

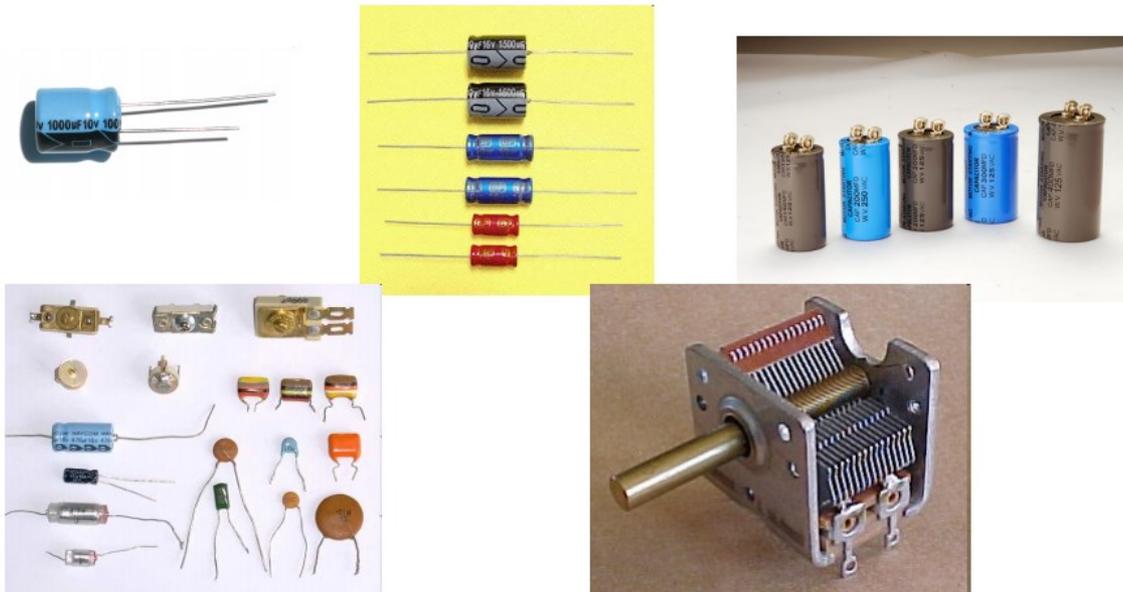
UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI  
DI PADOVA

# I conduttori

# Capacità e condensatori

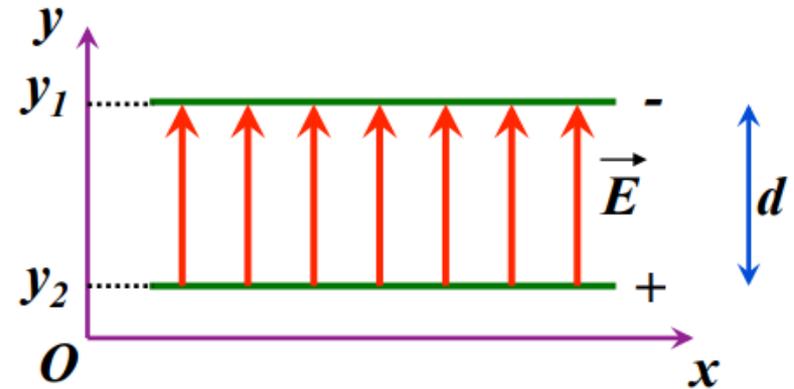
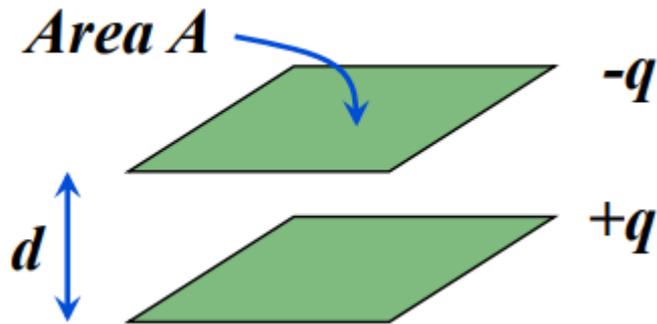
In generale, un sistema di **due conduttori**, detti **armature**, tra cui vi sia **induzione completa** forma un **condensatore**. Il rapporto  $q/\Delta V = C$  si chiama **capacità**.

Unità di misura di capacità:  $[q]/[V] = \text{Coulomb/Volt} = \text{Farad}$



# Capacità di un condensatore piano

Un condensatore piano è formato da due piani metallici paralleli, detti armature, di area  $A$  posti a distanza  $d$  su cui sono presenti cariche opposte  $+q$  e  $-q$ .



$\sigma$  densità superficiale di carica  $=q/A$

**Campo elettrico:** 
$$\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \hat{j}$$

La differenza di potenziale tra le due armature vale:

$$\Delta V = V_+ - V_- = -\int_-^+ \vec{E} \cdot d\vec{s} = E d = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} d = \frac{q}{\varepsilon_0 A} d$$

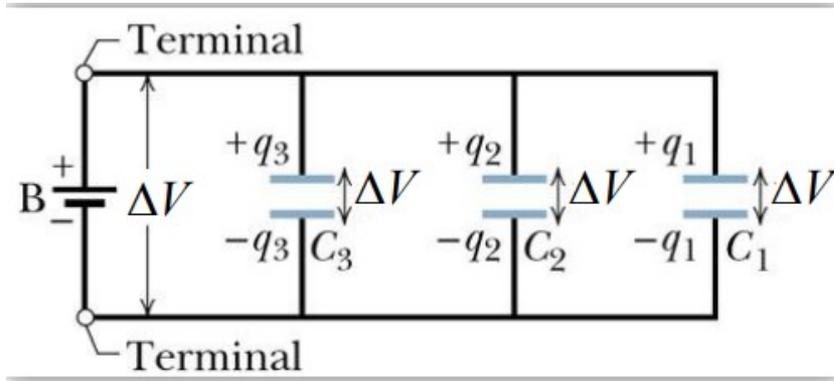
La carica presente su ognuna delle due armature è  $q = \sigma A$

Applicando la definizione di capacità possiamo scrivere che:

$$C = \frac{q}{\Delta V} = \varepsilon_0 \frac{A}{d}$$

Vediamo quindi che anche in questo caso la capacità dipende solo dalla geometria del sistema in uso.

# Collegamento di condensatori in parallelo



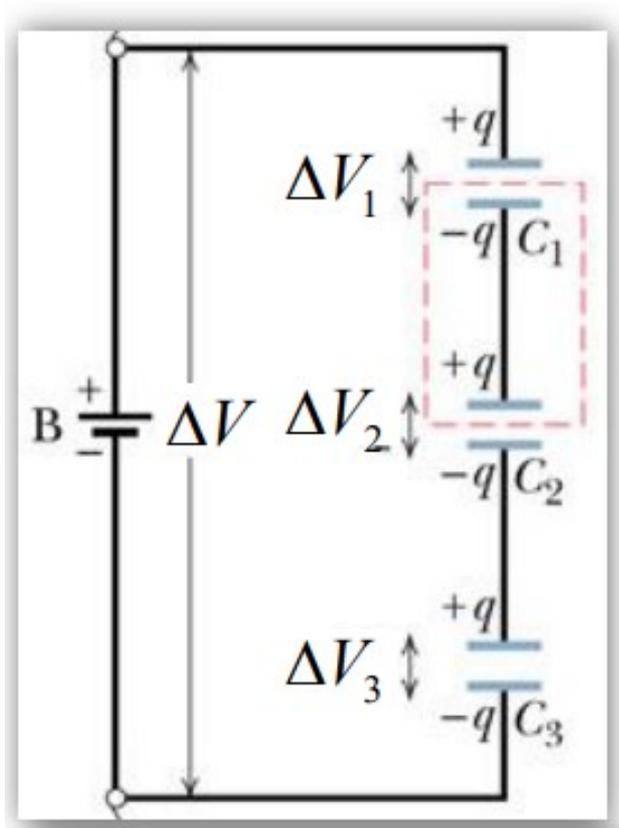
Il collegamento in parallelo si realizza collegando **tutti i condensatori alla stessa d.d.p.**

Cariche dei condensatori:  $q_1 = C_1 \Delta V$     $q_2 = C_2 \Delta V$     $q_3 = C_3 \Delta V$

Carica totale:  $q = q_1 + q_2 + q_3 = (C_1 + C_2 + C_3) \Delta V = C_{eq} \Delta V$

Dall'ultima equazione segue che possiamo sostituire il circuito reale con un circuito fittizio avente un solo condensatore, con carica uguale alla somma delle cariche e capacità  $C_{eq}$  (detta **capacità equivalente**) uguale alla somma delle capacità.

# Collegamento di condensatori in serie



Il collegamento in serie si realizza concatenando le armature di tutti i condensatori. In questo caso **le cariche dei vari condensatori sono le stesse** mentre le differenze di potenziale sono diverse.

Differenze di potenziale: 
$$\Delta V_i = \frac{q}{C_i}$$



Differenza di potenziale totale:

$$\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2 + \Delta V_3 = q \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \right)$$

Capacità equivalente:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \right) \Rightarrow q = C_{eq} \Delta V$$

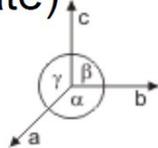
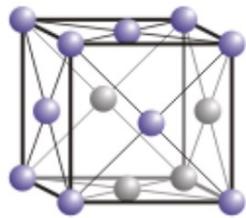
Il circuito in serie equivale a quello con un condensatore con stessa carica, e capacità equivalente il cui inverso è la somma dell'inverso delle capacità.

# Le cariche elettriche nei conduttori



I materiali conduttori solidi sono costituiti da un reticolo spaziale a cui vertici si trovano gli ioni positivi ed al cui interno si muovono gli elettroni liberi.

(cubica a facce centrate)



$$a=b=c$$
$$\alpha=\beta=\gamma=90^\circ$$

$$a=3.6 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

Per il rame, il numero di elettroni per unità di volume è uguale al numero di atomi per unità di volume (supponendo un elettrone libero per atomo, l'ordine di grandezza è lo stesso per tutti i conduttori metallici):

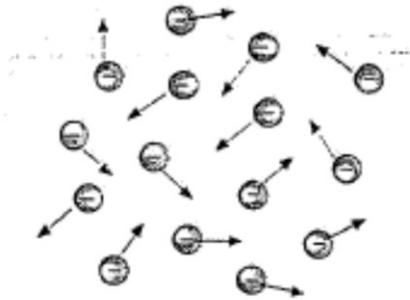
$$\rho = 8.96 \text{ g cm}^{-3} = 8960 \text{ kg m}^{-3} \quad (T=20^\circ\text{C})$$

$$A=63.55$$

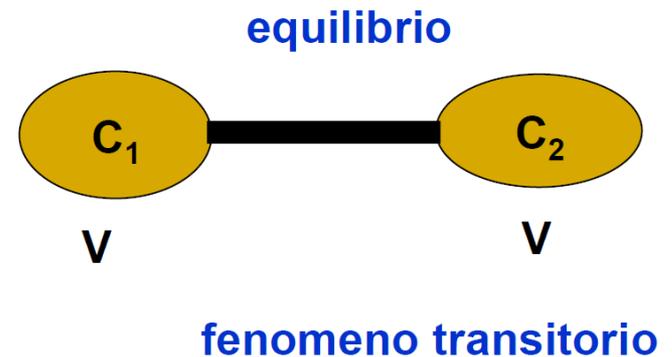
$$\frac{\rho[\text{g / m}^3]}{A} \times N_A = \frac{8960 \times 10^3}{63.55} \times 6 \times 10^{23} \approx 8.5 \times 10^{28} \text{ m}^{-3}$$

Il moto degli elettroni liberi nel conduttore in equilibrio elettrostatico è disordinato, le loro velocità sono dovute all'agitazione termica e sono dell'ordine di  $10^5$  m/s.

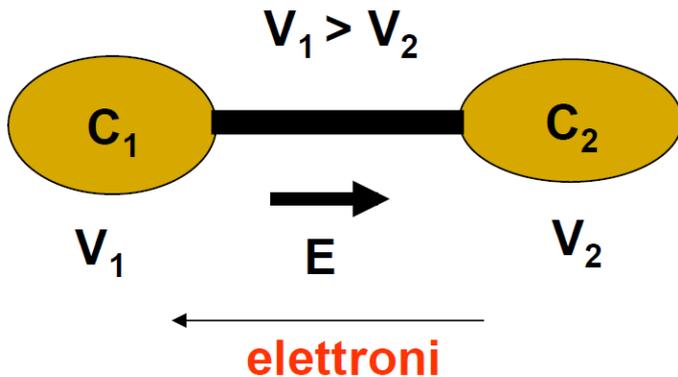
In media però la velocità del sistema è nulla.



Ponendo due conduttori con carica diversa a contatto notiamo un flusso di carica volto a riportare in equilibrio il potenziale elettrostatico, il fenomeno è però limitato nel tempo.



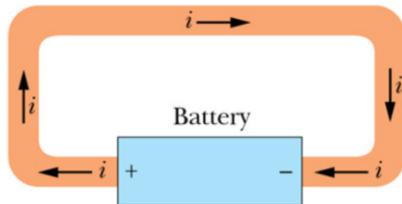
# Corrente elettrica



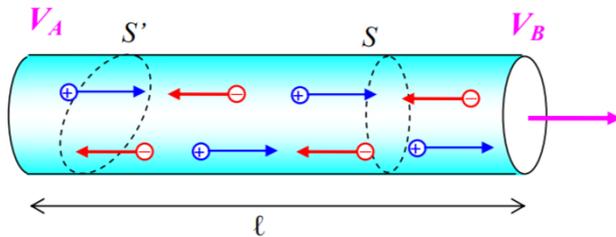
La corrente elettrica è un flusso “ordinato” di elettroni.

La corrente convenzionale venne definita inizialmente, nella storia dell'elettricità, come il flusso di carica positiva, anche se sappiamo, nel caso della conduzione metallica, che la corrente è causata dal flusso di elettroni con carica negativa nella direzione opposta.

Per mantenere la differenza di potenziale tra due punti del conduttore occorre un **generatore di forza elettromotrice f.e.m.**



- Il primo generatore primo fu inventato nel 1800 da **Alessandro Volta**
- Il suo funzionamento di basa sul principio che il lavoro necessario per mantenere il moto ordinato di cariche è ottenuto trasformando energia chimica in energia elettrica.



$$V_A > V_B$$

Consideriamo un filo di materiale conduttore ai cui estremi viene applicata una d.d.p  $\Delta V = V_A - V_B$  con  $V_A > V_B$ .

Nel filo si stabilisce un campo elettrico che esercita una forza sulle cariche libere del conduttore e le pone in movimento nella direzione del campo.

Se poniamo attenzione ad una sezione  $S'$  del filo conduttore, essa sarà attraversata da una certa quantità di carica  $\Delta q$  in un intervallo di tempo di osservazione  $\Delta t$ .

Si definisce **corrente elettrica media** attraverso la sezione  $S'$  la quantità, indicata con

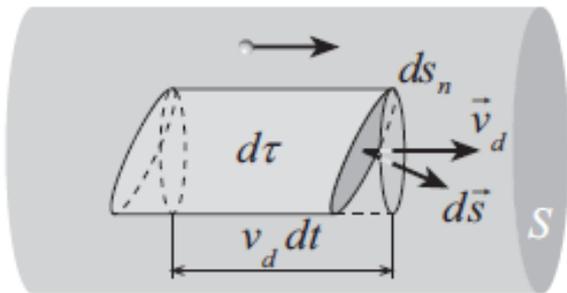
$$I = dq/dt$$

Si definisce l'Ampere (A) come unità fondamentale per i fenomeni elettrici, ne segue che **un Coulomb è la quantità di carica trasportata in 1s da una corrente di 1 A.**

# La densità di corrente elettrica



Consideriamo un conduttore di sezione  $S$  all'interno del quale il numero di portatori liberi di carica  $q$  per unità di volume sia  $n$  e sia  $v_d$  la velocità media di tali cariche (velocità di deriva).



Per stabilire la quantità di carica  $dq$  che, durante l'intervallo di tempo  $dt$ , attraversa una sezione  $ds$ , consideriamo un volume  $d\tau$  di base  $ds$  e altezza  $v_d dt$ .

$$dq = nq d\tau = nq v_d dt ds_n = nq \vec{v}_d \cdot \vec{ds} dt .$$

definiamo

$$\vec{J} \equiv nq \vec{v}_d$$



$$dI = d\left(\frac{dq}{dt}\right) = \vec{J} \cdot \vec{ds}$$



$$I = \int_S \vec{J} \cdot \vec{ds} .$$

$$I = \int_S \vec{J} \cdot d\vec{s} .$$

La corrente elettrica è quindi il flusso del vettore  $\mathbf{j}$  densità di corrente elettrica.

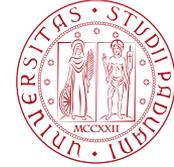
Nei metalli le cariche associate alla corrente sono gli elettroni, così la carica che compare nella definizione è pari a  $-e$ :

$$\vec{J} = -en\vec{v}_d$$

In caso siano presenti portatori di carica positivi e negativi, ad esempio nel caso dei semiconduttori, la densità di corrente si scrive come:

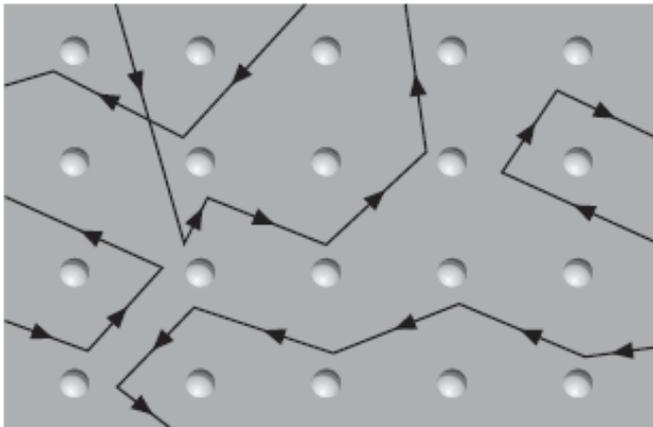
$$\vec{J} = n_+ e \vec{v}_+ - n_- e \vec{v}_-$$

# Modello di Drude



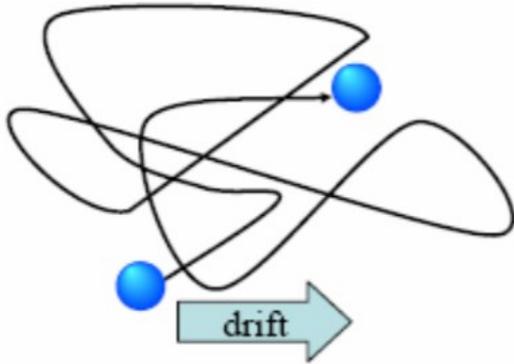
UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI  
DI PADOVA

Nel 1900 il fisico tedesco Paul Drude formulò un modello del fenomeno della conduzione elettrica secondo cui un conduttore metallico può essere schematizzato come un reticolo ionico immerso in un gas di elettroni. Per effetto della presenza di impurità nel materiale che lo costituisce ed a causa dell'agitazione termica che sposta continuamente le posizioni di equilibrio degli ioni del reticolo, gli elettroni subiscono numerosi urti, cambiando ogni volta direzione in maniera casuale.

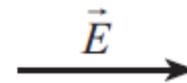
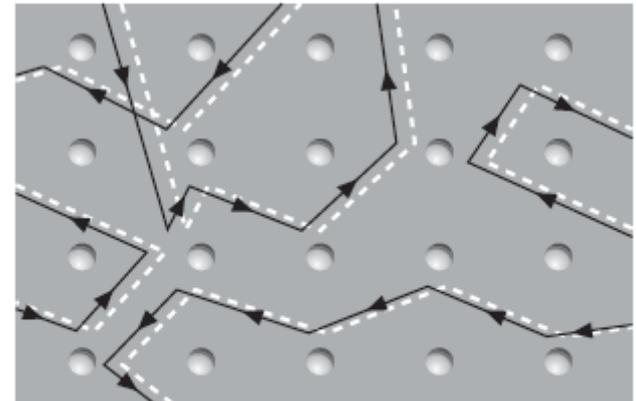
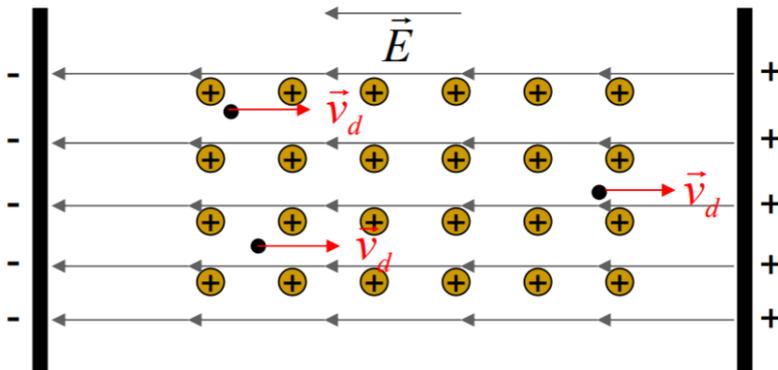


Prendiamo questa come un'estensione di quanto detto per il modello cinetico dei gas perfetti.

Gli elettroni si muovono in modo casuale su piccole distanze e ad alta velocità (circa  $10^5$  m/s).



Se agli estremi di un conduttore si applica dall'esterno una d.d.p. allora il campo elettrico (all'interno del materiale) non è più nullo e su ciascun elettrone agirà una forza.



All'applicazione di un campo elettrico  $E$  al moto disordinato viene a sovrapporsi un moto più lento degli elettroni, nella direzione opposta a quella del campo. L'azione del campo elettrico su ciascun elettrone si esplica, di fatto, tra due urti successivi.

$$\vec{v} = \vec{v}_0 - \frac{e}{m_e} \vec{E} \Delta t \quad \longrightarrow \quad \langle \vec{v} \rangle = \langle \vec{v}_0 \rangle - \frac{e}{m_e} \vec{E} \langle \Delta t \rangle = \langle \vec{v}_0 \rangle - \frac{e}{m_e} \vec{E} \tau$$

$\tau$  è detto *tempo libero medio*, è il tempo medio che intercorre tra due urti successivi degli elettroni col reticolo.

$$\langle \vec{v}_0 \rangle \text{ è in media nullo} \quad \longrightarrow \quad \vec{v}_d \equiv \langle \vec{v} \rangle = -\frac{e}{m_e} \vec{E} \tau$$

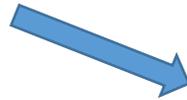
$$\vec{J} = -en \vec{v}_d = \frac{ne^2 \tau}{m_e} \vec{E}$$

# La legge di Ohm

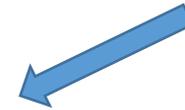
$$\vec{J} = -en\vec{v}_d = \frac{ne^2\tau}{m_e}\vec{E}$$

definiamo **conduttività di un materiale**

$$\sigma = \frac{ne^2\tau}{m_e}$$



$$\vec{J} = \sigma\vec{E}$$



Definiamo **resistività di un materiale**

$$\sigma \equiv \frac{1}{\rho}$$



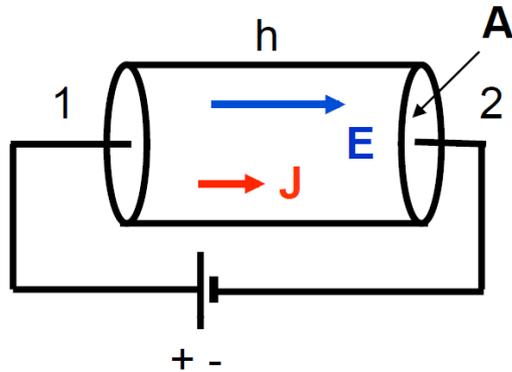
$$E = \rho J$$

**Legge di Ohm**

| Resistività ( $\Omega \cdot \text{cm}$ ) | Materiale      |
|--|----------------|
| $\rho < 10^{-3}$                         | Metalli        |
| $10^{-3} < \rho < 10^5$                  | Semiconduttori |
| $\rho > 10^5$                            | Isolanti       |

La resistività per i metalli è funzione crescente della **Temperatura**.

# La legge di Ohm



Regime stazionario:  $\mathbf{J} = \frac{i}{A}$

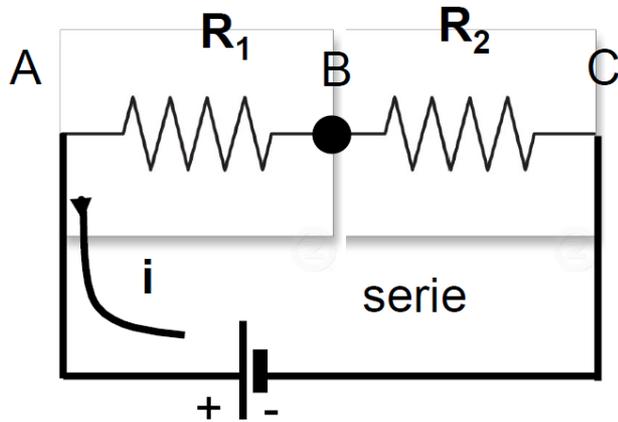
$$V_1 - V_2 = V = \mathbf{E}h = \rho \mathbf{J}h = \frac{\rho h}{A} i$$

$$\mathbf{V} = \mathbf{R}i \quad \mathbf{R} = \frac{\rho h}{A}$$

|                      |                           |
|----------------------|---------------------------|
| Resistenza elettrica | $1\Omega = \frac{1V}{1A}$ |
|----------------------|---------------------------|

# Collegamenti di resistori

## SERIE

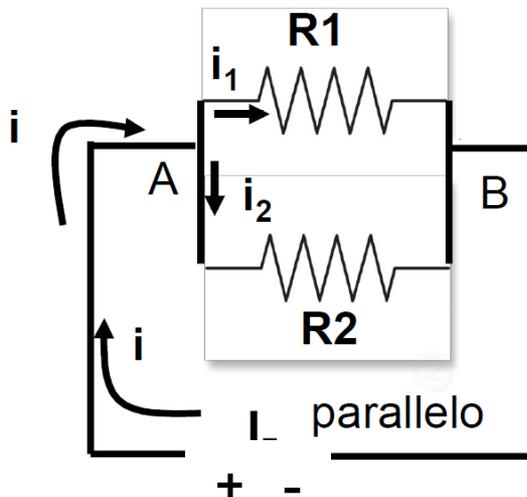


$$V_A - V_B = R_1 i$$

$$V_B - V_C = R_2 i$$

$$V_A - V_C = R_1 i + R_2 i = (R_1 + R_2) i = R i$$

## PARALLELO



$$i = i_1 + i_2 = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2}$$

$$i = \frac{V}{R}$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$



# Effetto Joule

Il modello di conducibilità descritto suggerisce l'esistenza di un processo di dissipazione energetica intrinseco al meccanismo della conduzione.

L'energia fornita alle cariche attraverso l'applicazione di un campo elettrico non ne determina l'incremento dell'energia cinetica; viene, di fatto, trasferita al reticolo ionico costituente il conduttore, attraverso gli urti con gli elettroni e risulta quindi dissipata in calore, determinando l'aumento della temperatura del conduttore percorso da corrente.

Questo processo viene detto **Effetto Joule**, calcoliamo la potenza dissipata:

$$P_e = \vec{F} \cdot \vec{v}_d = -e\vec{E} \cdot \vec{v}_d \quad \Rightarrow \quad p = nP_e = -en\vec{E} \cdot \vec{v}_d = \vec{J} \cdot \vec{E} \quad \text{Potenza per unità di volume}$$

$$P = \int_{\text{volume del conduttore}} p \, dv = pSl = JEsl = (El)(JS) = VI$$

applicando la legge di Ohm



$$P = VI = \frac{V^2}{R} = I^2 R$$

# Il voltmetro e l'ampmetro

Il voltmetro e l'ampmetro vengono utilizzati per misurare la differenza di potenziale e la corrente in alcuni punti di un circuito elettrico.

Gli strumenti non dovrebbero alterare le grandezze che misurano.

Il voltmetro viene posto in parallelo e quindi dovrebbe avere una resistenza interna molto grande, l'ampmetro viene collegato in serie quindi deve avere una resistenza interna molto piccola.

