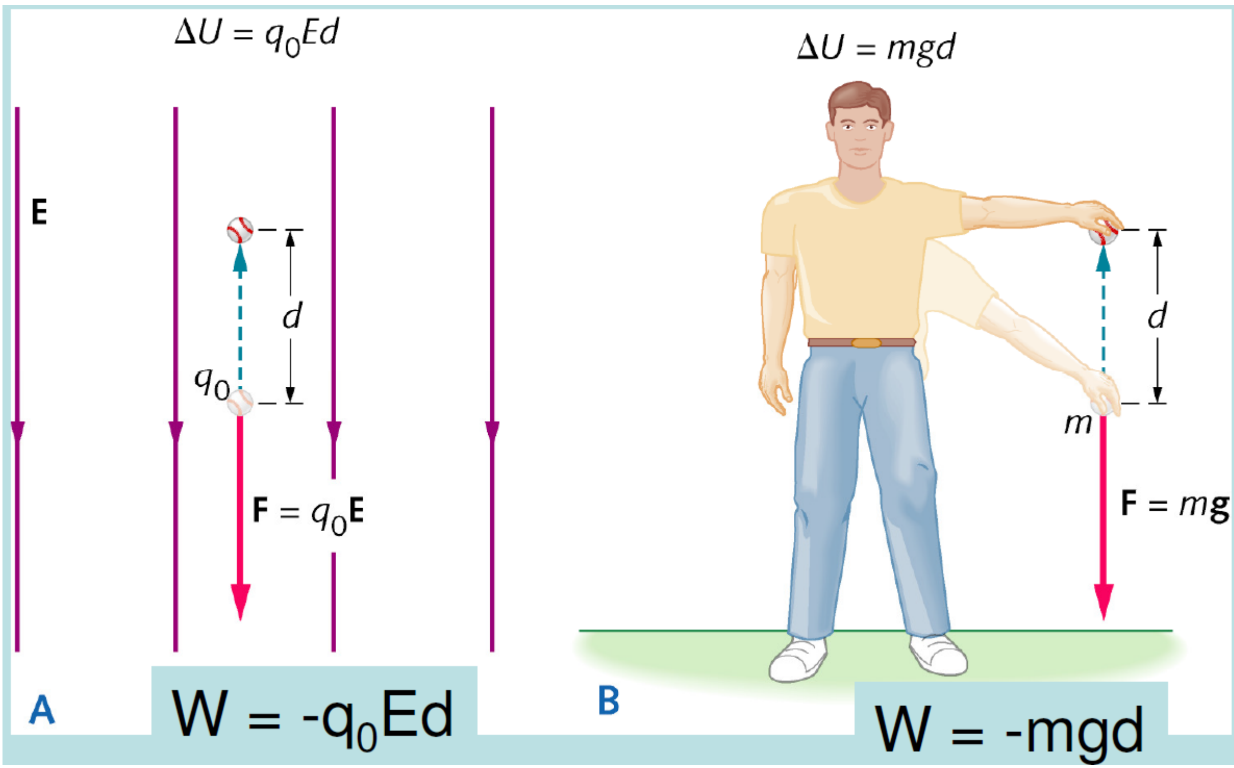
Università degli Studi di Padova

Lavoro della forza elettrostatica e potenziale

Energia potenziale elettrostatica



La forza di Coulomb è conservativa.

$W_{AB} = - \Delta U = - (U_A - U_B)$

Energia potenziale elettrostatica

Università degli Studi di Padova

Forza elettrostatica è Conservativa $\Rightarrow$ Energia Potenziale Elettrica.

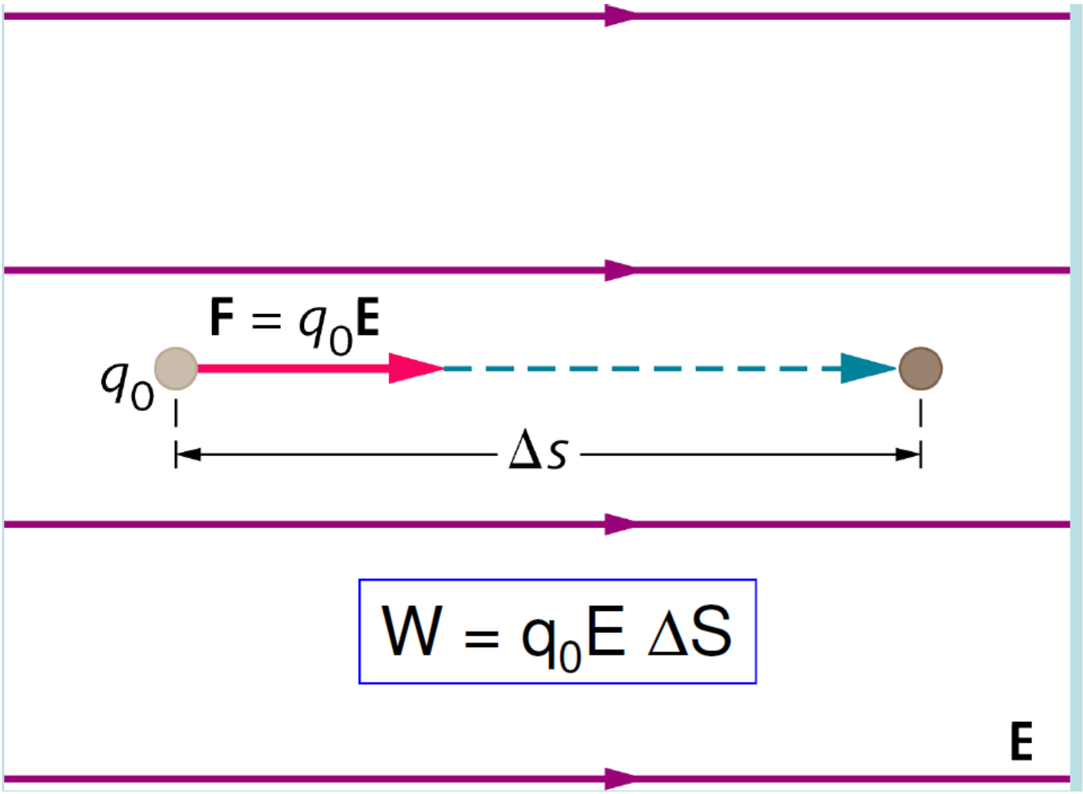
Per un **campo di forza conservativo**, si definisce energia potenziale U(P) quella funzione scalare dei punti dello spazio tale che la sua variazione tra due qualsiasi punti A, B sia uguale a meno del segno al lavoro compiuto dalla forza del campo per andare da A a B (lungo un qualsiasi percorso).

$$W_{AB} = -\Delta U = -(U_A - U_B)$$

$$\Delta U = -W$$

$$W = \int_A^B q_0 \vec{E} \cdot \vec{ds}$$

Il lavoro nel caso di campo elettrico costante



$$\boxed{W = q_0 E \,\Delta S}$$

Il potenziale elettrostatico

Definiamo il potenziale elettrico in un punto come l'energia potenziale posseduta da una carica unitaria posta in quel punto.

$V = U / q_0$

<u>Il potenziale è una caratteristica del campo e non della carica</u>

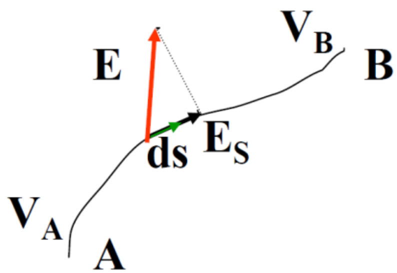
La variazione di potenziale e Il potenziale elettrico si misurano in Joule/Coulomb = Volt [V]

Una unità di misura pratica di energia per i sistemi atomici è **l'elettronvolt:**

$1\ \text{eV} = 1.6\ 10^{-19}$ Joule

definita come la variazione di energia potenziale elettrica $\Delta U = q_0 \Delta V$ prodotta sulla carica di un elettrone da una differenza di potenziale di un Volt

La differenza di potenziale



q si muove da A verso B lungo la curva e attraversa una regione in cui c'è campo elettrico E

Il lavoro elettrico si può scrivere come il prodotto di una carica per una differenza di potenziale

$$U_A - U_B = q(V_A - V_B)$$
$$U_A - U_B = -\Delta U = W_{A\to B} \quad \text{lavoro fatto sulla carica}$$
$$W_{A\to B} = -q(V_B - V_A) = -q\Delta V$$
$$q\Delta V = \Delta U$$

Il potenziale elettrostatico

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

$$W_{A\to B} = q\left(V_A - V_B\right)$$

$$W_{A\to B} = \int_A^B \vec{F}\cdot d\vec{r} = \int_A^B q\vec{E}\cdot d\vec{r}$$

$$\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{r} = V_A - V_B$$

Differenza di potenziale

Lungo un **percorso chiuso**, dato che il campo è conservativo, abbiamo:

$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{r} = 0$$

Il potenziale elettrostatico di una carica puntiforme

Università degli Studi di Padova

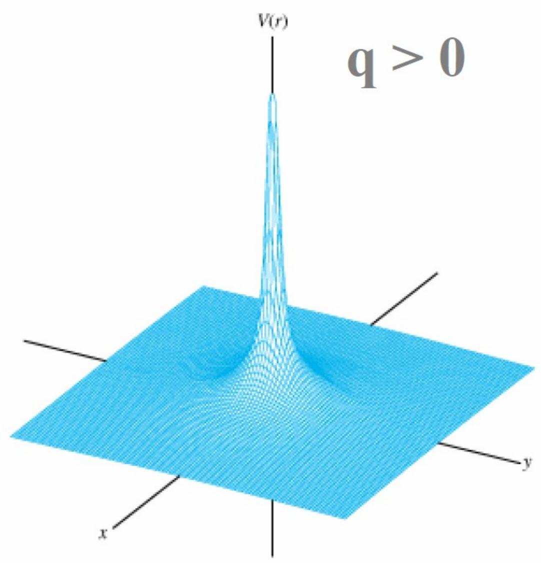
Consideriamo ora una **carica puntiforme q** sorgente del **campo E**

$$E = -\frac{\partial V}{\partial r}$$

$$\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = -\frac{dV}{dr}$$

$$\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^\infty \frac{dr}{r^2} = -\int_V^0 dV \qquad V = 0 \; per \; r = \infty$$

$$V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r} \qquad V > o < 0 \; a \; seconda \; della \; carica$$



Il potenziale elettrostatico

Il potenziale **V** è **additivo**, pertanto se ho più cariche, ottengo

$$V = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_1} + \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_2} + \ldots + \frac{q_n}{4\pi\varepsilon_0 r_n} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{r_i}$$

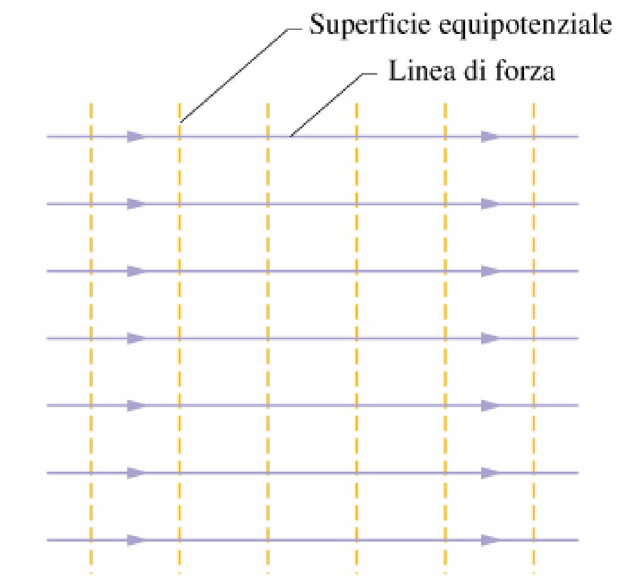
Da notare che il potenziale è una grandezza scalare di cui posso conoscere solo il modulo!!

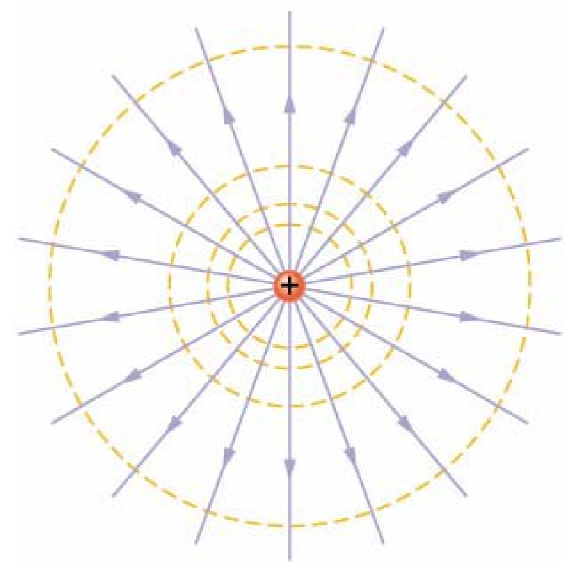
Le superfici equipotenziali

Le superfici per cui è V = costante sono superfici equipotenziali, E è sempre ⊥ ai punti di una superficie equipotenziale.

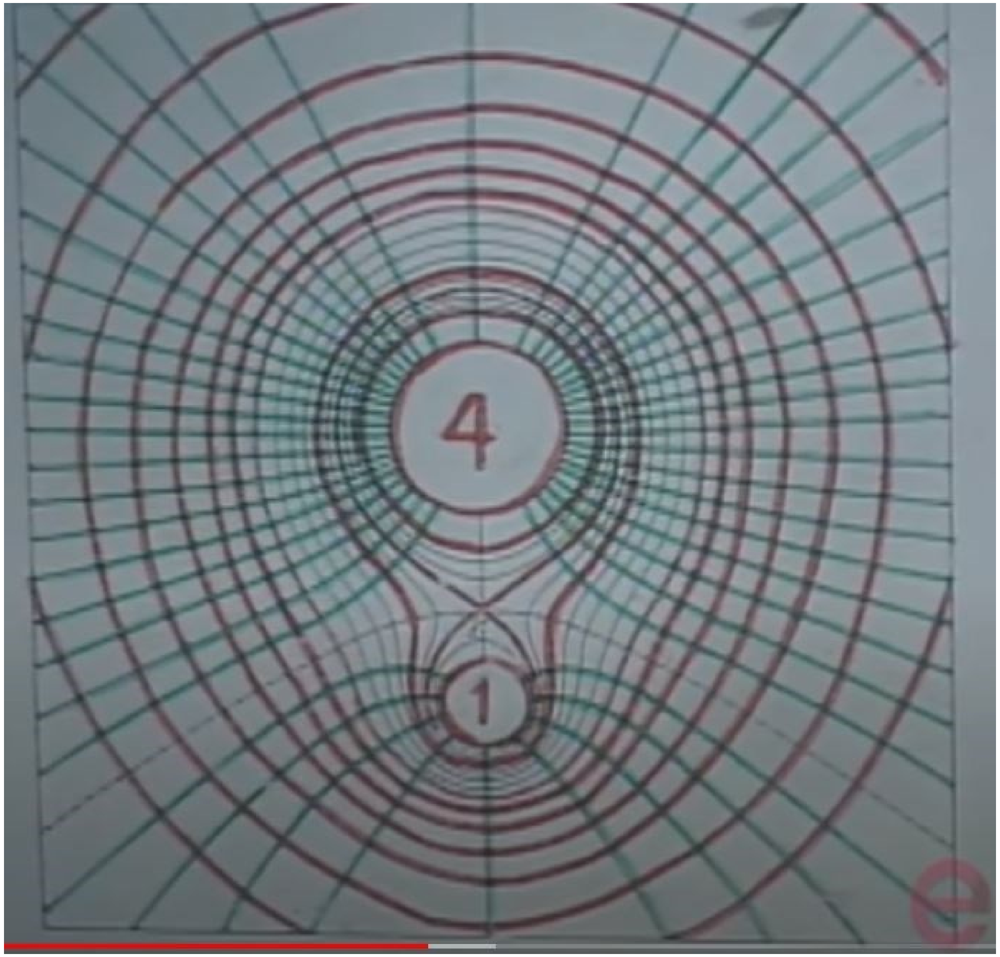
Il lavoro per muoversi su una superficie equipotenziale è nullo.

- Se E è uniforme, allora V = costante ⇒ x = costante ⇒ le superfici equipotenziali sono dei piani
- Se E è generato da una carica puntiforme ⇒ superfici equipotenziali sono delle sfere





Le superfici equipotenziali



Energia totale di una particella

Consideriamo ora **l'energia totale** di una particella di massa **m**e carica **q** in una zona in cui è presente un **campo elettrico E**

$$E_{TOT} = E_K + U = \frac{1}{2}mv^2 + qV$$

Dato che non ci sono forze dissipative, quando la particella si muove dalla posizione 1 alla 2 abbiamo, per il principio di conservazione dell'energia:

$$E_{TOT}(1) = E_{TOT}(2)$$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + qV_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + qV_2$$

$$\Delta E_{K_{12}} = W_{1\to2} = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 \quad W_{1\to2} = q(V_1 - V_2)$$

$$\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = q(V_1 - V_2)$$

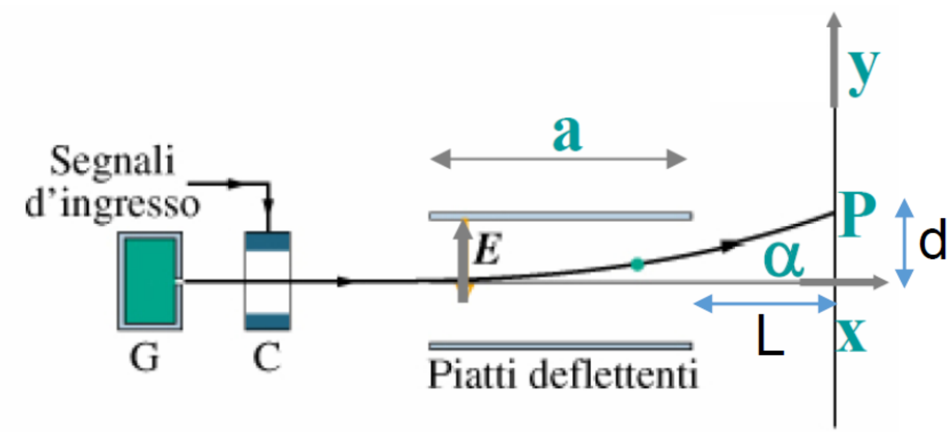
q > 0 : E_K aumenta spostandosi verso V inferiori

q < 0 : E_K aumenta spostandosi verso V superiori

Moto di una carica nel campo elettrico

Università degli Studi di Padova

Una particella entra in una regione dello spazio in cui c'è campo elettrico con velocità v_0 diretta orizzontalmente, la velocità iniziale è ortogonale al campo E, come in figura.
Indichiamo con v la velocità della particella in uscita dal campo elettrico, α l'angolo di deflessione della stessa rispetto all'asse delle x, d la distanza dall'asse delle x del punto P in cui la particella colpisce lo schermo e a la lunghezza della regione dove il campo E è presente. Determinare le relazioni tra queste grandezze



Trascurando la forza di gravità abbiamo solo la forza elettrostatica che agisce sulla carica lungo y.

$$F = qE = ma \Rightarrow a = \frac{q}{m}E$$

Il rapporto tra q ed m determina l'accelerazione cui è sottoposta la particella di carica q e massa m; il campo elettrico E è uniforme, l'accelerazione a risulta costante lungo y e nulla lungo x.

Il moto descritto dalla carica sarà di tipo parabolico:

$$x = v_0 t \quad y = \frac{1}{2}\left(\frac{q}{m}\right)Et^2 \Rightarrow y = \frac{1}{2}\left(\frac{q}{m}\right)\left(\frac{E}{v_0^2}\right)x^2$$

detto $\frac{dy}{dx} \Rightarrow$ angolo di deflessione α (per x = a)

$$tg\alpha = \left(\frac{dy}{dx}\right)_{x=a} = \frac{q}{m}\frac{E}{v_0^2}a$$

Se la deviazione dall'orizzontale all'uscita dai piatti deflettenti è piccola, ovvero se lo schermo è sufficientemente lontano, possiamo scrivere

$$tg\alpha = \frac{d}{L} \Rightarrow \frac{qEa}{mv_0^2} \cong \frac{d}{L}$$

I tubi a raggi catodici e gli oscilloscopi sono basati su queste proprietà

Energia potenziale elettrostatica

Analizziamo ora l'energia potenziale associata ad un sistema di più cariche. Fino a qui abbiamo parlato di U solo per una carica q che si trova in un campo elettrico E generato da altre cariche, ora ci chiediamo invece qual è l'energia potenziale del sistema di cariche che genera il campo.
Costruiamo il nostro sistema di cariche, prendendo ciascuna carica e portandola dall'infinito alla sua posizione finale, (le cariche sono in quiete sia all'infinito che nella posizione finale f).

$$-\Delta U = -\left(U_f - U_\infty\right) = W_{\infty \to f}$$

Il sistema più semplice è quello costituito da due cariche q_1 e q_2.
Prendiamo la carica q_1 e la portiamo dall'infinito alla sua posizione finale f_1 , per fare questo non variamo alcuna energia potenziale in quanto non abbiamo ancora un campo elettrico e quindi non facciamo lavoro.

Energia potenziale elettrostatica

Prendiamo ora la carica q_2 che si trova in quiete all'infinito e la portiamo alla posizione finale f_2 situata ad una distanza r da q_1 . Abbiamo bisogno di applicare una forza F = -q_2 E che compia il lavoro L necessario a costruire il sistema, al termine del processo il sistema ha ricevuto energia (il lavoro fatto) e l'ha immagazzinata sotto forma di energia potenziale.

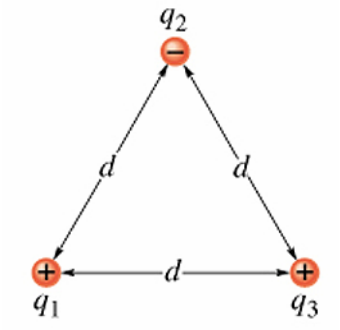
$$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r} = q_2 V$$

L'energia potenziale elettrostatica così calcolata non dipende d all'ordine con cui vengono considerate le cariche, ma solo dalle interazioni fra le coppie di cariche, interazioni che vanno considerate una volta sola per coppia.

$$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i<j}\frac{q_i q_j}{r_{ij}}$$

Esempio

Vogliamo determinare l'energia potenziale elettrostatica del sistema di cariche rappresentato in figura (d = 12 cm, q_1 = +q, q_2 = -4q, q_3 = +2q, q = 150 nC).



Sappiamo già che per posizionare la carica q_1 non dobbiamo compiere alcun lavoro, quindi portiamo la carica q_2 a distanza d da q_1

$$W_{12} = U_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{d}$$

Prendiamo ora q3 e la portiamo a distanza d sia da q1 che da q2, per fare ciò dobbiamo compiere due lavori in quanto abbiamo due campi, quello generato da q1 e quello generato da q2 , pertanto

$$W = W_{13} + W_{23} = U_{13} + U_{23} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_3}{d} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2 q_3}{d}$$

L'energia potenziale elettrostatica del sistema così costruito sarà la somma delle energie elettrostatiche accumulate nel sistema durante la sua costruzione

$$U = U_{12} + U_{13} + U_{23} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{d} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_3}{d} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2 q_3}{d}$$

$$U = \frac{10q^2}{4\pi\varepsilon_0 d} = -17\ mJ$$

L'energia potenziale elettrostatica negativa indica che il sistema si rompe solo se dall'esterno gli si fornisce un'energia pari a 17 mJ, si dice anche che il sistema è legato.