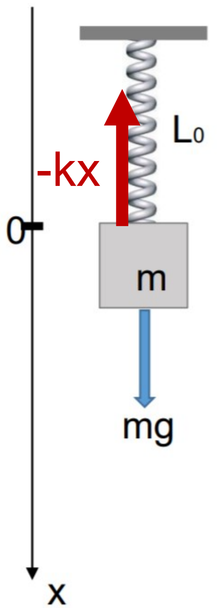
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

Lavoro e conservazione dell'energia meccanica in presenza di forze non conservative

Esercizio 1

Una molla ideale è appesa ad un estremo in posizione verticale. All’estremo libero è agganciato un blocco di massa m=10kg. All’equilibrio l’allungamento della molla è di 9.8 cm. Calcolare la costante elastica k della molla.

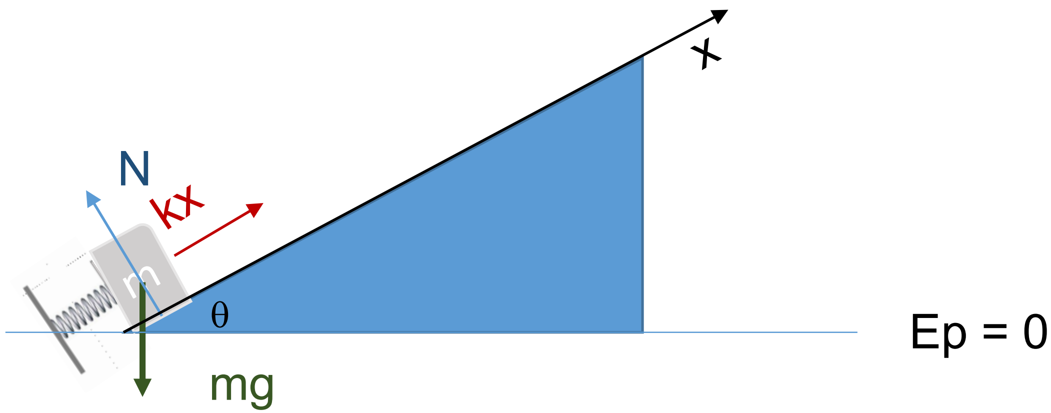


$-kx + mg = 0$ all’equilibrio per la massa m

$k = mg / x = 1000$ N/m

La stessa molla viene posta alla base di un piano inclinato di un angolo di 20° e privo di attrito. Un corpo di massa m è appoggiato alla molla e viene tenuto fermo comprimendola di 10 cm. Il corpo viene poi lasciato libero di muoversi lungo il piano inclinato partendo da fermo. Calcolare la distanza massima *l* percorsa dal corpo prima di invertire il moto.

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA



L'energia meccanica si conserva perché forza elastica e forza peso sono conservative e la reazione vincolare N non compie lavoro.

$$E_{M0} = E_{MF}$$

$$\frac{1}{2} k\, x^2 = mgh_{max} = mgl\ sen\ \theta$$

Sostituendo i valori numerici otteniamo che : $l = \frac{1}{2} \frac{kx^2}{mgsen\theta}$ = 74.6 cm

Lavoro della forza di attrito

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

$$W = \int_A^B -\mu_d N \vec{u}_v \cdot d\vec{s} = -\mu_d N \int_A^B ds = -\mu_d N s_{AB}$$

(s_{AB} è la lunghezza della traiettoria AB)

Nel caso dell'attrito, il lavoro dipende dal percorso, dalla sua lunghezza in questo caso

NON ESISTE UNA E_P PER LA FORZA DI ATTRITO

$W = \Delta E_K$ VALE SEMPRE

$W = -\Delta E_P$ VALE SOLO PER ALCUNE FORZE

Forze NON conservative

Università degli Studi di Padova

Sono forze il cui lavoro dipende dal percorso.

Se il lavoro è sempre negativo, si parla di forze dissipative (ad esempio: attrito)

$$\Delta E_k = W = W_{NC} + W_C = W_{NC} - \Delta E_p$$

$$W_{NC} = \Delta E_k + \Delta E_p = \Delta E_m$$

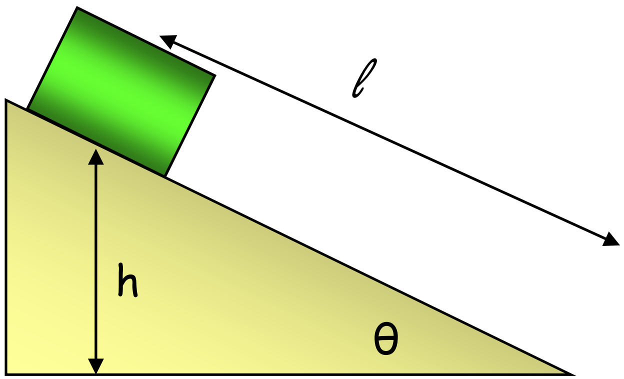
Il lavoro delle forze non conservative è uguale alla variazione dell'energia meccanica

In presenza di forze dissipative, l'energia meccanica diminuisce

Forze NON conservative

https://phet.colorado.edu/sims/html/energy-skate-park-basics/latest/energy-skate-park-basics_it.html

Un corpo parte da un'altezza h con v_0=0, calcolare con che velocità arriva in fondo al piano inclinato (nell'ipotesi in cui tg $\theta > \mu_s$).



Il lavoro della forza d'attrito è:

$$W_{NC} = \Delta E_m = (E_{kf} + E_{pf}) - (E_{ki} + E_{pi})$$

$$= (\frac{1}{2} m v_f^2 + 0) - (0 + mgh) = \frac{1}{2} m v_f^2 - mgh$$

$$W_{NC} = -\mu_d N \ell = -\mu_d mg \cos\theta \frac{h}{\sin\theta}$$

$$-\mu_d mg \frac{h}{tg\theta} = \frac{1}{2} m v_f^2 - mgh$$

$$mgh = \frac{1}{2} m v_f^2 + \mu_d mg \frac{h}{tg\theta}$$

Solo una parte dell'energia potenziale si trasforma in energia cinetica

$$v = \sqrt{2gh\left(1 - \frac{\mu_d}{tg\theta}\right)}$$

Esercizio 2

Università degli Studi di Padova

Un blocco di massa m= 5kg si muove su di un piano orizzontale scabro con μ_d = 0.2. Inizialmente il blocco ha una velocità v* = 6 m/s e si trova ad una distanza d=8m da una molla ideale di costante elastica k= 100 N/m. Calcolare la massima compressione della molla quando viene urtata dal blocco.

Come prima cosa dobbiamo calcolare con quale velocità il blocco raggiunge la molla. Possiamo scrivere che la variazione di energia cinetica del blocco dopo avere percorso la distanza d è uguale al lavoro della forza di attrito lungo lo stesso percorso.

$$-\mu_d\, mg\, d = \frac{1}{2}mv'^2 - \frac{1}{2}mv^{*2} \quad \Longrightarrow \quad v' = \sqrt{v^{*2} - 2\mu_d g\, d} = 2.15\, m/s$$

Esercizio 2

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

Dal momento che la massa urta la molla con velocità non nulla comincia a comprimerla fino ad arrestarsi. Durante la compressione la forza di attrito continua ad agire e la variazione di energia meccanica del sistema sarà uguale al lavoro della forza di attrito.

$$E_{MF} = \frac{1}{2} k\, \Delta x^2 \qquad E_{MI} = \frac{1}{2} m v'^2 \qquad L_{att} = -\,\mu_d m g \Delta x$$

Quindi possiamo scrivere che:

$$\frac{1}{2} k \Delta x^2 - \frac{1}{2} m v'^2 = -\,\mu_d m g \Delta x \quad \Longrightarrow \quad \Delta x = 0.39\ m$$