure	$\leq w_2$
B	Aggressive	frequente	apertura fessure	$\leq w_1$	apertura fessure	$\leq w_2$
		quasi permanente	decompressione	-	apertura fessure	$\leq w_1$
C	Molto aggressive	frequente	formazione fessure	-	apertura fessure	$\leq w_1$
		quasi permanente	decompressione	-	apertura fessure	$\leq w_1$

Figura 26: Criteri di scelta dello stato limite di fessurazione.

La verifica dell'ampiezza di fessurazione per via indiretta, così come riportata nell'ultimo capoverso del p.to 4.1.2.2.4.5 delle NTC, può riferirsi ai limiti di tensione nell'acciaio d'armatura definiti nelle Tabelle C4.1.II C4.1.III. La tensione  $s$  è quella nell'acciaio d'armatura prossimo al lembo teso della sezione calcolata nella sezione parzializzata per la combinazione di carico pertinente (v. Tabella C4.1.IV NTC). Per le armature di pretensione aderenti la tensione  $\sigma_s$  si riferisce all'escursione oltre la decompressione del calcestruzzo.

Il valore di calcolo di apertura delle fessure non deve superare i valori nominali  $w_1 = 0,2$  mm;  $w_2 = 0,3$  mm;  $w_3 = 0,4$  mm stabiliti in relazione alla condizione ambientale, combinazione delle azioni e tipologia di acciaio. La verifica di fessurazione può essere effettuata in via indiretta verificando la dimensione massima e la spaziatura massima tra le barre come indicato nelle tabelle C4.1.II e C4.1.III delle "Istruzioni".

Per le combinazioni frequenti e quasi permanente a cui effettuare la verifica a fessurazione le tensioni risultano:

Combinazione frequente ( $M_{Ed} = 8,3$  kNm):

$$\sigma_s = \frac{M}{A_s \cdot \left(d - \frac{x}{3}\right)} = 188,8 \text{ MPa}$$

Combinazione quasi permanente ( $M_{Ed} = 7,8$  kNm):

$$\sigma_s = \frac{M}{A_s \cdot \left(d - \frac{x}{3}\right)} = 177,4 \text{ MPa}$$

Per condizioni ambientali ordinarie con classe di esposizione ambientale XC1, l'ampiezza di fessura ammessa (Tab. 4.1.IV delle NTC18) è:

- $\leq w_3$  (combinazione frequente)
- $\leq w_2$  (combinazione quasi permanente)

Tensione nell'acciaio $\sigma_s$ [MPa]	Diametro massimo $\phi$ delle barre (mm)		
	$w_3 = 0,4$ mm	$w_2 = 0,3$ mm	$w_1 = 0,2$ mm
160	40	32	25
200	32	25	16
240	20	16	12
280	16	12	8
320	12	10	6
360	10	8	-

Figura 27: Diametri massimi delle barre per il controllo di fessurazione

Tensione nell'acciaio $\sigma_s$ [MPa]	Spaziatura massima $s$ delle barre (mm)		
	$w_3 = 0,4$ mm	$w_2 = 0,3$ mm	$w_1 = 0,2$ mm
160	300	300	200
200	300	250	150
240	250	200	100
280	200	150	50
320	150	100	-
360	100	50	-

Figura 28: Spaziatura massima tra le barre per il controllo di fessurazione

Si ricavano quindi i seguenti limiti:

Combinazione frequente:

Diametro barre:  $\leq 32$  mm

Spaziatura massima barre:  $\leq 300$  mm

Combinazione quasi permanente:

Diametro barre:  $\leq 28$  mm

Spaziatura massima barre:  $\leq 275$  mm



## CAPITOLO 5

### VERIFICA DELLA TRAVE

#### 5.1 Considerazioni sullo schema statico

Si considerino le travi centrali poste ai piani intermedi, ognuna delle quali porta il carico distribuito corrispondente a metà dell'interasse che la separa dalla trave successiva. Lo schema statico che in questa sede viene utilizzato per il dimensionamento e la verifica delle armature nella trave, è lo schema approssimato in Figura 29.



Figura 29: Schema statico trave intermedia

In questo caso si hanno interassi regolari di 5 m, quindi i carichi distribuiti su area vanno moltiplicati per  $2,5 + 2,5 = 5$  m.

Si considera inoltre un peso di volume per il c.a. di  $2500 \text{ kg/m}^3 = 25 \text{ kN/m}^3$  ed una dimensione in sezione delle travi di 40 x 50 cm. Si ottiene:

$$G_1 = 0,4 \text{ m} \cdot 0,5 \text{ m} \cdot 25 \text{ kN/m}^3 + 3,5 \text{ kN/m}^2 \cdot 5 \text{ m} = 22,5 \text{ kN/m}$$

$$G_2 = 2,8 \text{ kN/m}^2 \cdot 5 \text{ m} = 14 \text{ kN/m}$$

$$Q_k = 2 \text{ kN/m}^2 \cdot 5 \text{ m} = 10 \text{ kN/m}$$

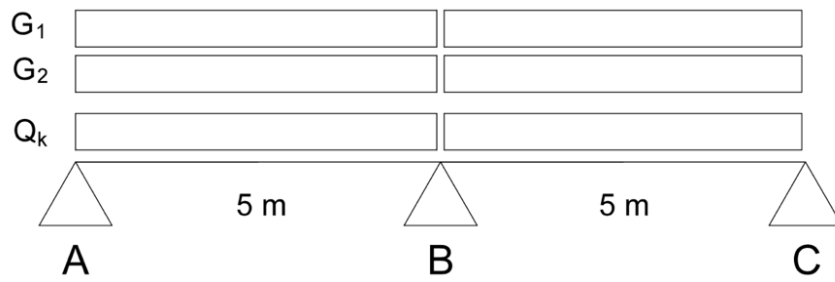
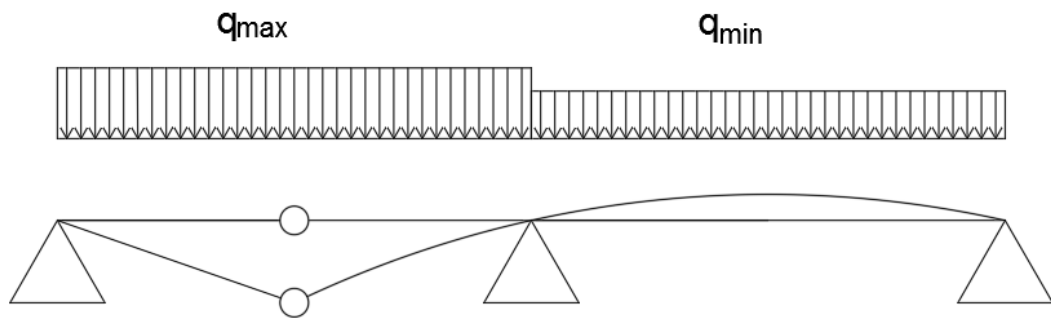


Figura 30: Distribuzione dei carichi su trave di piano intermedio

Si procede alla costruzione delle linee di influenza che massimizzano il momento positivo, il momento negativo ed il taglio (quest'ultima fornisce gli stessi carichi che massimizzano il momento negativo e viene perciò omessa).

### Combinazione I



### Combinazione II

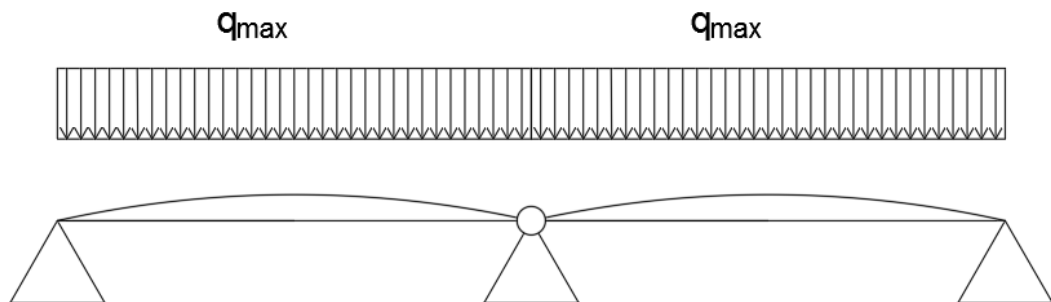


Figura 31: Combinazioni di carico

Le combinazioni di carico risultano essere dunque le seguenti:

Campata		
Comb.	1	2

I	$1,3G_1+1,5(G_2+Q_k)$	$1,0G_1+0,8G_2+0,0Q_k$
II	$1,3G_1+1,5(G_2+Q_k)$	$1,3G_1+1,5(G_2+Q_k)$

Tabella 5: Combinazioni di Carico

Un calcolo elastico lineare conduce alle seguenti sollecitazioni massime e minime sulla trave:

$$q_{max} = 1,3 G_1 + 1,5 (G_2 + Q_k) = 65,25 \text{ kN/m}$$

$$q_{min} = 1,0 G_1 + 0,8 G_2 + 0,0 Q_k = 33,7 \text{ kN/m}$$

Si riportano dunque i diagrammi dei parametri della sollecitazione "Momento flettente" e "Taglio" per le due combinazioni di carico individuate dalle linee di influenza e per una terza combinazione, che risulta essere simmetrica alla combinazione I:

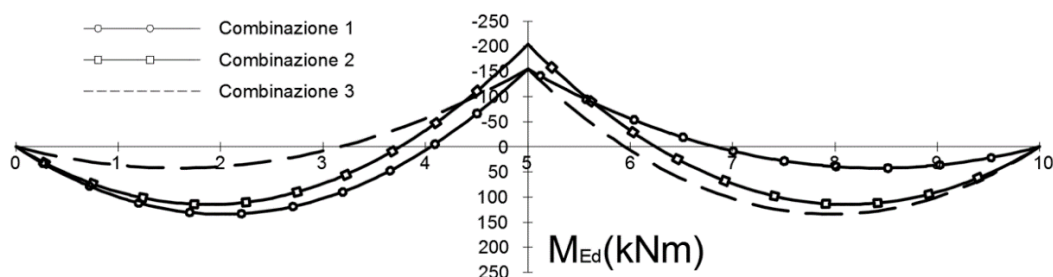


Figura 32: Diagramma del Momento flettente[kNm]

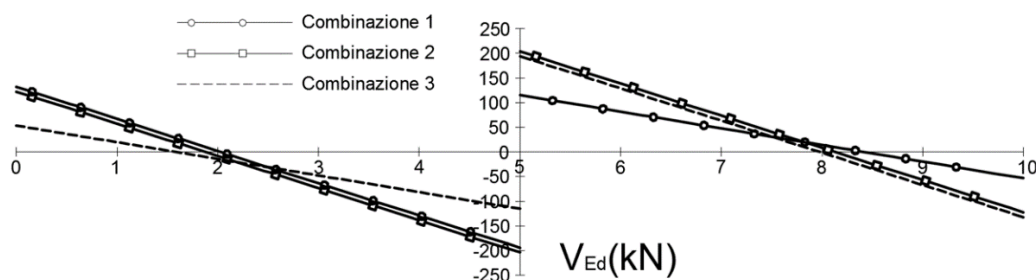


Figura 33: Diagramma del Taglio[kN]

Il valore dei parametri della sollecitazione e le reazioni vincolari per le due combinazioni di carico individuate sono riportate nella tabella seguente.

Comb.	$R_A$	$R_B$	$R_C$	$M_1^+$	$M_B^-$	$T_{MAX}$
-------	-------	-------	-------	---------	---------	-----------

	kN	kN	kN	kNm	kNm	kN
I	132,2	309,2	53,3	133,9	-154,6	-194
II	122,3	407,8	122,3	114,7	-203,9	203,9

Tabella 6: Parametri della sollecitazione della trave

Il comportamento di tale schema statico fa però riferimento a condizioni teoriche che non rappresentano appieno il comportamento reale della trave, in quanto si tratta, comunque, sempre di schemi che tendono a rappresentare la realtà ma che non potranno mai essere esattamente realizzati e valutati. Essi rappresentano la schematizzazione di situazioni costruttive che sono a loro simili, ma non possono essere uguali. Infatti, la condizione costruttiva di appoggio semplice trave-setto non potrà mai permettere, a causa dell'inserimento nella realtà della trave all'interno del getto del setto, libera rotazione della sezione terminale della trave e, analogamente, la condizione costruttiva di incastro, sia per simili limitazioni di carattere costruttivo, sia per propria insufficiente rigidità flessionale, non potrà mai impedire una sia pur minima rotazione. Si parla allora di incastro elastico o parziale, appunto perché incapace di bloccare completamente la sezione e di impedirne ogni rotazione. La rotazione permessa sarà, comunque, sempre inferiore alla rotazione teorica corrispondente al caso di libero appoggio. In altri termini, si può definire l'incastro elastico come un incastro avente un'efficienza ridotta. Tale incastro elastico può essere rappresentato tramite una molla rotazionale con rigidità flessionale intermedia tra la condizione di appoggio semplice e la condizione di incastro perfetto.

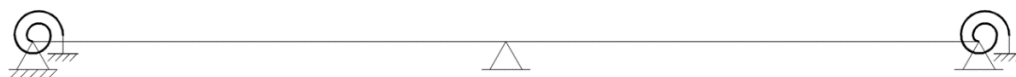


Figura 34: Schema statico trave intermedia con molla rotazionale agli estremi

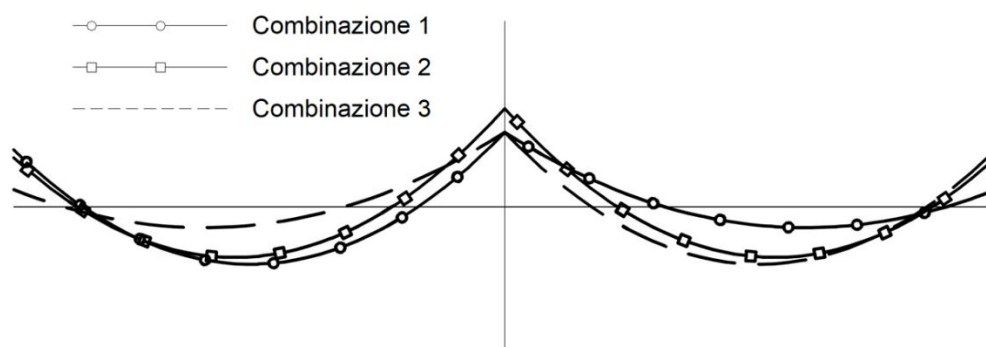


Figura 35: Diagramma del Momento flettente

La Figura 35 mostra come la presenza di una rigidezza flessionale diversa da zero agli estremi della trave porta ad avere un diagramma di Momento flettente con dei valori negativi. La condizione di appoggio semplice utilizzata nello schema statico approssimato non tiene quindi conto di una certa quantità di momento flettente negativo, in corrispondenza dei vincoli esterni, dovuta alla presenza nel caso reale di un incastro elastico. Si dovrà quindi, in fase di dimensionamento dell'armatura longitudinale tesa, predisporre un'opportuna area di armatura longitudinale in grado di assorbire tale momento flettente aggiuntivo al momento flettente calcolato con lo schema statico approssimato utilizzato per la verifica della trave.

Una seconda semplificazione del caso reale attuata nello schema statico approssimato è l'ipotesi di rigidezza assiale infinita dei setti e del pilastro sui quali poggia la trave, ipotesi che comunque approssima bene il comportamento strutturale di tali elementi, visto l'elevato valore del modulo elastico del cls.

Si procede quindi ora con il dimensionamento e la verifica della trave, utilizzando lo schema statico in Figura 29 ma tenendo conto delle considerazioni riguardanti la differenza di comportamento del caso reale da quello teorico approssimato.



## 5.2 Verifica allo Stato Limite Ultimo di Flessione

### 5.2.1 Massimo momento positivo

Sezione rettangolare con larghezza pari a quella del pilastro (40 cm) ed altezza 50 cm, con altezza utile  $d = 470$  mm. Il copriferro è dunque pari a 30 mm.

$$M_{Ed} = 133,9 \text{ kNm}$$

$$x_{lim} = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} - \varepsilon_{fyd}} \cdot d = \frac{3,5}{3,5 + 1,96} = 0,64 \cdot 470 = 300,8 \text{ mm}$$

$$z_{lim} = d - \beta_2 \cdot x_{lim} = 470 - 0,4 \cdot 300,8 = 349,68 \text{ mm}$$

$$F_c = f_{cd} \cdot \beta_1 \cdot x_{lim} \cdot b = 15,9 \cdot 0,8 \cdot 300,8 \cdot 400 = 1530,47 \text{ kN}$$

$$M_{Rd,lim} = F_c \cdot z_{lim} = 535,17 \text{ kNm}$$

Previa verifica che il Momento agente sia inferiore del momento limite, procedo con la determinazione della posizione dell'asse neutro e della quantità di armatura necessaria.

$$x = \frac{d}{2\beta_2} - \sqrt{\left(\frac{d}{2\beta_2}\right)^2 - \frac{M_{Ed}}{\beta_1 \cdot \beta_2 \cdot f_{cd} \cdot b}} = 61,75 \text{ mm}$$

$$z = d - \beta_2 x = 445,3 \text{ mm}$$

$$A_s = \frac{M_{Ed}}{z \cdot f_{yd}} = 769,04 \text{ mm}^2$$

L'armatura longitudinale scelta è pari a  $5\emptyset 16 = 1005,31 \text{ mm}^2$ . La sezione è quindi implicitamente verificata. Ad ulteriore verifica si calcola comunque il momento resistente e lo si confronta con quello agente. Essendo il braccio della coppia interna pari a  $z = 445,3$  mm, dall'equazione di equilibrio alla rotazione con centro nella risultante delle compressioni ricaviamo il momento resistente:

$$M_{Rd,lim} = A_s \cdot z \cdot f_{yd} = 175,04 \text{ kNm} > M_{Ed} = 133,9 \text{ kNm}$$

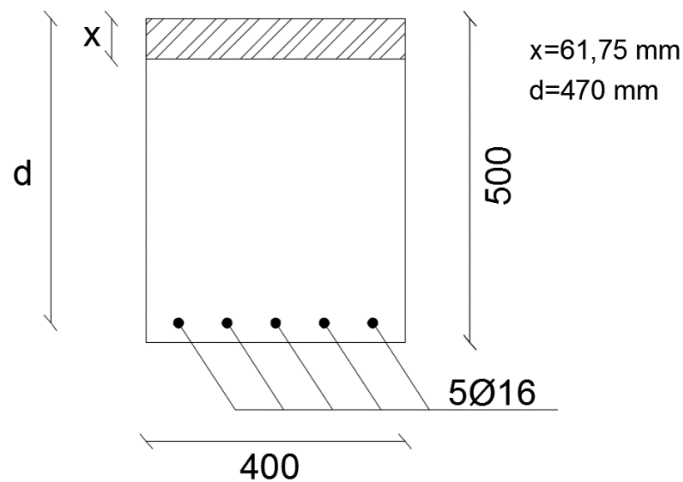


Figura 36: Disposizione armature a flessione.

### 5.2.2 Massimo momento negativo

Sezione rettangolare con larghezza pari a quella del pilastro (40 cm) ed altezza 50 cm, con altezza utile  $d = 470$  mm. Il copriferro è dunque pari a 30 mm.

$$M_{Ed} = 203,9 \text{ kNm}$$

$$x_{lim} = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} - \varepsilon_{fyd}} \cdot d = \frac{3,5}{3,5 + 1,96} = 0,64 \cdot 470 = 300,8 \text{ mm}$$

$$z_{lim} = d - \beta_2 \cdot x_{lim} = 470 - 0,4 \cdot 300,8 = 349,68 \text{ mm}$$

$$F_c = f_{cd} \cdot \beta_1 \cdot x_{lim} \cdot b = 15,9 \cdot 0,8 \cdot 300,8 \cdot 400 = 1530,47 \text{ kN}$$

$$M_{Rd,lim} = F_c \cdot z_{lim} = 535,17 \text{ kNm}$$

Previa verifica che il Momento agente sia inferiore del momento limite, procedo con la determinazione della posizione dell'asse neutro e della quantità di armatura necessaria.

$$x = \frac{d}{2\beta_2} - \sqrt{\left(\frac{d}{2\beta_2}\right)^2 - \frac{M_{Ed}}{\beta_1 \cdot \beta_2 \cdot f_{cd} \cdot b}} = 92,56 \text{ mm}$$

$$z = d - \beta_2 x = 433 \text{ mm}$$

$$A_s = \frac{M_{Ed}}{z \cdot f_{yd}} = 1204,4 \text{ mm}^2$$

L'armatura longitudinale scelta è pari a  $7\text{Ø}16 = 1407,43 \text{ mm}^2$ . La sezione è quindi implicitamente verificata. Ad ulteriore verifica si calcola comunque il

momento resistente e lo si confronta con quello agente. Essendo il braccio della coppia interna pari a  $z = 433$  mm, dall' equazione di equilibrio alla rotazione con centro nella risultante delle compressioni ricaviamo il momento resistente:

$$M_{Rd,lim} = A_s \cdot z \cdot f_{yd} = 238,3 \text{ kNm} > M_{Ed} = 203,9 \text{ kNm}$$

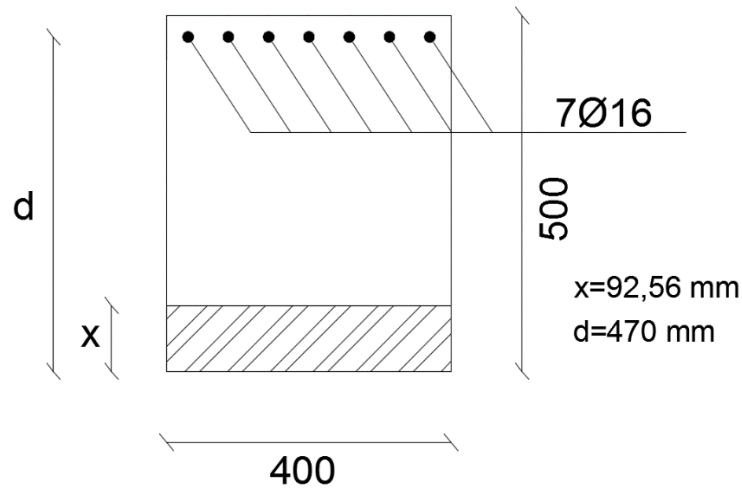


Figura 37: Disposizione armature a flessione

Conformemente alle prescrizioni della NTC18 p.to 4.1.2.3.5.2, il tracciato delle armature deve essere determinato in maniera tale da garantire in ogni sezione la resistenza alla trazione flettente sollecitante, quale determinabile attraverso una traslazione del diagramma involucro del momento flettente, nella direzione più sfavorevole, pari a:

$$a_1 = (0,9 \cdot d \cdot \text{ctg}\theta)/2$$

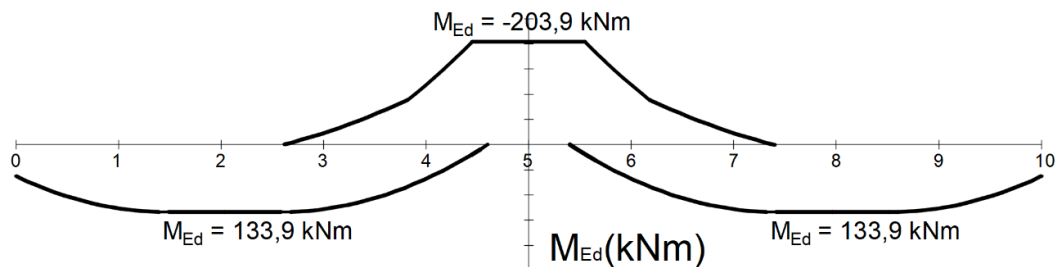


Figura 38: Diagramma del Momento flettente a traslazione eseguita

### 5.3 Verifica Allo Stato Limite Ultimo di Taglio

$$V_{Ed} = 203,9 \text{ kN}$$

Per prima cosa, si procede alla determinazione della resistenza al taglio del solo calcestruzzo, senza il contributo dell'armatura:

$$V_{Rd} = \max \left\{ \left[ 0,18 \cdot k \cdot \frac{(100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3}}{\gamma_c} + 0,15 \sigma_{cp} \right] \cdot b_w \cdot d ; (v_{min} + 0,15 \sigma_{cp}) \cdot b_w \cdot d \right\}$$

con  $b_w = 400 \text{ mm}$  e  $d = 470 \text{ mm}$

$$k = 1 + \left( \frac{200}{d} \right)^{1/2} = 1,652 < 2,0$$

$$v_{min} = 0,035 k^{3/2} \cdot f_{ck}^{1/2} = 0,393$$

$$\rho_l = \frac{A_{sl}}{b_w \cdot d} = \frac{1407,43}{100 \cdot 210} = 7,48 \cdot 10^{-3} < 0,02$$

$$\sigma_{cp} = \frac{N_{Ed}}{A_c} = 0$$

Si ottiene dunque:

$$V_{Rd} = \max\{102,8 \text{ kN} ; 73,95 \text{ kN}\} = 102,8 \text{ kN}$$

È quindi necessaria specifica armatura a taglio.

Resistenza a taglio con armatura: modello con biella ad inclinazione variabile (DM 2017 4.1.2.3.5.2)

$$V_{Rd} = \min(V_{Rsd}, V_{Rcd})$$

Resistenza del puntone compresso:

$$V_{Rcd} = 0,9 \cdot d \cdot b_w \cdot \alpha_c \cdot v \cdot f_{cd} \cdot \frac{\cot\alpha + \cot\theta}{1 + \cot^2\theta}$$

Resistenza del tirante teso:

$$V_{Rsd} = 0,9 \cdot d \cdot \frac{A_{sw}}{s} \cdot f_{yd} \cdot (\cot\alpha + \cot\theta) \cdot \sin\alpha$$

L'inclinazione  $\theta$  dei puntoni di calcestruzzo deve rispettare la limitazione seguente:

$$1 \leq \cot\theta \leq 2,5$$

cioè  $21,8^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$

La verifica allo SLU comporta che il taglio resistente sia maggiore del taglio agente, e per la gerarchia delle resistenze in generale si deve porre che il taglio resistente del puntone compresso sia sempre maggiore o uguale del taglio del taglio resistente offerto dal tirante.

La scelta del valore dell'angolo dei puntoni viene fatta in funzione della tipologia di trave: per le travi alte, il comportamento è più vicino ad un  $\theta = 45^\circ$ , mentre per travi in spessore  $\theta \approx 30^\circ$ . Il valore di  $\theta$  che aumenta l'efficienza del traliccio è pari a  $21,8^\circ$ , mentre il valore che offre maggiori margini di sicurezza è dato da  $45^\circ$ .

Si adottino quindi staffe verticali ( $\alpha = 90^\circ$ )

$$v = 0,5$$

$\alpha_c = 1$  per membrature non compresse

Si calcola l'angolo per cui il puntone compresso resiste al taglio agente  $V_{Ed}$ .

$$V_{Ed} = 0,9 \cdot d \cdot b_w \cdot \alpha_c \cdot v \cdot f_{cd} \cdot \sin\theta \cos\theta = 0,9 \cdot d \cdot b_w \cdot \alpha_c \cdot v \cdot f_{cd} \cdot \frac{\sin 2\theta}{2}$$

$$\sin 2\theta = \frac{2V_{Ed}}{0,9 \cdot d \cdot b_w \cdot \alpha_c \cdot v \cdot f_{cd}}$$

$$\theta = \frac{1}{2} \arcsin \frac{2V_{Ed}}{0,9 \cdot d \cdot b_w \cdot \alpha_c \cdot v \cdot f_{cd}} = 8,68^\circ < 21,8^\circ$$

Si può anche assumere  $\theta = 21,8^\circ$  verificando che per tale valore di  $\theta$ ,  $V_{Rd}$  risulta maggiore di  $V_{Ed}$ .

Calcolo del passo considerando staffe  $\varnothing 8$  a due bracci  $A_s = 100,5 \text{ mm}^2$ :

$$s = \frac{A_{sw}}{V_{Ed}} \cdot 0,9 \cdot d \cdot f_{yd} \cdot \cot\theta = 203,93 \text{ mm}$$

Scelgo come passo delle staffe  $s = 200 \text{ mm}$

Verifica del puntone compresso:

$$V_{Rcd} = 0,9 \cdot d \cdot b_w \cdot \alpha_c \cdot v \cdot f_{cd} \cdot \frac{1}{\tan\theta + \cot\theta} = \frac{0,9 \cdot 470 \cdot 400 \cdot 1 \cdot 0,5 \cdot 15,9}{2,9} = 462,8 \text{ kN} > 203,9 \text{ kN}$$

Verifica del tirante teso:

$$V_{Rsd} = 0,9 \cdot d \cdot \frac{A_{sw}}{s} \cdot f_{yd} \cdot (\cot\theta) = 0,9 \cdot 470 \cdot \frac{100,5}{200} \cdot 391 \cdot 2,5 = 207,9 \text{ kN} > 203,9 \text{ kN}$$

La resistenza a taglio della trave è data dalla resistenza del tirante teso, assicurando una rottura in duttilità dell'elemento.

Si procede ora alla verifica delle prescrizioni inerenti l'armatura da normativa (EC 9.2.2):

$$s_{t,max} = \min(0,75d; 600) = 352,5\text{mm}$$

$$\rho_{w,min} = \frac{(0,08\sqrt{f_{ck}})}{f_{yk}} = 0,00094 < \rho = A_{sw}/(s \cdot b_w \cdot \sin \alpha) = 0,00125$$

Secondo NTC18 p.to 4.1.6.1.1 le travi devono prevedere armatura trasversale costituita da staffe con sezione complessiva non inferiore ad  $A_{st} = 1,5 b \text{ mm}^2/\text{m}$  essendo  $b$  lo spessore minimo dell'anima in millimetri, con un minimo di tre staffe al metro e comunque passo non superiore a 0,8 volte l'altezza utile della sezione.

$$A_{st} = 1,5 \cdot 400 = 600 \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$$

$$p = 0,8 \cdot d = 376 \text{ mm}$$

Con  $A_{sw} = 2\emptyset 8$  e  $s = 200 \text{ mm}$  otteniamo  $A_{st} = \frac{100,5}{0,2} = 502,5 \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$ , ma tale valore non rispetta il valore minimo da normativa; adottiamo quindi  $2\emptyset 10/20$  ( $A_{st} = 785,4 \text{ mm}^2/\text{mm}$ ) in prossimità degli appoggi e  $2\emptyset 10/25$  ( $A_{st} = 628,3 \text{ mm}^2/\text{mm}$ ) nelle zone dove il taglio è minore.

Il valore del taglio resistente caratteristico dei due tipi di armature a taglio utilizzate è dato da:

$$V_{Rsd} = 0,9 \cdot 470 \cdot \frac{157}{200} \cdot 391 \cdot 2,5 = 325 \text{ kN} > 203,9 \text{ kN}$$

$$V_{Rsd} = 0,9 \cdot 470 \cdot \frac{157}{250} \cdot 391 \cdot 2,5 = 260 \text{ kN} > 203,9 \text{ kN}$$

Sovrapponendo il valore del taglio resistente così calcolato al diagramma involuppo del taglio sollecitante di calcolo (Figura 30) si osserva come tutte le sezioni della trave siano verificate a taglio:

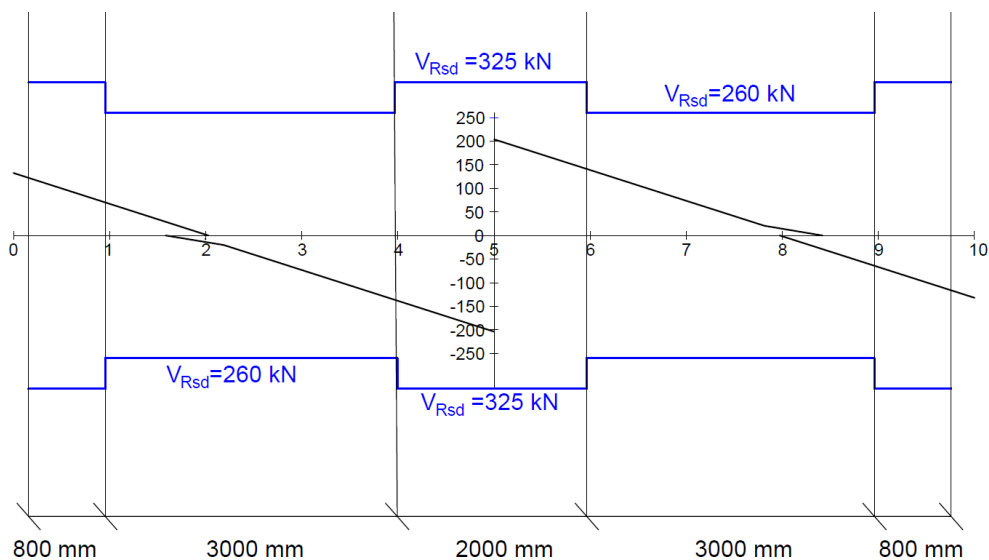


Figura 39: Taglio sollecitante e Taglio resistente di calcolo[kN]

## 5.4 Lunghezza di ancoraggio

Secondo quanto riportato nel DM18 p.to 4.1.6.1.4 le armature longitudinali devono essere interrotte ovvero sovrapposte preferibilmente nelle zone compresse o di minor sollecitazione. La continuità per sovrapposizione deve essere calcolata in modo da assicurare l'ancoraggio di ciascuna barra e in ogni caso la sovrapposizione non deve essere minore di 20 volte il diametro. L'EC2005 (p.to 8.4.2), indica come lunghezza di ancoraggio di base (con tensione di aderenza uniforme), la seguente:

$$l_{b,rqd} = \frac{\sigma_{sd}}{4 \cdot f_{bd}} \cdot \varnothing$$

$\sigma_{sd}$  = tensione di progetto nel punto in cui si misura l'ancoraggio (si assume pari a  $f_{yd}$  per garantire l'ancoraggio allo snervamento della barra).

$$f_{bd} = 2,25 \cdot \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot f_{ctd}$$

con  $\eta_1 = 1,0$  per buona aderenza e  $0,7$  per cattiva aderenza.

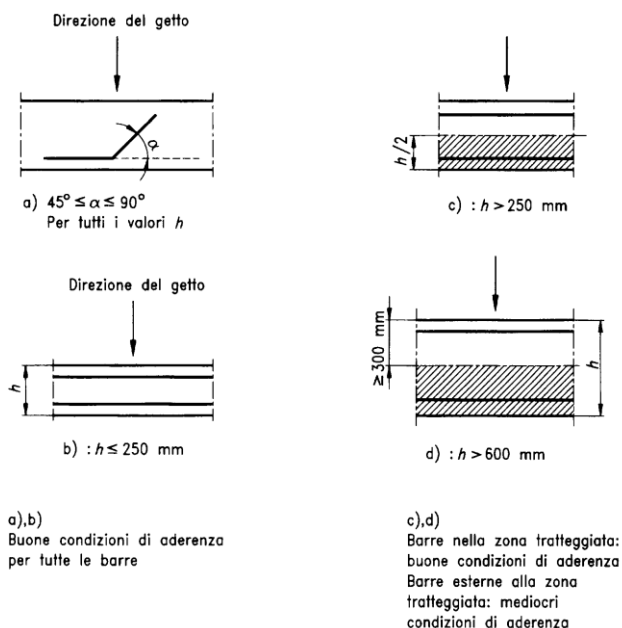


Figura 40: Condizioni di aderenza

con  $\eta_2 = 1,0$  per barre di diametro minore o uguale a  $32 \text{ mm}$ ;

$$f_{ctd} = \frac{\alpha_{ct} f_{ctk,0.05}}{\gamma_c} = \text{resistenza a trazione di progetto del calcestruzzo};$$

$\alpha_{ct}$  = fattore che tiene conto degli effetti di lungo termine e può essere assunto pari a 1,0;

$f_{ctk,0,05} = 0,7 \cdot f_{ctm}$  = resistenza a trazione caratteristica del calcestruzzo.

Per  $f_{ck} = 25 \text{ MPa} \rightarrow f_{ctk,0,05} = 1,8 \text{ MPa}$  (prospetto 3.1. EC2)

$$f_{ctd} = \alpha_{ct} \cdot \frac{f_{ctk,0,05}}{\gamma_c} = 1,0 \cdot \frac{1,8}{1,5} = 1,2 \text{ MPa}$$

$$f_{bd} = 2,25 \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot f_{ctd} = 2,25 \cdot 1,0 \cdot 1,0 \cdot 1,2 = 2,7 \text{ MPa (buona aderenza)}$$

$$f_{bd} = 2,25 \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot f_{ctd} = 2,25 \cdot 0,7 \cdot 1,0 \cdot 1,2 = 1,9 \text{ MPa (cattiva aderenza)}$$

Considerando un ancoraggio dato da barre  $\varnothing 16$  in buona aderenza si ottiene:

$$l_{b,rqd} = \frac{\varnothing \cdot \sigma_{sd}}{4 \cdot f_{bd}} = \frac{16 \cdot 391}{4 \cdot 2,7} = 580 \text{ mm (circa 35 diametri)}$$

Si utilizza in via cautelativa  $l_{b,rqd} = 600 \text{ mm}$

## 5.5 Distribuzione delle armature nella trave

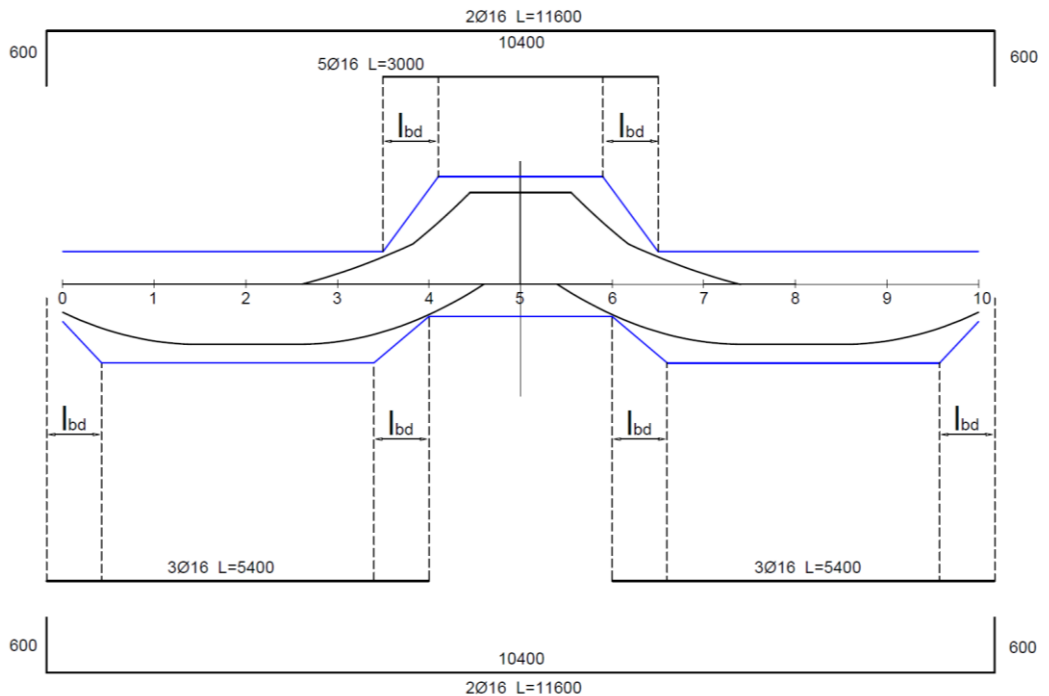


Figura 41: Distinta armature



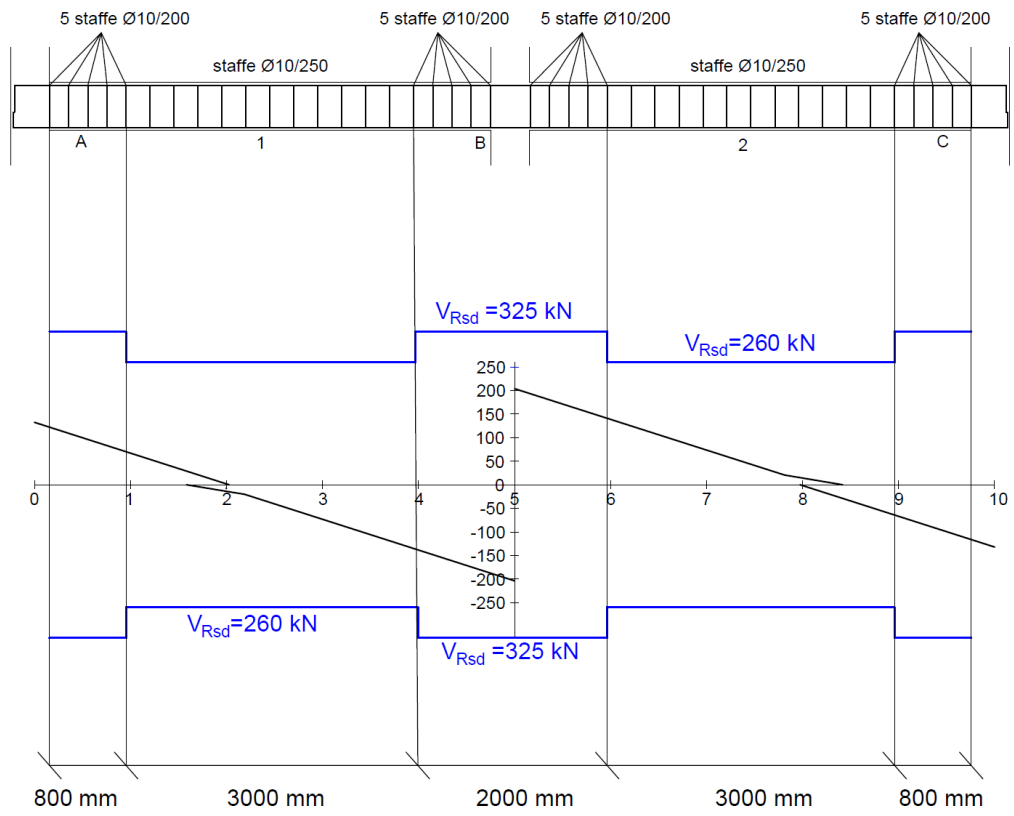


Figura 42: Distinta armature trasversali

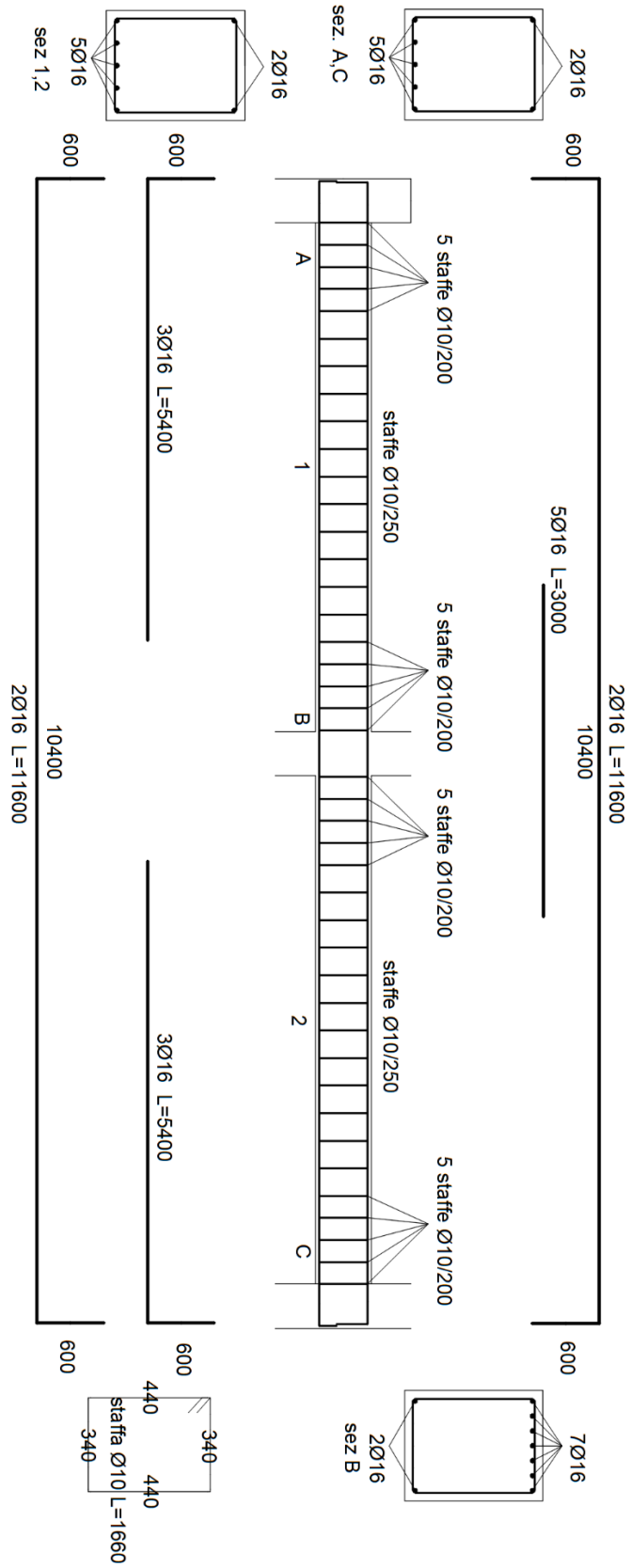
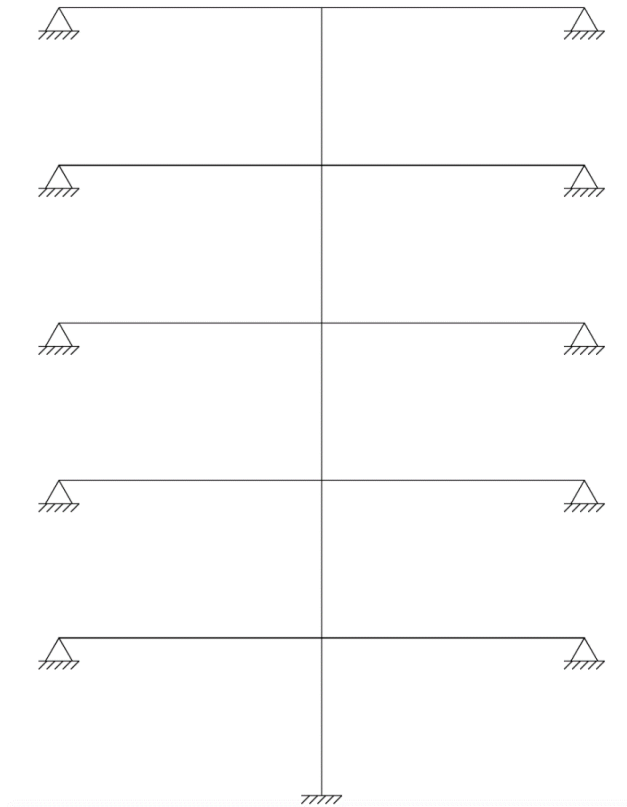


Figura 43: Distinta armature

## CAPITOLO 6

### VERIFICA DEL PILASTRO

Si prende in esame in questa sede un pilastro interno all'edificio di dimensioni 40x40 cm, che risulta essere sollecitato prevalentemente da carico assiale, tuttavia il regime delle sollecitazioni prevede anche una non trascurabile componente flettente. Ai fini della determinazione delle sollecitazioni assiali e flessionali nel pilastro, necessaria per il predimensionamento, si utilizzerà il metodo delle linee di influenza. Lo schema statico utilizzato per il dimensionamento e la verifica del pilastro è il seguente:



*Figura 44: Schema statico del pilastro*

Dall'analisi delle linee di influenza sono emerse due combinazioni di carico che massimizzano rispettivamente l'azione assiale e l'azione flettente sul pilastro considerato, riportate in seguito:

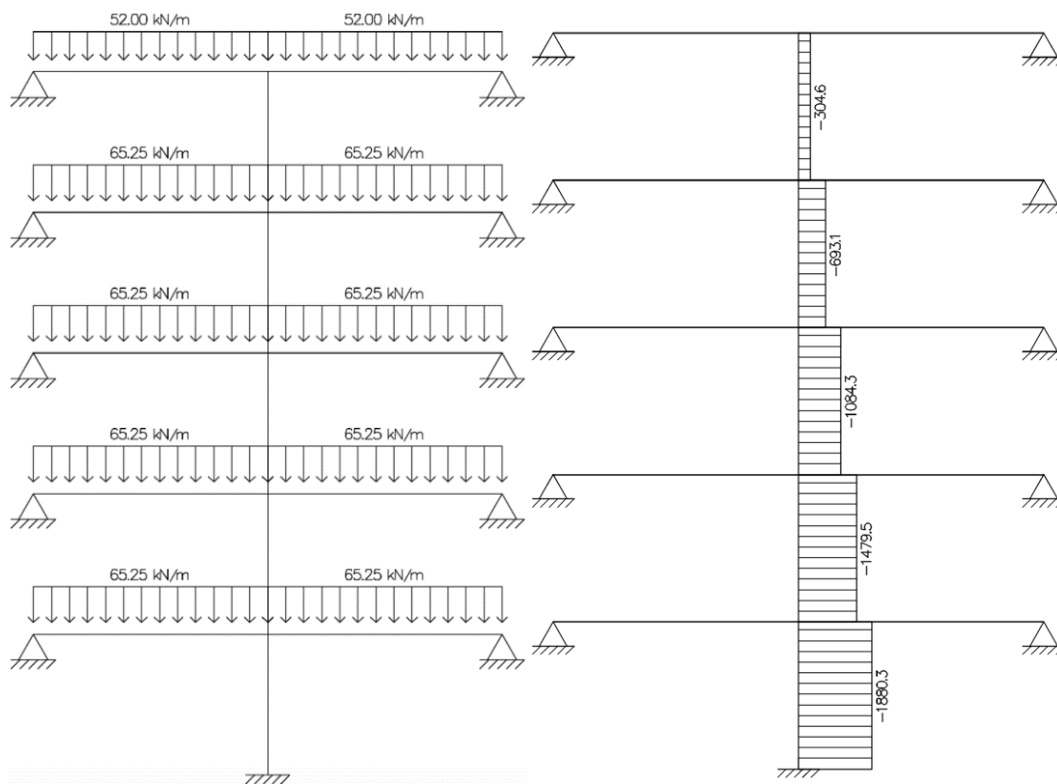
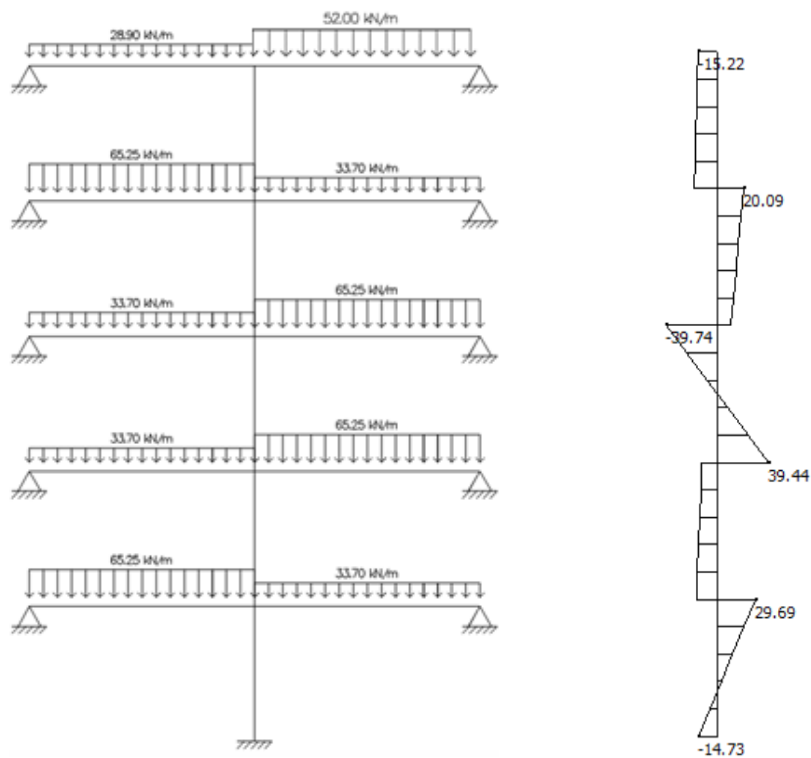


Figura 45: Diagramma combinazione che massimizza lo sforzo normale e relativo  
diagramma di sforzo normale[kN] per il pilastro



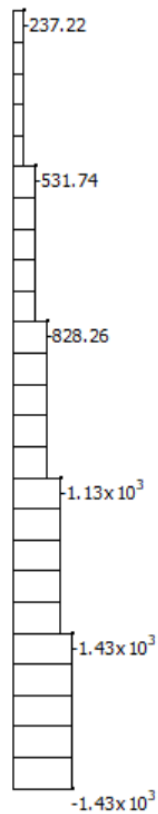


Figura 46: Diagramma combinazione che massimizza momento flettente e relativi diagrammi di momento flettente [kNm] e taglio [kN] per il pilastro

## 6.1 Verifica a compressione semplice del pilastro

Si procede inizialmente con la verifica del pilastro a compressione semplice. Il valore massimo dello sforzo normale si ha in corrispondenza della base del pilastro, rappresentata nello schema statico da un vincolo a incastro.

$$N_{Ed,max} = 1880,3 + 1,3(0,4 \cdot 0,4 \cdot 15 \cdot 25) = 1958 \text{ kN}$$

Nel caso di elementi sottoposti a prevalente sforzo normale, secondo NTC18 p.to 4.1.6.1.2, le barre parallele all'asse devono avere diametro maggiore od uguale a 12 mm e non potranno avere interassi maggiori di 300 mm. Inoltre la loro area non deve essere inferiore a:

$$A_{s,min} = 0,10 \cdot N_{Ed}/f_{yd} \text{ e comunque non minore di } 0,003A_c$$

$$A_{s,min} = 501 \text{ mm}^2$$

$$0,003A_c = 480 \text{ mm}^2$$

Scegliamo 4Ø18 ( $A_s = 1018 \text{ mm}^2$ ), con copriferro  $c = 50 \text{ cm}$ .

Si ipotizza di avere dunque un'armatura simmetrica all'interno del pilastro, posta ai quattro angoli della sezione. Tale scelta rispecchia una prassi comune dovuta all'incertezza relativa la collocazione dell'eccentricità cui può collocarsi il carico assiale.

Ricaviamo quindi lo sforzo normale resistente nel caso di pilastro soggetto a compressione semplice:

$$N_{Rd} = f_{yd} \cdot A'_s + f_{yd} \cdot A_s + f_{cd} \cdot h \cdot b = 2942 \text{ kN} > N_{Ed,max} = 1958 \text{ kN}$$

## 6.2 Verifica a pressoflessione del pilastro

Si procede ora con la verifica a pressoflessione del pilastro, considerando in favore della sicurezza come agenti sul pilastro contemporaneamente lo sforzo normale minimo e il momento flettente massimo ottenuti dalle due combinazioni di carico precedentemente analizzate.

$$N_{Ed,max} = 828,2 \text{ kN}$$

$$M_{Ed,max} = 39,74 \text{ kNm}$$

Procediamo alla verifica calcolando il dominio di resistenza del pilastro (dominio M-N), assumendo per convenzione trazione negativa E compressione positiva e considerando  $E_s = 210000 \text{ MPa}$  da NTC18.

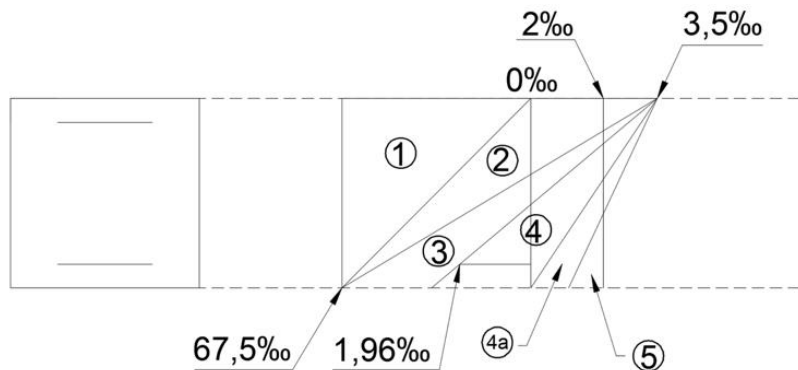


Figura 47: Campi di rottura della sezione

### CAMPO 1

$\varepsilon_c = -67,5\text{‰}$  (valore di sollecitazione a trazione omogenea su calcestruzzo e acciaio)

$$\varepsilon_s = \varepsilon'_s = 67,5\text{‰}$$

$$\sigma'_s = \sigma_s = f_{yd} = 391 \text{ MPa}$$

Poiché il calcestruzzo non dà contributo a trazione si ha:

$N_{Rd} = -f_{yd} \cdot A_s - f_{yd} \cdot A'_s = -391 \cdot 509 \cdot 2 = -398 \text{ kN}$  (dall'equilibrio alla traslazione delle risultanti)

$M_{Rd} = f_{yd} \cdot A_s \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right) - f_{yd} \cdot A'_s \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right) = 0 \text{ kNm}$  (dall'equilibrio alla rotazione rispetto al baricentro della sezione)

#### Limite CAMPI 1-2

$$\varepsilon_c = 0\text{‰}$$

$$\varepsilon_s = -67,5\text{‰}$$

$\varepsilon'_s = \varepsilon_s \cdot \frac{d'}{d} = -0,0675 \cdot \frac{50}{350} = -9,64\text{‰}$  l'acciaio dell'armatura superiore risulta anch'esso snervato

$$\sigma'_s = \sigma_s = f_{yd} = 391 \text{ MPa}$$

$N_{Rd} = -f_{yd} \cdot A_s - f_{yd} \cdot A'_s = -391 \cdot 509 \cdot 2 = -398 \text{ kN}$  (dall'equilibrio alla traslazione delle risultanti)

$M_{Rd} = f_{yd} \cdot A_s \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right) - f_{yd} \cdot A'_s \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right) = 0 \text{ kNm}$  (dall'equilibrio alla rotazione rispetto al baricentro della sezione)

#### CAMPO 3 (valore interno al campo 3 con $\varepsilon_s = 10\text{‰}$ )

$$\varepsilon_c = 3,5\text{‰} = \varepsilon_{cu}$$

$$\varepsilon_s = -10\text{‰}$$

$$x = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c - \varepsilon_s} \cdot d = 91 \text{ mm}$$
 posizione dell'asse neutro

$\varepsilon'_s = \varepsilon_c \cdot \frac{(x-d')}{x} = 1,58\text{‰} < 1,96\text{‰}$  l'acciaio dell'armatura superiore non è snervato, dunque è necessario calcolare la sollecitazione agente nell'acciaio

$$\sigma'_s = E_s \cdot \varepsilon'_s = 200000 \cdot 0,00157 = 314,28 \text{ MPa}$$

$$\sigma_s = f_{yd} = 391 \text{ MPa}$$

Si utilizza il diagramma stress-block per la distribuzione delle tensioni all'interno della sezione parzializzata.

$N_{Rd} = -f_{yd} \cdot A_s + \sigma'_s \cdot A'_s + f_{cd} \cdot \beta_1 \cdot x \cdot b = -391 \cdot 509 + 314,28 \cdot 509 + 15,9 \cdot 0,81 \cdot 90,74 \cdot 400 = 428 \text{ kN}$  (dall'equilibrio alla traslazione delle risultanti)

$M_{Rd} = f_{yd} \cdot A_s \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right) + \sigma'_s \cdot A'_s \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right) + f_{cd} \cdot \beta_1 \cdot x \cdot b \cdot \left(\frac{h}{2} - \beta_2 \cdot x\right) = 129,69 \text{ kNm}$  (dall'equilibrio alla rotazione rispetto al baricentro della sezione)

#### Limite CAMPI 3-4

$$\varepsilon_c = 3,5\text{‰} = \varepsilon_{cu}$$

$$\varepsilon_s = -1,96\text{‰}$$

$$x = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c - \varepsilon_s} \cdot d = 224,36 \text{ mm}$$
 posizione dell'asse neutro

$\varepsilon'_s = \varepsilon_c \cdot \frac{(x-d')}{x} = 2,72\text{‰} > 1,96\text{‰}$  l'acciaio dell'armatura superiore è snervato

$$\sigma'_s = \sigma_s = f_{yd} = 391 \text{ MPa}$$

$$N_{Rd} = -f_{yd} \cdot A_s + f_{yd} \cdot A'_s + f_{cd} \cdot \beta_1 \cdot x \cdot b = -391 \cdot 509 + 391 \cdot 509 + 15,9 \cdot 0,81 \cdot 224,36 \cdot 400 = 1155,8 \text{ kN (dall'equilibrio alla traslazione delle risultanti)}$$

$$M_{Rd} = f_{yd} \cdot A_s \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right) + f_{yd} \cdot A'_s \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right) + f_{cd} \cdot \beta_1 \cdot x \cdot b \cdot \left(\frac{h}{2} - \beta_2 \cdot x\right) = 183 \text{ kNm (dall'equilibrio alla rotazione rispetto al baricentro della sezione)}$$

#### Limite CAMPI 4-4a

$$\varepsilon_c = 3,5\text{‰} = \varepsilon_{cu}$$

$\varepsilon_s = 0\text{‰}$  l'acciaio della parte tesa non sta lavorando

$x = d = 350 \text{ mm}$  posizione dell'asse neutro coincidente con altezza utile della sezione

$$\sigma'_s = f_{yd} = 391 \text{ MPa}$$

$$N_{Rd} = f_{yd} \cdot A'_s + f_{cd} \cdot \beta_1 \cdot x \cdot b = 2002 \text{ kN (dall'equilibrio alla traslazione delle risultanti)}$$

$$M_{Rd} = f_{yd} \cdot A'_s \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right) + f_{cd} \cdot \beta_1 \cdot x \cdot b \cdot \left(\frac{h}{2} - \beta_2 \cdot x\right) = 127,9 \text{ kNm (dall'equilibrio alla rotazione rispetto al baricentro della sezione)}$$

#### Limite CAMPI 4a-5

$$\varepsilon_c = 3,5\text{‰} = \varepsilon_{cu}$$

$\varepsilon_s = \varepsilon_c \cdot \frac{d'}{h} = 0,44\text{‰} < 1,96\text{‰}$  acciaio non snervato; è necessario calcolare la tensione agente sull'armatura

$x = h = 400 \text{ mm}$  posizione dell'asse neutro coincidente con l'altezza della sezione

$$\sigma_s = E_s \cdot \varepsilon_s = 87,5 \text{ MPa}$$

$$\sigma'_s = f_{yd} = 391 \text{ MPa}$$

$$N_{Rd} = f_{yd} \cdot A'_s + \sigma_s \cdot A_s + f_{cd} \cdot \beta_1 \cdot x \cdot b = 2304$$

kN (dall'equilibrio alla traslazione delle risultanti)

$$M_{Rd} = -\sigma_s \cdot A_s \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right) + f_{yd} \cdot A'_s \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right) + f_{cd} \cdot \beta_1 \cdot x \cdot b \cdot \left(\frac{h}{2} - \beta_2 \cdot x\right) = 92,4 \text{ kNm (dall'equilibrio alla rotazione rispetto al baricentro della sezione)}$$

#### CAMPO 5

$\varepsilon_c = \varepsilon_s = 2\text{‰} = \varepsilon_{cu}$  nel caso di sezione totalmente soggetta a sforzo di compressione omogeneo

$$\sigma'_s = \sigma_s = f_{yd} = 391 \text{ MPa}$$

$$N_{Rd} = f_{yd} \cdot A'_s + f_{yd} \cdot A_s + f_{cd} \cdot h \cdot b = 2942 \text{ kN (dall'equilibrio alla traslazione delle risultanti)}$$

$$M_{Rd} = -f_{yd} \cdot A_s \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right) + f_{yd} \cdot A'_s \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right) = 0 \text{ kNm (dall'equilibrio alla rotazione rispetto al baricentro della sezione)}$$



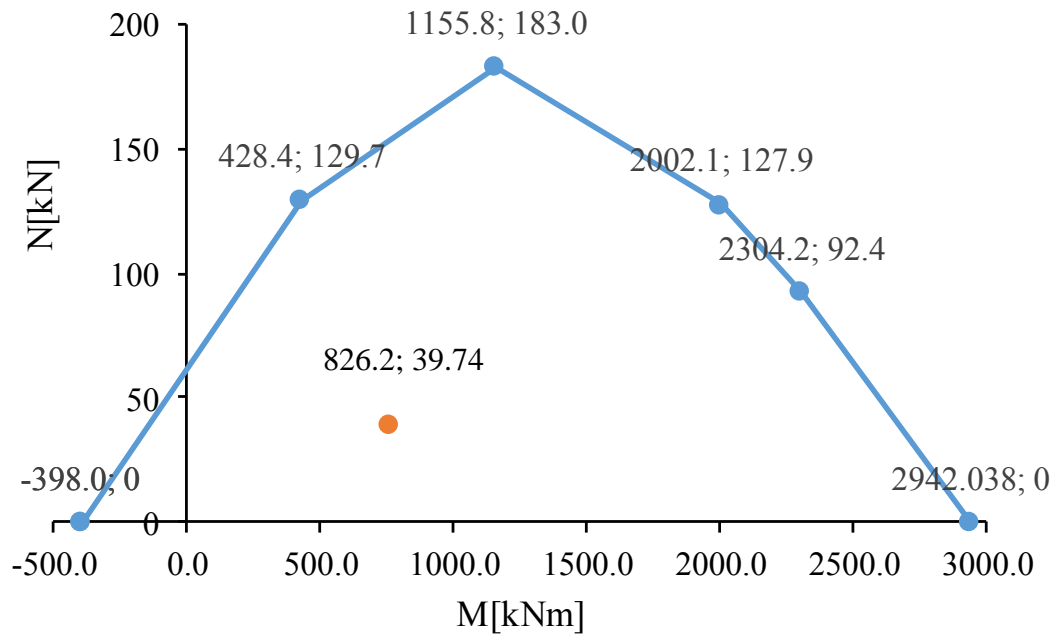


Figura 48: Diagramma di interazione della sezione doppiamente armata del pilastro

Dalla costruzione del dominio di resistenza è possibile osservare che le sollecitazioni presenti sul pilastro sono comprese all'interno del diagramma M-N e quindi la verifica è soddisfatta.

### 6.3 Verifica a Taglio

La disposizione dell'armatura a taglio segue il DM18 p.to 4.1.6.1.2. Le armature trasversali devono essere poste ad interasse non maggiore di 12 volte il diametro minimo delle barre impiegate per l'armatura longitudinale, con un massimo di 250 mm. Il diametro delle staffe non deve essere minore di 6 mm e di  $\frac{1}{4}$  del diametro delle barre longitudinali.

Passo delle staffe =  $12 \cdot 18 = 216 \text{ mm} (< 250 \text{ mm})$

Diametro =  $0,25 \cdot 18 = 4,5 \text{ mm} < 6 \text{ mm}$ , usiamo quindi staffe  $\varnothing 8 \text{ mm}$

## **CAPITOLO 7**

### **VERIFICA DELLA FONDAZIONE**

#### **7.1 Verifica di resistenza del terreno**

Si effettua la verifica della fondazione sotto il pilastro ipotizzando che sia realizzata con un plinto isolato (in zona sismica non è possibile realizzare plinti isolati ma bisogna collegarli). La tensione limite (allo SLU) sul terreno si assume pari a  $\sigma_t = 0,35 \text{ MPa}$ .

L'azione assiale al piede del pilastro vale, sulla base di quanto detto al capitolo 6:

$$N = 1958 \text{ kN}$$

Si ipotizza un plinto di dimensioni  $a \cdot b \cdot h = 3,2 \cdot 3,2 \cdot 0,95$ , il cui peso proprio vale dunque:

$$G_{plinto} = (3,2 \cdot 3,2 \cdot 0,95)m^3 \cdot 25 \text{ kN/m}^3 = 243,2 \text{ kN}$$

Conformemente alle indicazioni dell'NTC18 p.to 6.2.4.1.1, si fa riferimento ai seguenti valori dei coefficienti parziali da applicarsi alle azioni ( $\gamma_F$ ):

$$\gamma_F = \gamma_{G1} = 1,3 \quad (\text{Tab. 6.2.I NTC18})$$

$$\gamma_F = \gamma_{G2} = 1,5 \quad (\text{Tab. 6.2.I NTC18})$$

$$\gamma_F = \gamma_Q = 1,5 \quad (\text{Tab. 6.2.I NTC18})$$

Si ha pertanto:

$$N_{Ed} = 1,3 N + 1,3 G_{plinto} = (1,3 \cdot 1958 + 1,3 \cdot 243,2) \text{ kN} = 2862 \text{ kN}$$

$$\sigma_{max} = \frac{N_{Ed}}{A_{plinto}} = \frac{2862}{(3,2 \cdot 3,2)} = 0,279 \text{ MPa} < \sigma_t = 0,35 \text{ MPa}$$

## 7.2 Predimensionamento plinto di fondazione

Al fine del dimensionamento dell'armatura, la fondazione è definita rigida quando la lunghezza  $v$  della mensola non supera  $2h$ .

$$v < 2h$$

$$1,4\text{m} < 2\text{m}$$

In questo caso non è lecito assumere che durante l'inflessione le sezioni si mantengano piane e ortogonali alle fibre deformate, mostrato in *fig.49*, di conseguenza si analizza lo stato di sforzo individuato all'interno della struttura un meccanismo resistente costituito da bielle compresse di calcestruzzo e da tiranti, la cui efficacia dev'essere garantita dalla presenza di apposita armatura.

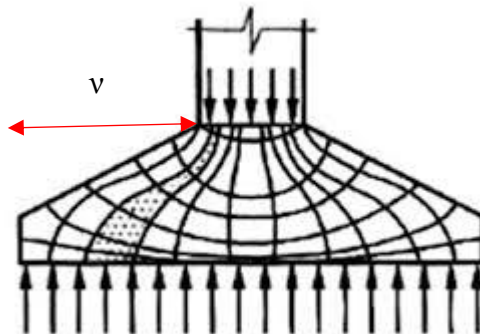


Figura 49: Linee isostatiche di compressione e di trazione

Poiché il plinto ha una base di forma quadrata si effettuano le verifiche esclusivamente in una direzione.

Si consideri il carico centrato  $N_{Ed} = 1.3 \times 1958 \text{ kN} = 2545 \text{ kN}$ , il meccanismo resistente, può essere idealizzato con la formazione di puntoni compressi di calcestruzzo e da tiranti orizzontali di armatura tesa posti alla base del plinto, come nella figura a seguire.

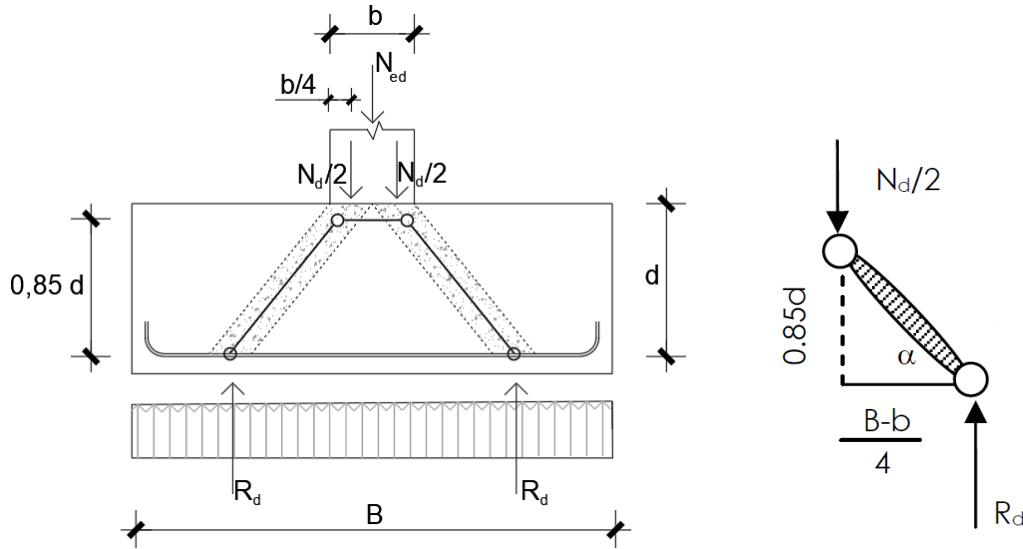


Figura 50: Meccanismo resistente tirante-puntone

L'armatura necessaria è proprio quella che dovrà assorbire la sollecitazione di trazione  $T_d$  che si manifesta nel tirante.

Si consideri il nodo (cerniera) in basso a destra:

$$\tan^{-1} \alpha = \frac{\frac{B-b}{4}}{0,85d} = \frac{3200-400}{4}{0,85 \cdot 950} = 0,867$$

$R_d$  è la risultante delle azioni del terreno e per equilibrio alla traslazione è pari a  $N_d/2$  e si trova baricentrica rispetto al diagramma delle tensioni di contatto terreno-semiplinto (quindi, con tensioni uniformi, a  $B/2$  da asse medio del plinto).

Si consideri l'equilibrio nel nodo, se con  $B_d$  si indica la compressione nella biella di cls:

$$\begin{cases} R_d = B_d \cdot \sin \alpha \\ T_d = B_d \cdot \cos \alpha \end{cases} \rightarrow \frac{R_d}{T_d} = \tan \alpha$$

Quindi:

$$T_d = R_d \cdot \tan^{-1} \alpha = 1272 \text{ kN} \cdot 0,867 = 1103 \text{ kN}$$

$$A_s = \frac{T_d}{f_{yd}} = \frac{1103 \times 10^3}{391} = 2820 \text{ mm}^2$$

Si sceglie di utilizzare  $15\emptyset 18$  con  $A_s = 3817 \text{ mm}^2$ .

Lo sforzo di compressione sul puntone di calcestruzzo si ricava considerando l'equilibrio al nodo visto in precedenza.

L'angolo di inclinazione  $\alpha$  della biella compressa rispetto all'orizzontale

risulta essere pari a  $\alpha = \arctan\left(\frac{0,85 d}{\frac{B-b}{4}}\right) = 49,08^\circ$ .

Si ottiene:

$$B_d = \frac{T_d}{\cos \alpha} = \frac{1272 \text{ kN}}{\cos 49,08^\circ} = 1942 \text{ kN}$$

$$B_{Rd,c} = 0,8 f_{cd} \cdot b \cdot d \cdot \frac{1}{1 + \tan^2(\alpha)} = 0,8 \cdot 15,9 \cdot 400 \cdot 950 \cdot \frac{1}{1 + 0,867^2}$$
$$= 2759,4 \text{ kN} > B_d$$

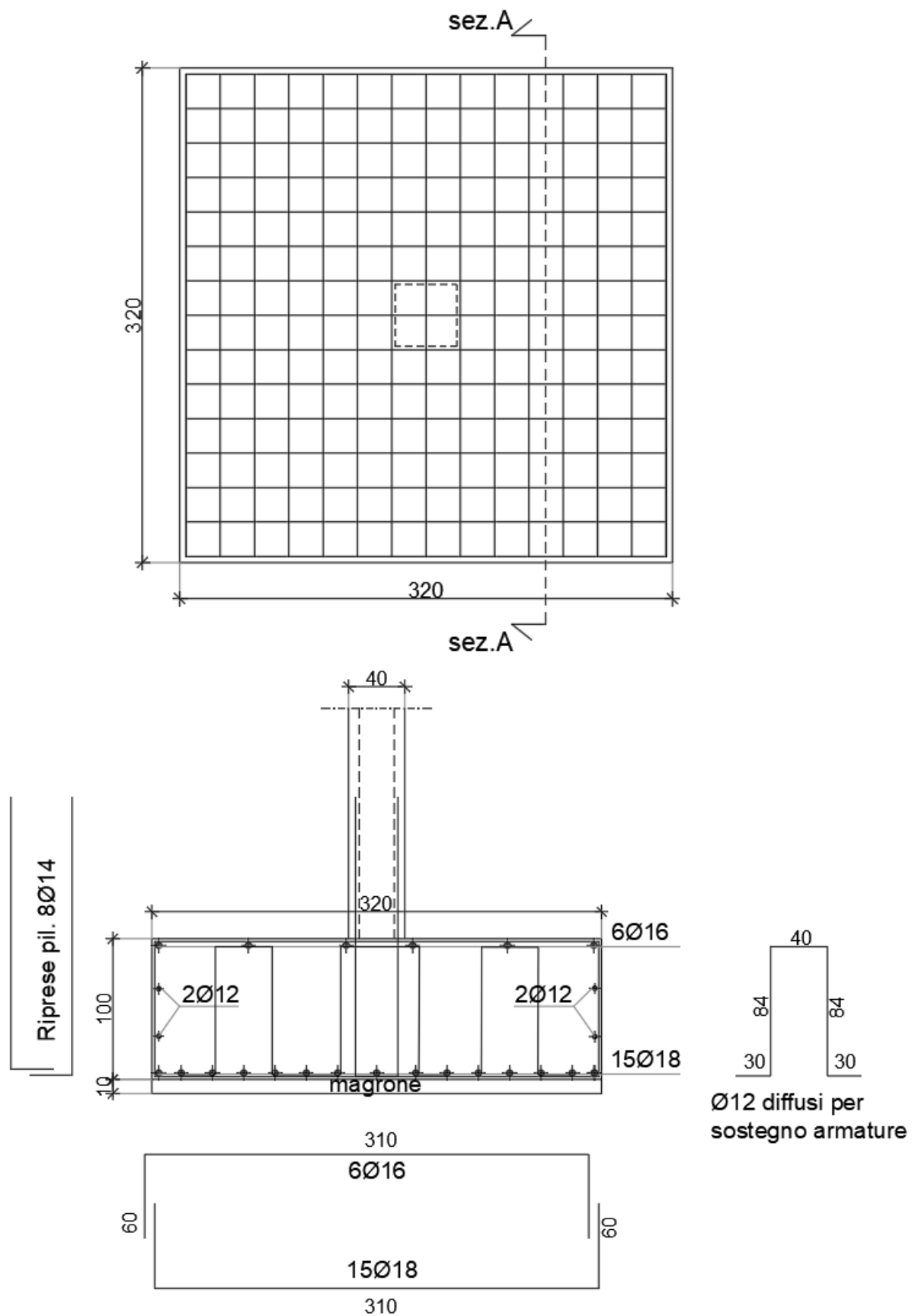


Figura 51: Dettagli costruttivi del pinto di fondazione

## RIFERIMENTI NORMATIVI

[1] D.M. 17.01.18

[2] Istruzioni per l'applicazione delle "Norme Tecniche per le Costruzioni" – 2019 ("Circolare")

[3] Eurocodice 2 : EN-1992-1-1.