

UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI PADOVA

La forza di Coulomb e il campo elettrostatico

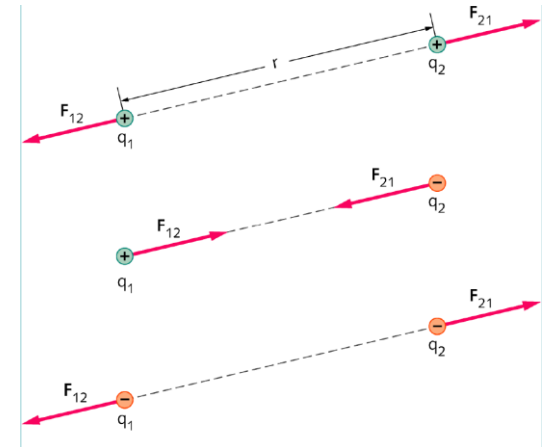
La forza di Coulomb



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI PADOVA

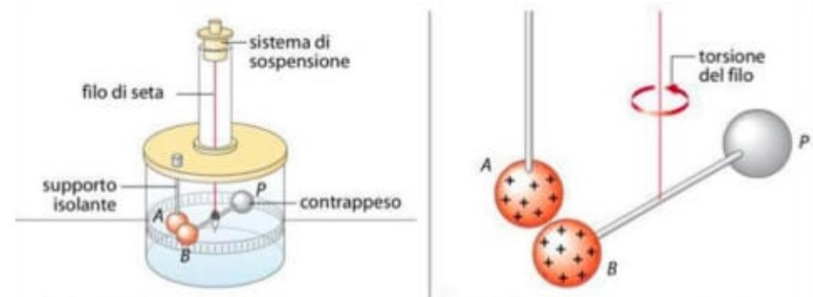
Abbiamo quindi compreso che l'interazione tra le cariche dipende dal loro tipo, cariche opposte si attraggono mentre cariche uguali si respingono.

Così come le masse dei corpi sono responsabili dell'attrazione gravitazionale le cariche sono responsabili dell'interazione elettrica.



Alla fine del 1700 Coulomb, servendosi di una bilancia di torsione, formulò la legge che ci permette di determinare la forza elettrostatica tra due corpi carichi.

$$\vec{F} = k \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \hat{r}_{12}$$



La forza di Coulomb



L'unità di misura della carica elettrica è il Coulomb [C] ed è definita come la carica trasportata da una corrente di 1 Ampere in un secondo.

Vedremo che l'entità delle cariche elettriche in natura è molto inferiore, lavoreremo sempre con sottomultipli di questa grandezza.

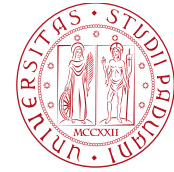
La costante $k = 8.9875 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$, viene normalmente approssimata con il valore

$k = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$, può anche essere espressa come: $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$

dove ϵ_0 rappresenta la costante dielettrica del vuoto ed è pari a $8.8542 \cdot 10^{-12} \text{ Nm}^2/\text{C}^2$

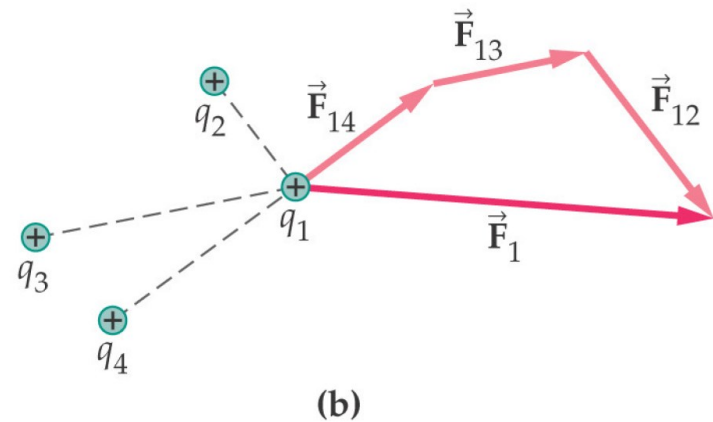
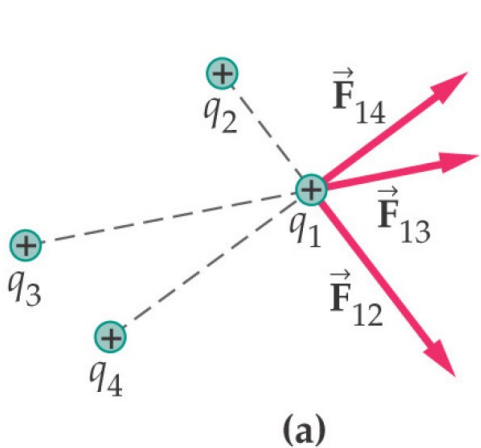
Si nota che il valore della costante k è molto maggiore del valore della costante di gravitazione universale, per questo motivo l'interazione gravitazionale viene trascurata in sistemi dove è presente interazione elettrica.

Il campo elettrostatico

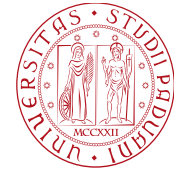


La carica elettrica che è responsabile della forza di Coulomb è la sorgente del Campo Elettrostatico (analogamente alla massa che è sorgente di un campo Gravitazionale).

L'effetto di più cariche elettriche è additivo e vale il principio di sovrapposizione, la Forza totale generata da un insieme di cariche è data dalla somma delle forze generate da ogni carica.



Il campo elettrostatico

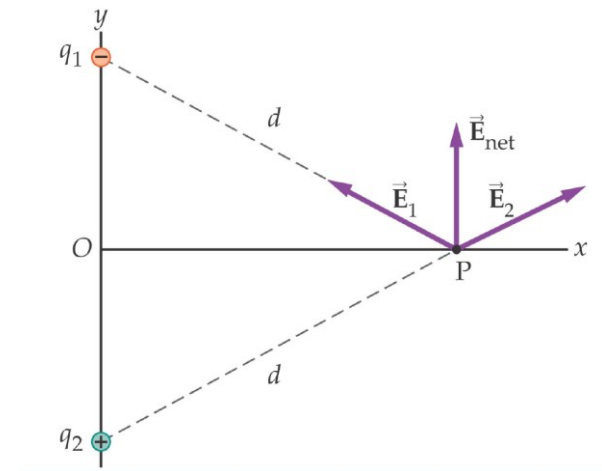


Data una distribuzione di cariche viene generato un campo elettrostatico \vec{E} che è definito come il rapporto tra la forza esercitata dalla distribuzione di cariche su di una carica di prova q_0 e il valore della carica q_0 .

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} \quad \text{l'unità di misura è N/C}$$

Il campo elettrostatico è un vettore che ha la stessa direzione e verso della forza di Coulomb, anche per il campo vale il principio di sovrapposizione.

Data una distribuzione di cariche elettriche il campo elettrico risultante è dato dalla somma dei contributi relativi ad ogni singola carica.



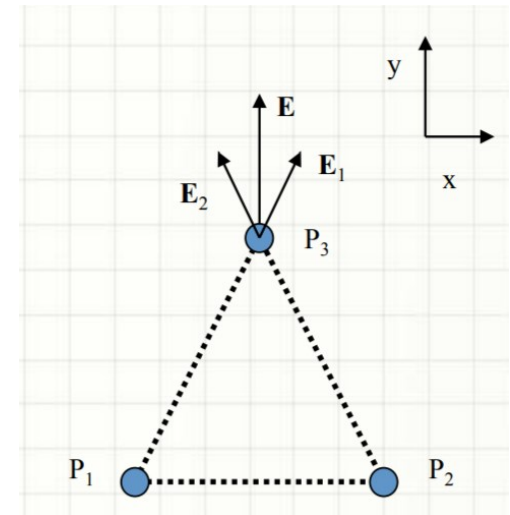
Esempio di calcolo del campo elettrostatico

Tre cariche positive eguali $q_1=q_2=q_3=q$ sono fisse nei vertici di un triangolo equilatero di lato l . Calcolare la forza elettrica agente su ognuna delle cariche e il campo elettrostatico nel centro del triangolo.

Calcoliamo il campo E in P_3 somma del campo prodotto da q_1 e q_2 :

$$E_1 = E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{l^2} \quad \longrightarrow$$

$$E = E_{1y} + E_{2y} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2q \cos 30}{l^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q\sqrt{3}}{l^2}$$



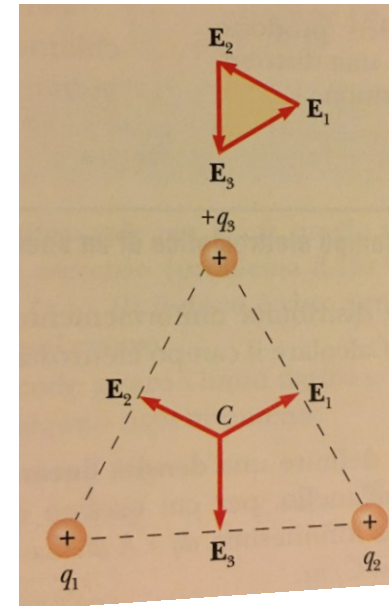
La forza che agisce su q_3 sarà quindi:

$$\vec{F} = q_3 \vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2 \sqrt{3}}{l^2} \vec{u}_y$$

Analogamente si ragiona per le cariche q_1 e q_2 .

Nel centro C , equidistante dai vertici, i moduli dei campi generati dalle tre cariche sono uguali.

La somma dei tre vettori è nulla, quindi il campo elettrico nel centro del triangolo è nullo.





Esercizio 1

Due cariche positive $q_1 = 30 \mu\text{C}$ e $q_2 = 10 \mu\text{C}$ sono disposte lungo l'asse x . La carica q_1 si trova nella posizione $x_1 = 2 \text{ m}$, mentre la carica q_2 si trova nell'origine, $x_2 = 0$.

Determinare dove deve essere posta una carica negativa q_3 , anch'essa sull'asse x , affinché la forza risultante esercitata su di essa per effetto delle altre due cariche sia nulla.

Dire come cambierebbe la risposta se la carica q_3 fosse anch'essa positiva.





Le forze tra le due coppie di cariche sono:

$$F_{13} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_3}{(2-x)^2}$$

$$F_{23} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2 q_3}{x^2}$$

Le due forze sono attrattive, il loro segno dipende dalla posizione della carica q_3 quindi ne consideriamo i moduli.

La posizione di equilibrio corrisponde alla condizione $F_{13} = F_{23}$.

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_3}{(2-x)^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2 q_3}{x^2} \quad \longrightarrow \quad q_1 x^2 = q_2 (2-x)^2$$



$$(q_2 - q_1)x^2 - 4q_2x + 4q_2 = 0$$

Risolvendo l'equazione si ottengono due soluzioni

$$X_3 = -2.73 \text{ m}$$

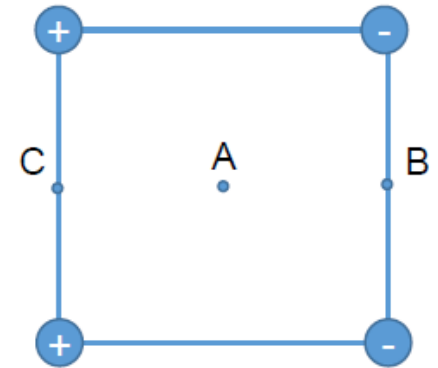
$$X_3 = 0.732 \text{ m}$$

Scegliamo la soluzione positiva

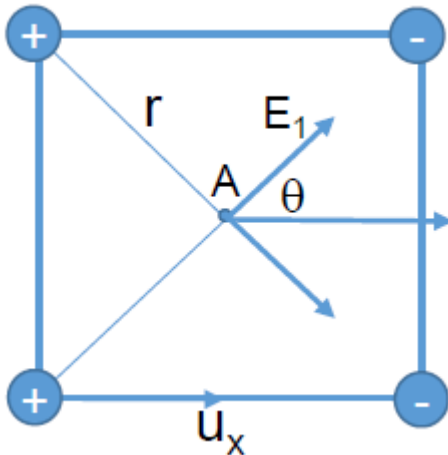
Se la carica q_3 fosse positiva cambierebbe il verso di entrambe le forze, che sarebbero repulsive, ma il risultato non cambierebbe: quello che conta è che il **campo elettrico nel punto considerato sia nullo**.

Esercizio 2

Quattro cariche uguali in modulo ($q = 1 \times 10^{-9} \text{ C}$), due positive e due negative, si trovano ai vertici di un quadrato di lato $a = 10 \text{ cm}$. Calcolare il campo elettrico prodotto nei tre punti A, B e C contrassegnati in figura.



Cominciamo a calcolare il campo elettrico nel punto A:



$$E_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$$

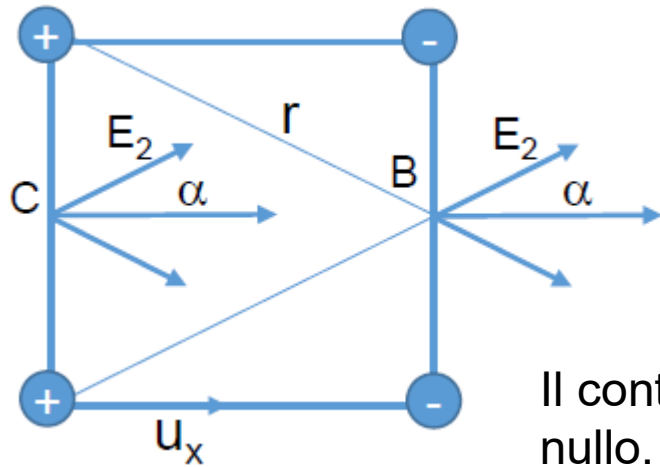
Questo contributo è in modulo uguale per le 4 cariche

$$\mathbf{E}_A = 4E_1 \cos\theta \mathbf{u}_x$$

$$r = a/\sqrt{2}$$

$$\cos\theta = a/2r = 1/\sqrt{2}$$

$$E_A = \frac{\sqrt{2}}{\pi\epsilon_0} \frac{q}{a^2} = 5.087 \times 10^3 \text{ V/m}$$



$$E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$$

Il contributo delle due cariche negative nel punto B è nullo.

Il contributo delle due cariche nel punto C è nullo.

$$\mathbf{E}_B = \mathbf{E}_C = 2E_2 \cos\alpha \mathbf{u}_x$$

dove

$$r = \sqrt{5} \cdot a/2$$

$$\cos\alpha = a/r = 2/\sqrt{5}$$



$$\mathbf{E}_{B,C} = \frac{4}{5\sqrt{5}\pi\epsilon_0} \frac{q}{a^2} = 1.287 \times 10^3 \text{ V/m}$$
