

CORSO DI TECNICA DELLE COSTRUZIONI

IL CALCESTRUZZO ARMATO: Il comportamento a taglio – SLU per taglio

Prof. Carlo Pellegrino

Dipartimento di Ingegneria Civile, Edile e Ambientale ICEA,
Università degli Studi di Padova



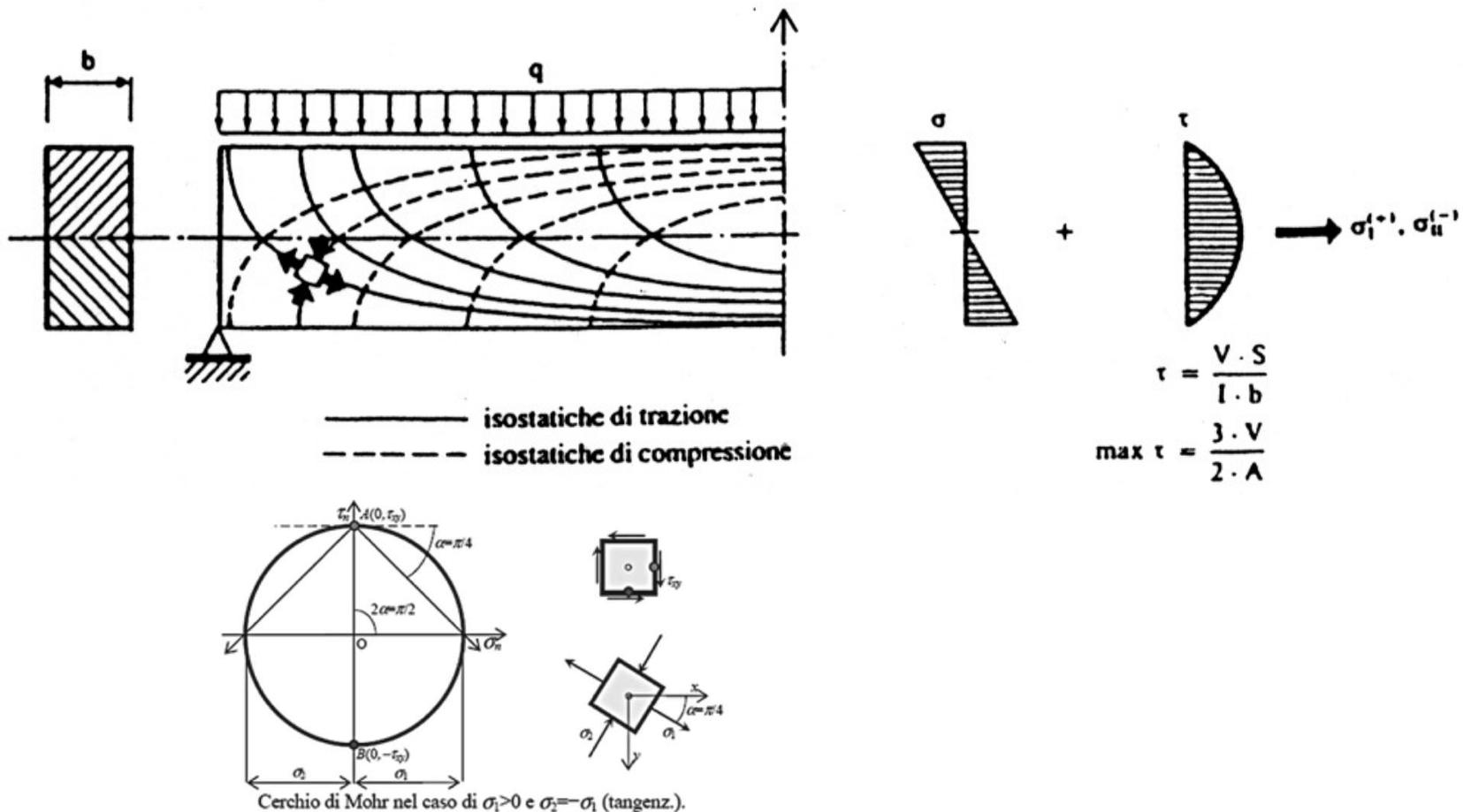
UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI PADOVA



IL CALCESTRUZZO ARMATO – Il comportamento sperimentale a taglio

Stato I: fase non fessurata

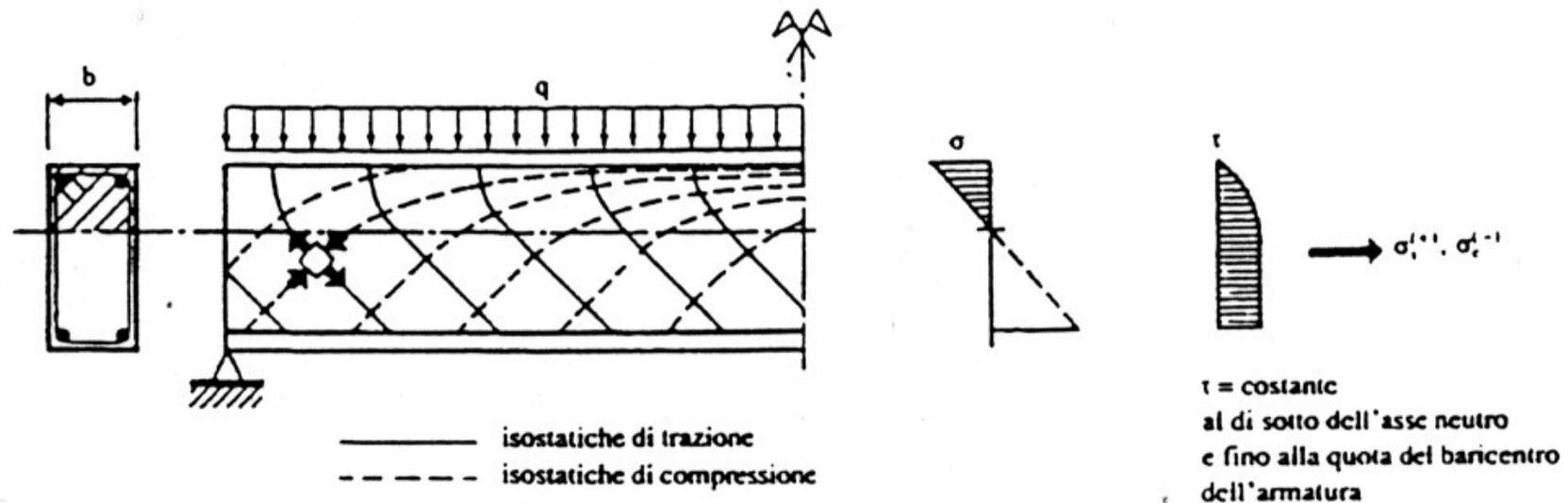
si forma un sistema di tensioni principali oblique di trazione e di compressione che, all'altezza dell'asse neutro, sono inclinate di 45° e 135° rispetto all'asse della trave.



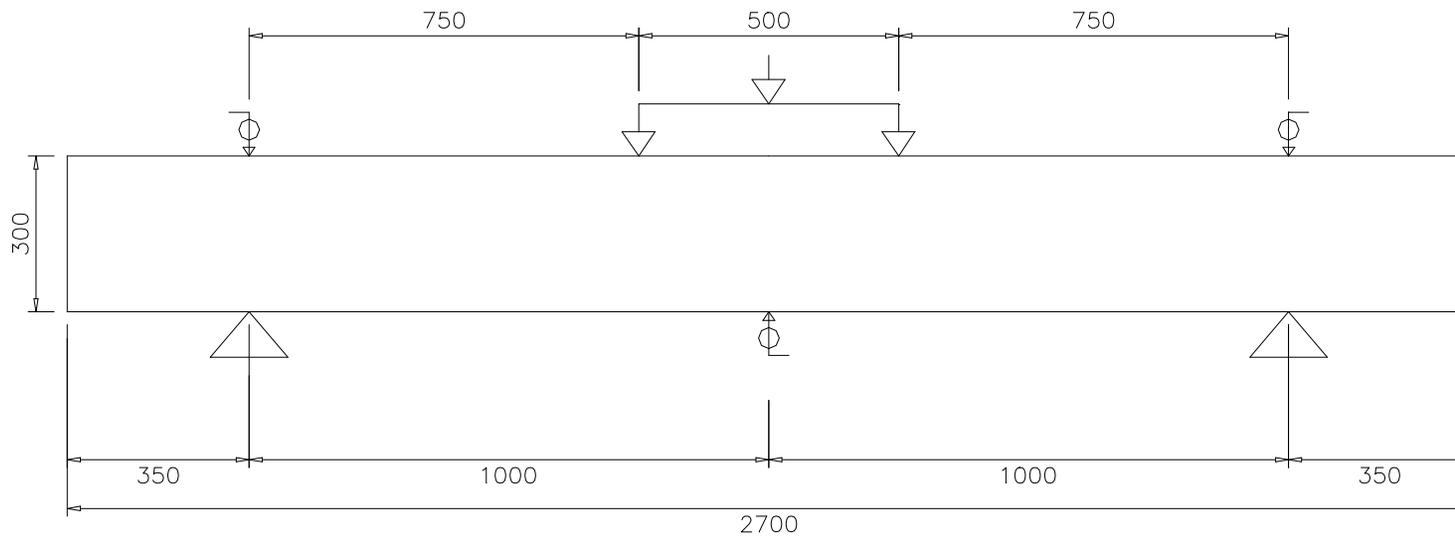
IL CALCESTRUZZO ARMATO – Il comportamento sperimentale a taglio

Stato II: fase fessurata

Superamento della resistenza a trazione del calcestruzzo → fessure da taglio (diagonali).
 Tale limite di resistenza si raggiunge nei tratti terminali (dove prevale la componente di taglio);
 le fessure partono dal bordo inferiore e si estendono con traiettoria inclinata.
 Ridistribuzione delle tensioni (taglio trasmesso attraverso vari e complessi fenomeni).

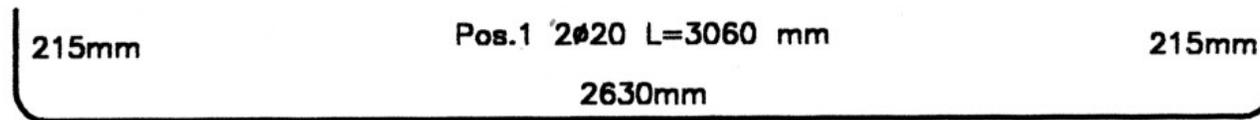
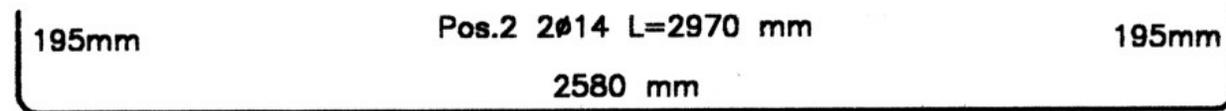
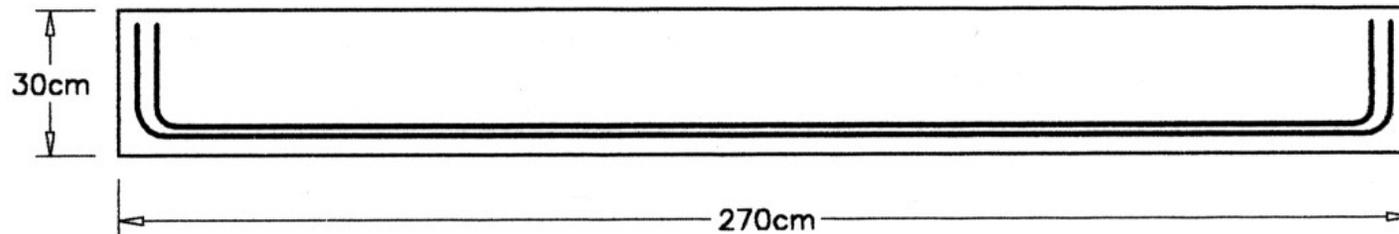


IL CALCESTRUZZO ARMATO – Il comportamento sperimentale a taglio

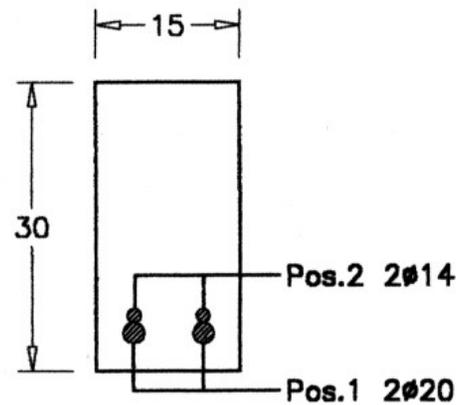


Sperimentazione - Schema statico

IL CALCESTRUZZO ARMATO – Il comportamento sperimentale a taglio



Sezione trasversale
scala 1:10



Armatura trave C1

IL CALCESTRUZZO ARMATO – Il comportamento sperimentale a taglio

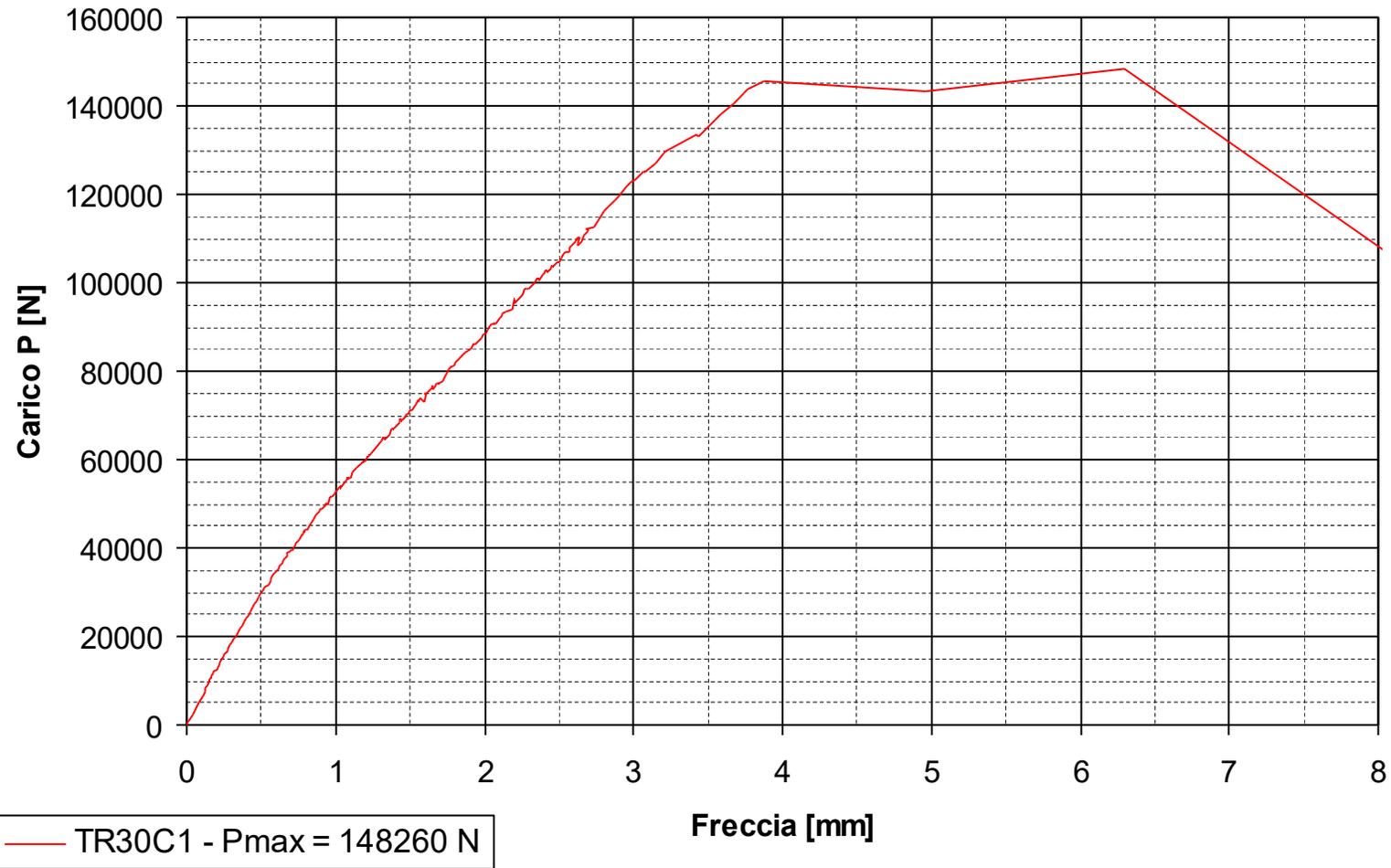
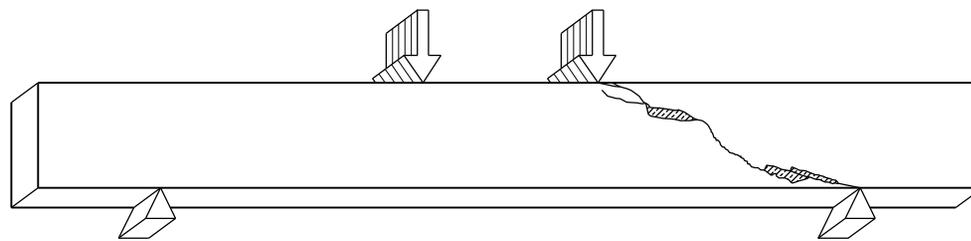
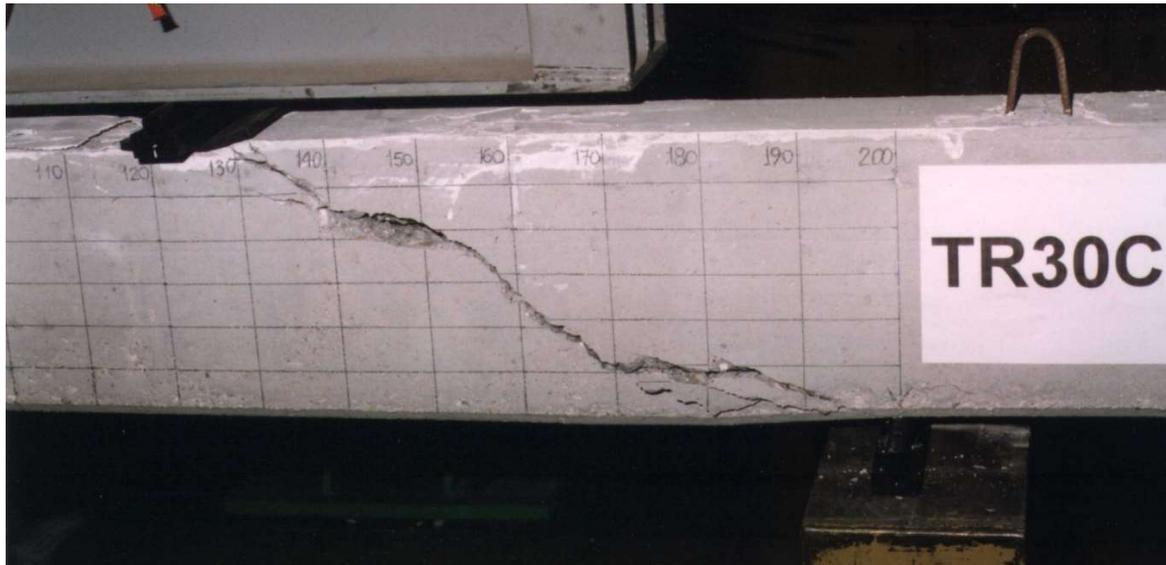


Diagramma carico spostamento trave C1

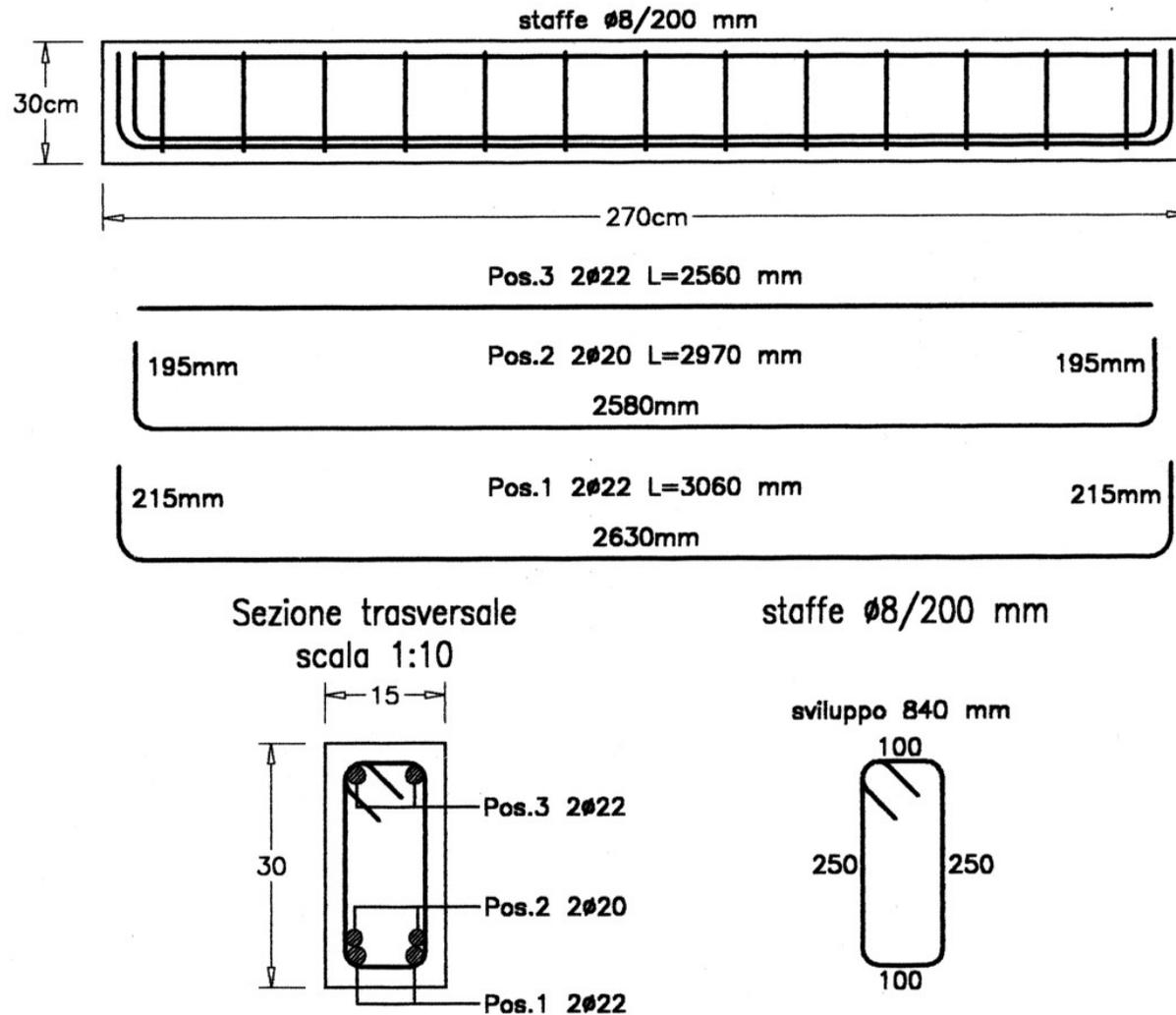
IL CALCESTRUZZO ARMATO – Il comportamento sperimentale a taglio



 distacco del copriferro

Quadro fessurativo trave C1

IL CALCESTRUZZO ARMATO – Il comportamento sperimentale a taglio



Armatra trave D1

IL CALCESTRUZZO ARMATO – Il comportamento sperimentale a taglio

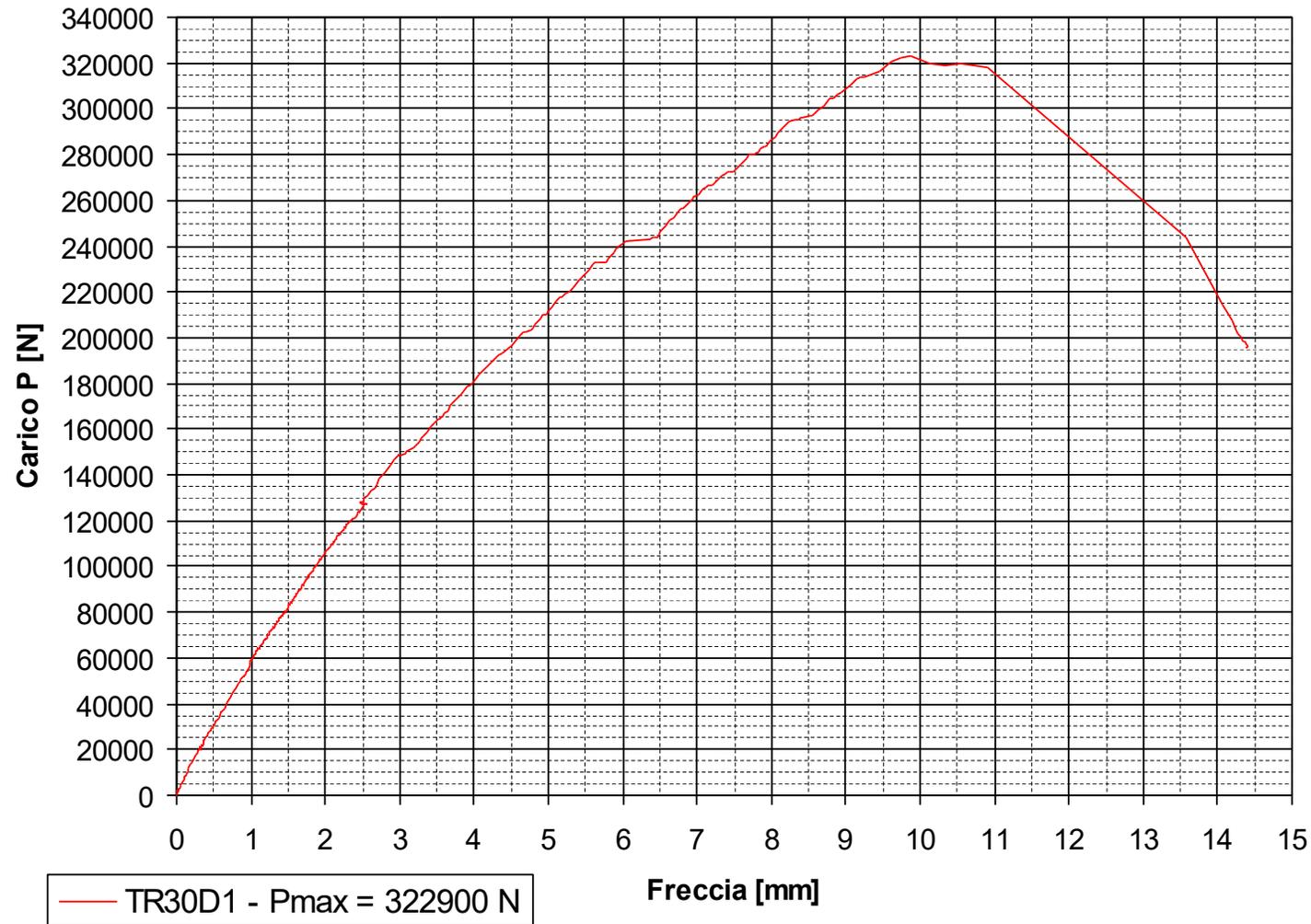
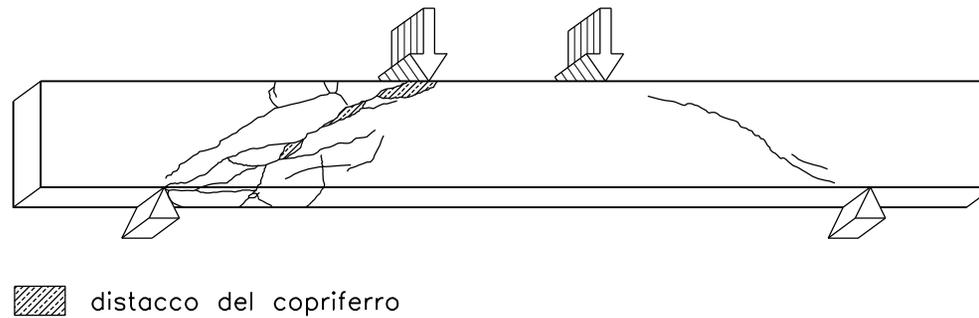


Diagramma carico spostamento trave D1

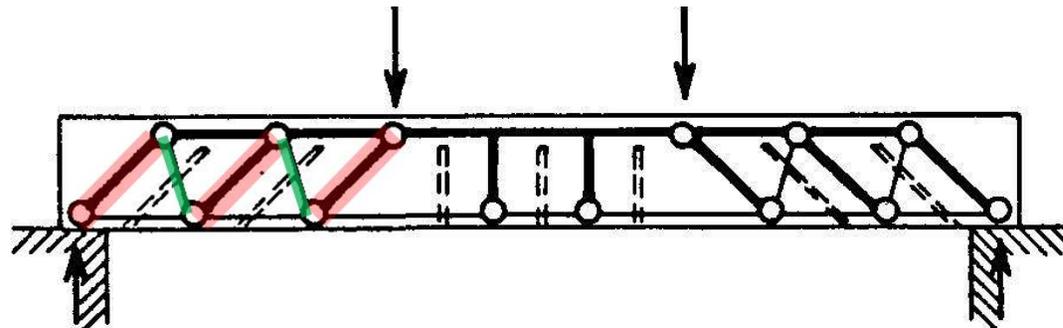
IL CALCESTRUZZO ARMATO – Il comportamento sperimentale a taglio



Quadro fessurativo trave D1

IL CALCESTRUZZO ARMATO – Il comportamento a taglio

MECCANISMI RESISTENTI PER TAGLIO



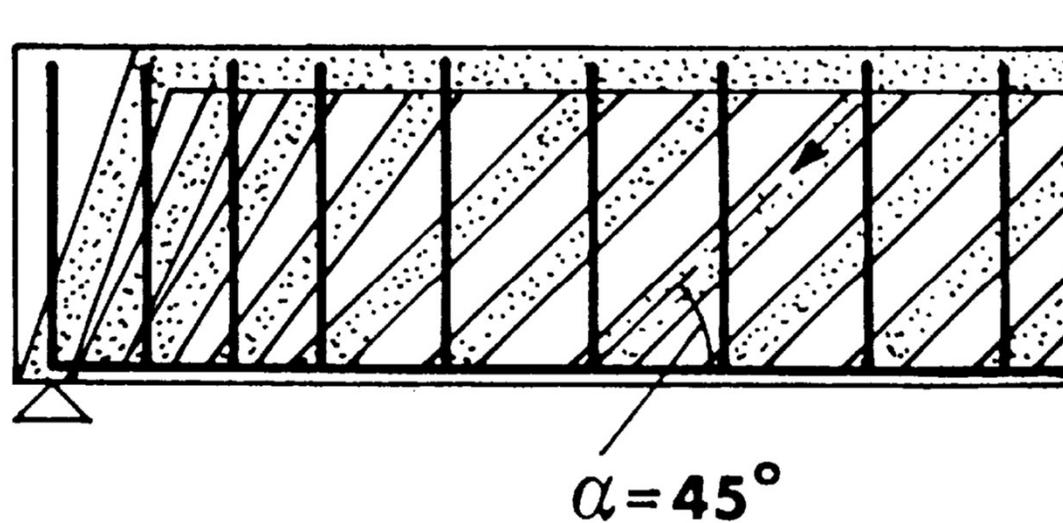
Traliccio di Ritter-Morsch

Il modello a traliccio, proposto nel 1902 da Ritter-Mörsch, considera aste inclinate incernierate ai nodi con correnti paralleli. In particolare le bielle (compresse) di conglomerato sono ipotizzate inclinate a 45° .

Osservazione: in assenza di bielle tese (ovvero staffe o ferri piegati) il traliccio sarebbe labile e quindi la resistenza a taglio nulla. Si è invece osservato sperimentalmente che la resistenza a taglio di travi prive di armatura trasversale non è nulla.

IL CALCESTRUZZO ARMATO – Il comportamento a taglio

MECCANISMI RESISTENTI PER TAGLIO



Traliccio di Ritter-Morsch modificato

Il modello modificato si considera un inclinazione variabile delle bielle compresse.

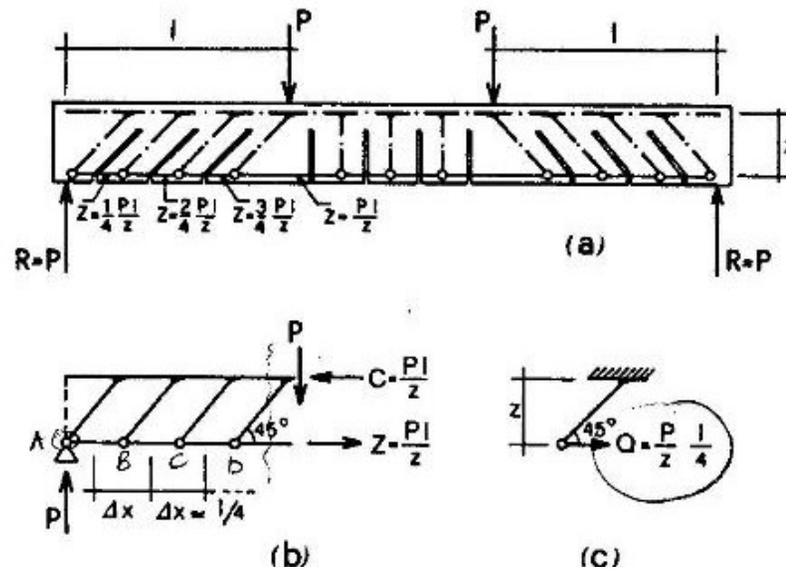
IL CALCESTRUZZO ARMATO – Il comportamento a taglio

MECCANISMI RESISTENTI PER TAGLIO

Meccanismi Secondari

Effetto pettine:

Nelle travi senza armatura a taglio in fase fessurata si hanno, tra le fessure oblique, le bielle di calcestruzzo si comportano come una mensola incastrata sul corrente compresso (e non incernierata come previsto dal modello di Ritter-Mörsch) e soggetta nel bordo inferiore ad uno sforzo di scorrimento (incremento dello sforzo di trazione nell'armatura longitudinale dovuto alla variazione di momento), che produce una sollecitazione di presso-flessione e taglio.



IL CALCESTRUZZO ARMATO – Il comportamento a taglio

MECCANISMI RESISTENTI PER TAGLIO

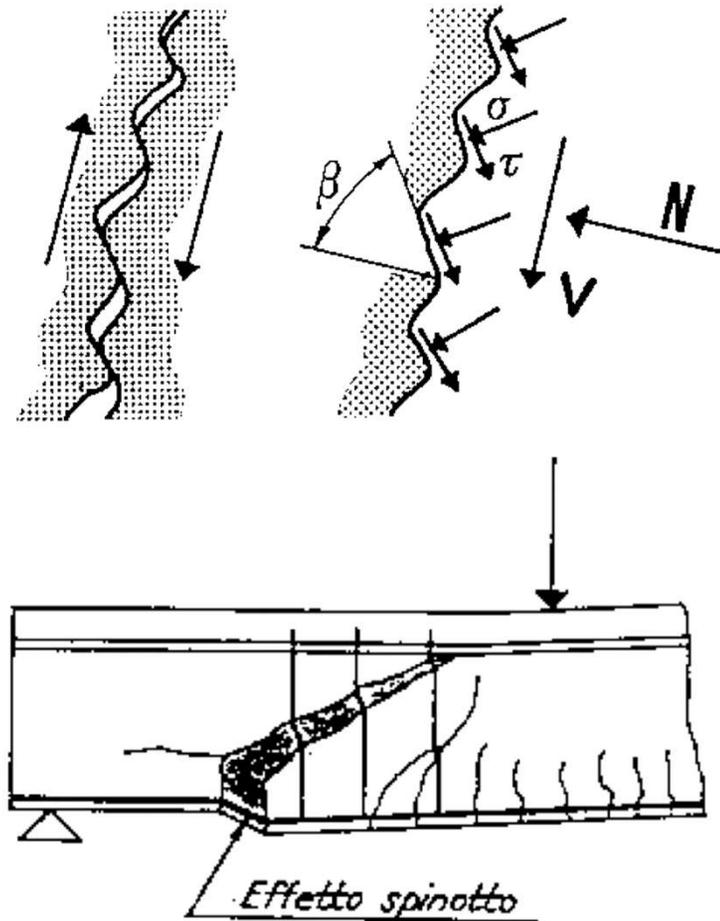
Meccanismi Secondari

Effetto ingranamento degli inerti (aggregate interlock):

Contributo resistente che tiene conto del fatto che le fessure presentano delle superfici molto irregolari e scabre, opponendosi allo scorrimento mutuo relativo, con una componente tangenziale. Tale effetto è trascurabile per travi alte e si annulla con l'aumentare dell'ampiezza delle fessure.

Effetto bietta o spinotto (dowel-action):

Contributo resistente offerto dalla rigidità flessionale dell'armatura longitudinale che attraversa la fessura, conseguente allo scorrimento delle facce della fessura, che nel caso di elevate quantità d'armatura longitudinale, può portare al distacco del copriferro in prossimità della fessura.



IL CALCESTRUZZO ARMATO – Il comportamento a taglio

MECCANISMI RESISTENTI PER TAGLIO

Altri Meccanismi Secondari

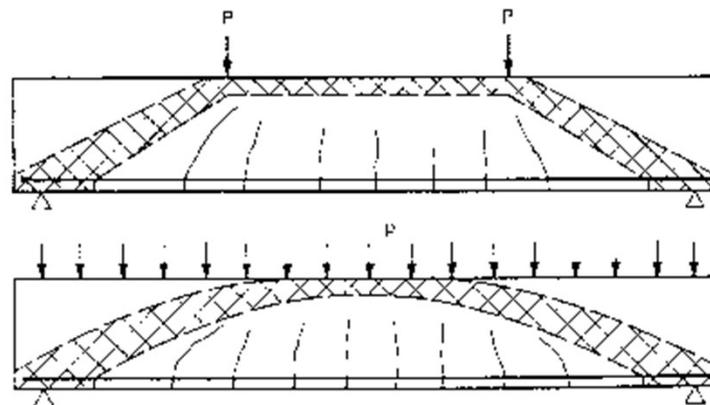
Effetto di tension stiffening nel corrente teso del calcestruzzo:

Contributo resistente che si aggiunge a quello dell'effetto biacca in quanto, nella zona tesa tra le fessure, l'armatura longitudinale è avvolta in gran parte da calcestruzzo ancora integro che sviluppa un'azione irrigidente non trascurabile soprattutto per zone tese molto estese.

Effetto arco:

Nel caso di carichi vicini all'appoggio, o travi alte il carico può essere trasmesso agli appoggi attraverso un comportamento ad arco.

In realtà questo non è un effettivo meccanismo di taglio, nel senso che non trasmette azioni tangenziali da una sezione all'altra, però il suo effetto riduce il contributo degli altri elementi resistenti.



IL CALCESTRUZZO ARMATO – Il comportamento a taglio

MECCANISMI RESISTENTI PER TAGLIO

Parametri che influenzano il comportamento a taglio

I principali parametri che influenzano il quadro fessurativo ed il comportamento a rottura sono i seguenti:

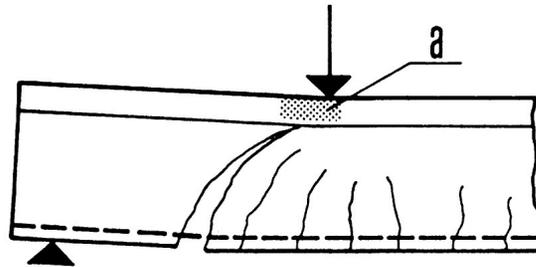
1. il rapporto luce di taglio-altezza utile (a/d);
2. la forma della sezione;
3. la percentuale di armatura longitudinale tesa;
4. la percentuale ed il tipo di armatura trasversale;
5. le caratteristiche meccaniche dei materiali;
6. le caratteristiche dell'aderenza acciaio-calcestruzzo.

IL CALCESTRUZZO ARMATO – Il comportamento a taglio

TIPI PRINCIPALI DI ROTTURA PER TAGLIO

Rottura per taglio-trazione:

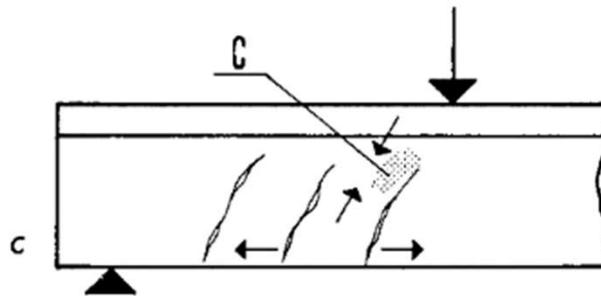
In prossimità dell'appoggio si sviluppano fessure diagonali in direzione delle isostatiche di compressione in direzione del carico, riducendo la zona presso-inflessa fino ad arrivare ad una rottura improvvisa (fragile). Nel caso di presenza di armatura si genera lo snervamento della stessa.



Rottura della biella tesa

Rottura taglio-compressione:

Tra le fessure a taglio inclinate le diagonali compresse cedono di colpo per il raggiungimento della resistenza a compressione del calcestruzzo prima dello snervamento dell'armatura d'anima. Tale rottura determina il limite superiore della capacità portante a taglio della trave, funzione quindi della resistenza a compressione del calcestruzzo.

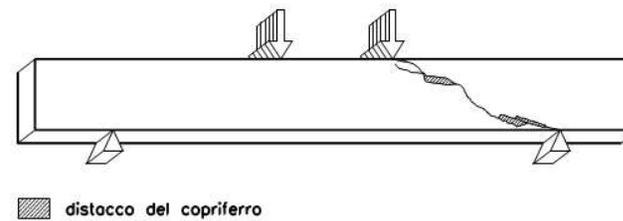
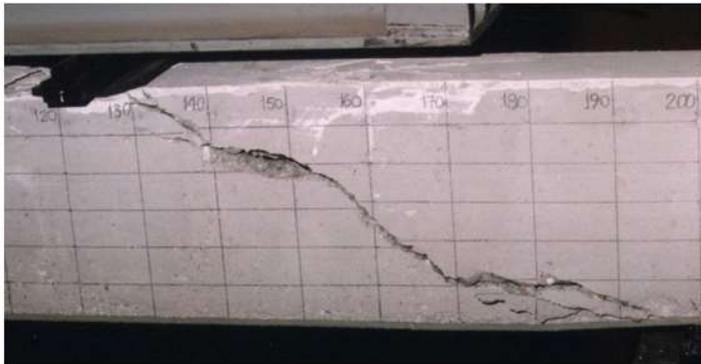


Rottura della biella compressa

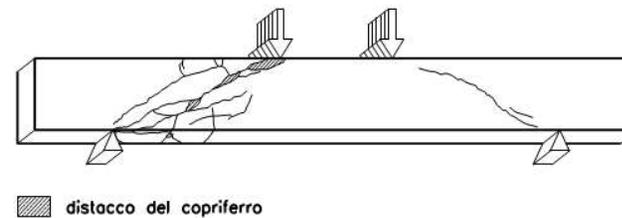
IL CALCESTRUZZO ARMATO – Il comportamento a taglio

MECCANISMI RESISTENTI PER TAGLIO

Modalità di rottura per taglio trazione (trave non armata a taglio)



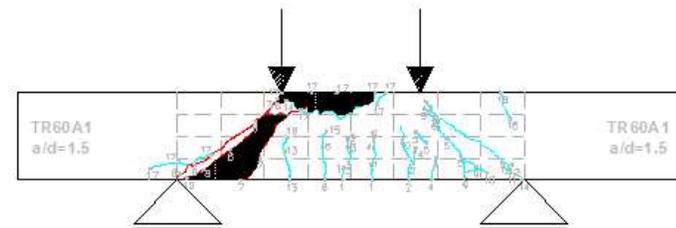
Modalità di rottura per taglio trazione (trave armata a taglio)



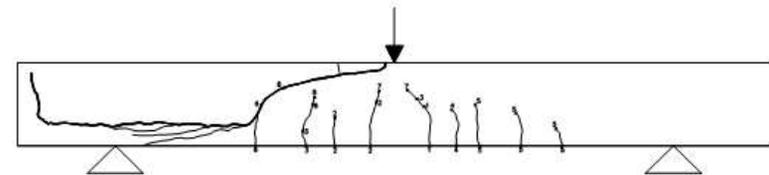
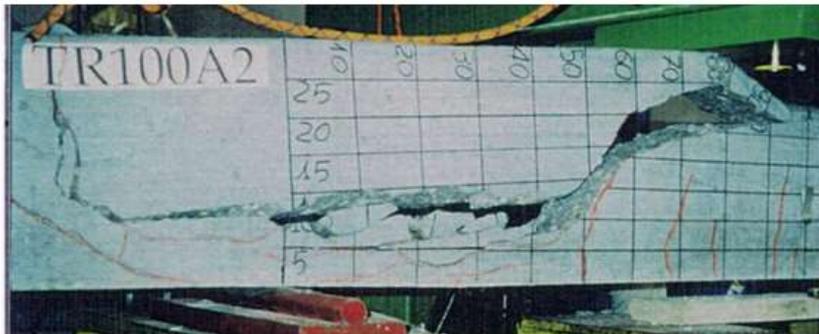
IL CALCESTRUZZO ARMATO – Il comportamento a taglio

MECCANISMI RESISTENTI PER TAGLIO

Modalità di rottura per taglio compressione



Modalità di rottura per cedimento dell'ancoraggio



IL CALCESTRUZZO ARMATO – Il comportamento a taglio

VERIFICA A TAGLIO (SLU)

Elementi che non richiedono armatura a taglio

$$V_{Ed} \leq V_{Rdc}$$

Capacità portante a taglio del solo calcestruzzo:

$$V_{Rdc} = \max\{ [0.18 k (100 \rho_1 f_{ck})^{1/3} / \gamma_c + 0.15 \sigma_{cp}] b_w d \quad ; \quad [v_{\min} + 0.15 \sigma_{cp}] b_w d \}$$

con

f_{ck} resistenza cilindrica a compressione caratteristica in MPa

γ_c = fattore di sicurezza parziale per il calcestruzzo (assunto 1.5)

v_{\min} = $0.035 k^{3/2} f_{ck}^{1/2}$

k = $1 + (200/d)^{1/2} \leq 2.0$ con d in millimetri

Dove:

d = altezza utile della sezione

ρ_1 = $A_{sl} / (b_w d) \leq 0.02$ rapporto d'armatura corrispondente a A_{sl}

A_{sl} = area dell'armatura longitudinale tesa

σ_{cp} = N_{Ed} / A_c tensione media nel calcestruzzo dovuta alla forza assiale ($\leq 0.2 f_{cd}$)

N_{Ed} = forza di compressione nel calcestruzzo in direzione longitudinale

A_c = area di calcestruzzo

b_w = larghezza minima della sezione considerata

IL CALCESTRUZZO ARMATO – Il comportamento a taglio

VERIFICA A TAGLIO (SLU)

(Elementi che non richiedono armatura a taglio)

$$V_{Rd} = \max\{ [0.18 k (100 \rho_l f_{ck})^{1/3} / \gamma_c + 0.15 \sigma_{cp}] b_w d \quad ; \quad [v_{min} + 0.15 \sigma_{cp}] b_w d \}$$

$$0.18 / \gamma_c$$

Effetto pettine

$$(100 \rho_l f_{ck})^{1/3}$$

Effetto bietta

$$k = 1 + (200/d)^{1/2} \leq 2.0$$

Effetto ingranamento degli inerti

$$0.15 \sigma_{cp}$$

Contributo dovuto allo sforzo normale di compressione

IL CALCESTRUZZO ARMATO – Il comportamento a taglio

VERIFICA A TAGLIO (SLU)

Elementi che richiedono armatura a taglio

Per tali elementi si ha: V_{Ed} (taglio di calcolo agente) $\geq V_{Rdc}$

-> E' necessaria specifica armatura a taglio (armatura trasversale).

In tal caso la resistenza a taglio è data dal minore tra V_{Rdmax} e V_{Rds}

$$V_{Ed} \leq V_{Rdmax}$$

$$V_{Ed} \leq V_{Rds}$$

dove:

V_{Ed} = taglio di calcolo dovuto ai carichi esterni

V_{Rdmax} = contributo legato alla **resistenza delle bielle di calcestruzzo compresso**

V_{Rds} = contributo legato alla **resistenza delle bielle tese (armatura a taglio)**

IL CALCESTRUZZO ARMATO – Il comportamento a taglio

VERIFICA A TAGLIO (SLU)

Elementi che richiedono armatura a taglio

$$V_{Rds} = 0.9 d (A_{sw}/s) f_{yd} (\cot \theta + \cot \alpha) \operatorname{sen} \alpha$$

$$V_{Rdmax} = 0.9 d b_w \alpha_c v f_{cd} (\cot \theta + \cot \alpha) / (1 + \cot^2 \theta)$$

con:

A_{sw} = area dell'armatura trasversale

s = passo delle staffe

α = angolo di inclinazione dell'armatura trasversale

$v f_{cd}$ = resistenza di progetto a compressione ridotta del calcestruzzo d'anima ($v = 0.5$)

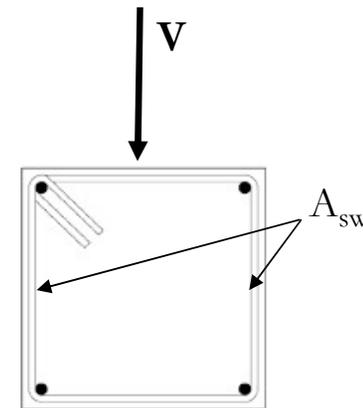
α_c = coefficiente amplificativo pari a

1	per $\sigma_{cp} = 0$
$1 + \sigma_{cp} / f_{cd}$	per $0 \leq \sigma_{cp} \leq 0.25 f_{cd}$
1.25	per $0.25 f_{cd} \leq \sigma_{cp} \leq 0.5 f_{cd}$
$2.25 (1 - \sigma_{cp} / f_{cd})$	per $0.5 f_{cd} < \sigma_{cp} < f_{cd}$

θ = angolo di inclinazione delle fessure o delle bielle compresse

tale per cui: $1 \leq \cot \theta \leq 2.5$

ovvero: $21.8 \leq \theta \leq 45^\circ$



IL CALCESTRUZZO ARMATO – Il comportamento a taglio

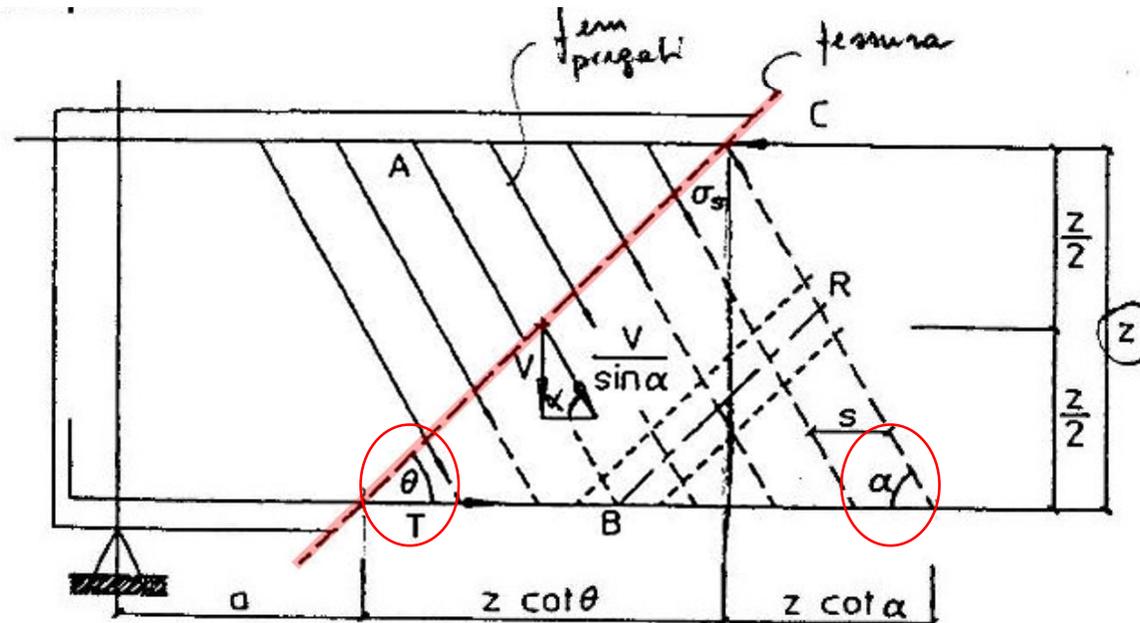
VERIFICA A TAGLIO (SLU)

Elementi che richiedono armatura a taglio

In generale con una fessura a taglio inclinata di θ attraversata da armature trasversali aventi area A_{sw} , inclinazione α , tensione σ_s e passo s , indicando con V lo sforzo di taglio e con z il braccio delle forze interne, **l'equilibrio alla traslazione nella direzione delle armature trasversali** si scrive:

$$V/\sin\alpha = n \sigma_s A_{sw}$$

$n =$ numero di armature che attraversano la fessura



IL CALCESTRUZZO ARMATO – Il comportamento a taglio

VERIFICA A TAGLIO (SLU)

Elementi che richiedono armatura a taglio

$$V/\sin\alpha = n \sigma_s A_{sw} \quad n = \text{numero di armature che attraversano la fessura}$$

Per determinare il numero di armature che attraversano la fessura si può scrivere che:

$$n s = z \cot \theta + z \cot \alpha \quad \Rightarrow \quad n = (z \cot \theta + z \cot \alpha)/s$$

quindi:

$$V = [z (\cot \theta + \cot \alpha) \sigma_s A_{sw} \sin \alpha] / s \quad (*)$$

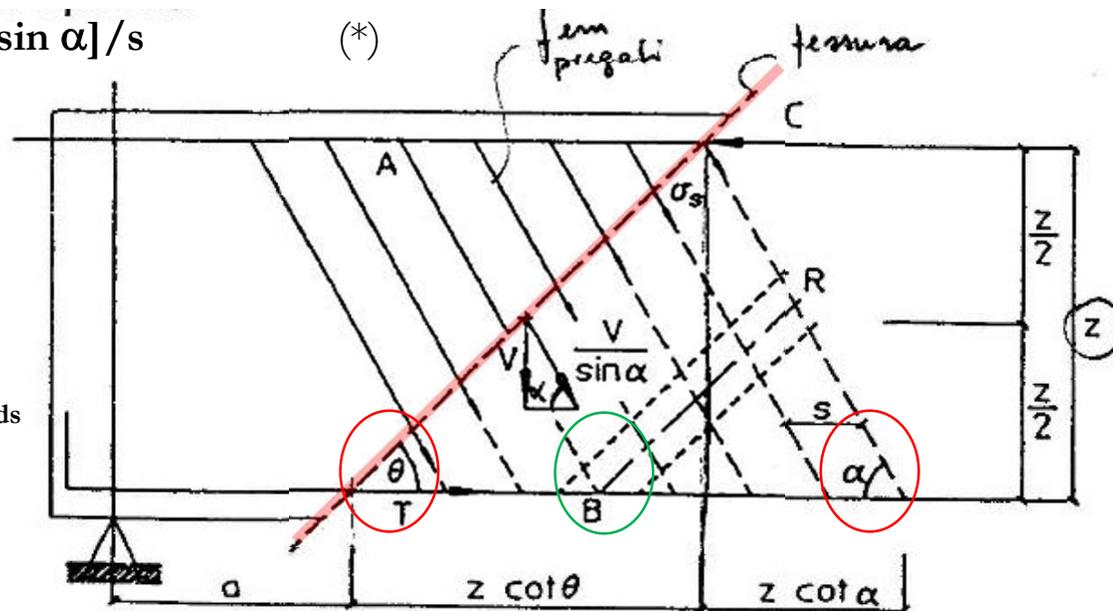
Se si pone allo SLU:

$$z = 0.9 d$$

$$\sigma_s = f_{yd}$$

si ottiene l'espressione di V_{Rds}

$$V_{Rds} = 0.9 d (A_{sw}/s) f_{yd} (\cot \theta + \cot \alpha) \sin \alpha$$



IL CALCESTRUZZO ARMATO – Il comportamento a taglio

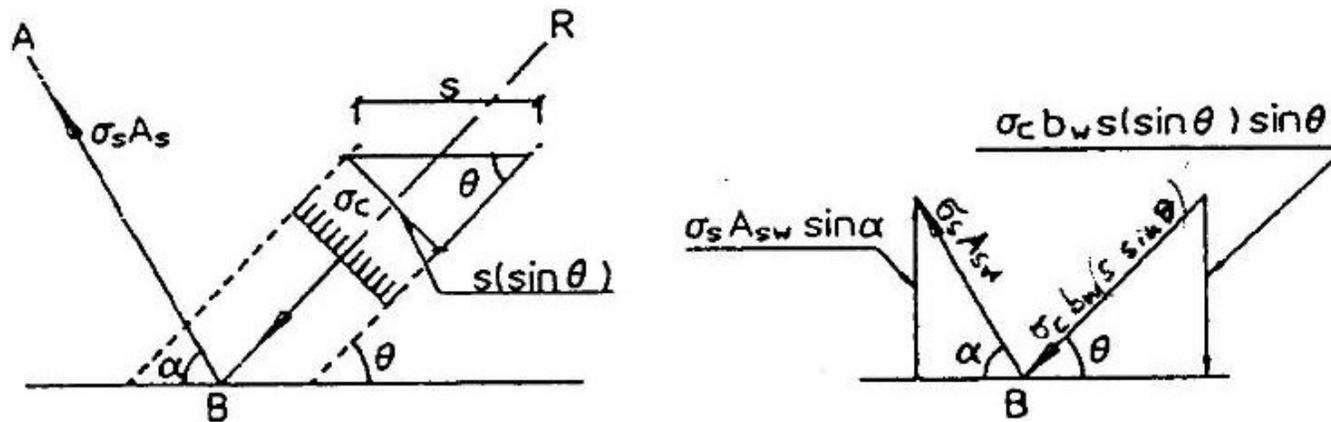
VERIFICA A TAGLIO (SLU)

Elementi che richiedono armatura a taglio

Secondo la Figura che segue, la biella compressa RB corrisponde alla biella tesa AB spiccante dal corrente teso.

La componente verticale della biella tesa AB deve equilibrare la componente verticale della risultante delle tensioni σ_c su RB. Si ha pertanto:

$$\sigma_s A_{sw} \sin \alpha = (\sigma_c b_w s \sin \theta) \sin \theta \quad (\bullet)$$



Particolare nodo B

IL CALCESTRUZZO ARMATO – Il comportamento a taglio

VERIFICA A TAGLIO (SLU)

Elementi che richiedono armatura a taglio

Ricordando l'espressione ottenuta in precedenza per il taglio portato dalle staffe (*):

$$V = [z (\cot \theta + \cot \alpha) \sigma_s A_{sw} \sin \alpha] / s$$

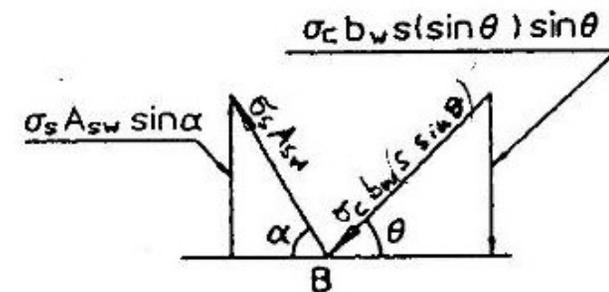
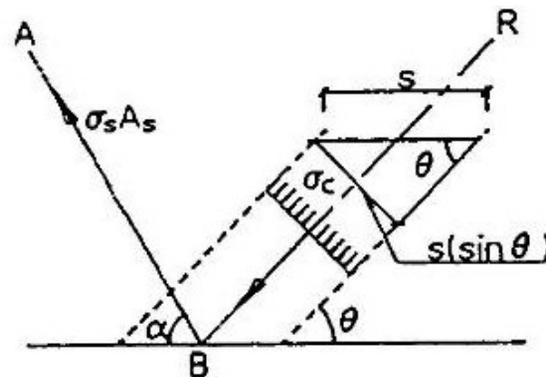
e sostituendo la (•) $\sigma_s A_{sw} \sin \alpha = (\sigma_c b_w s \sin \theta) \sin \theta$ si ha:

$$V = [z (\cot \theta + \cot \alpha) (\sigma_c b_w s \sin \theta) \sin \theta] / s = \sigma_c b_w z (\cot \theta + \cot \alpha) \sin^2 \theta = \\ = \sigma_c b_w z (\cot \theta + \cot \alpha) / (1 + \cot^2 \theta)$$

Se si pone allo SLU:

$$z = 0.9 d$$

$$\sigma_c = \alpha_c \nu f_{cd}$$



si ottiene l'espressione di V_{Rdmax}

Particolare nodo B

$$V_{Rdmax} = 0.9 d b_w \alpha_c \nu f_{cd} (\cot \theta + \cot \alpha) / (1 + \cot^2 \theta)$$

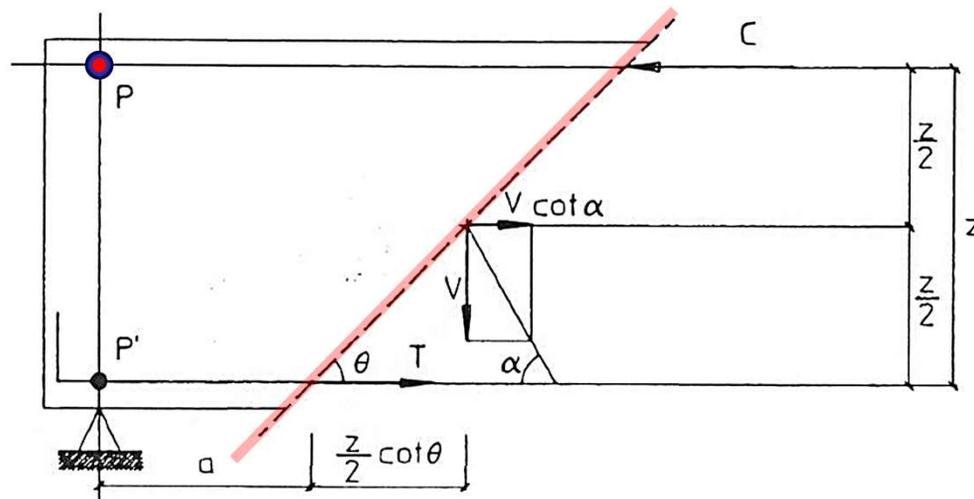
IL CALCESTRUZZO ARMATO – Il comportamento a taglio

VERIFICA A TAGLIO (SLU)

Traslazione del diagramma del momento flettente – sforzo di trazione aggiuntivo

Se le fessure fossero verticali, nella sezione a distanza «a» dall'appoggio la forza di trazione T nell'armatura longitudinale tesa sarebbe:

$$T = (V a) / z = |M| / z$$



C= risultante di compressione

T= risultante di trazione

V= taglio - componente verticale della risultante

$V \cot \alpha$ = componente orizzontale della risultante

$$z \approx 0.9 d$$

Poiché le fessure sono inclinate di un angolo θ la forza T può essere calcolata imponendo l'equilibrio alla rotazione attorno al punto P del concio di trave a sinistra della fessura assumendo che la distribuzione di tensione sulle armature sia uniforme:

$$T z - V (a + z/2 \cot \theta) + V \cot \alpha z/2 = 0$$

