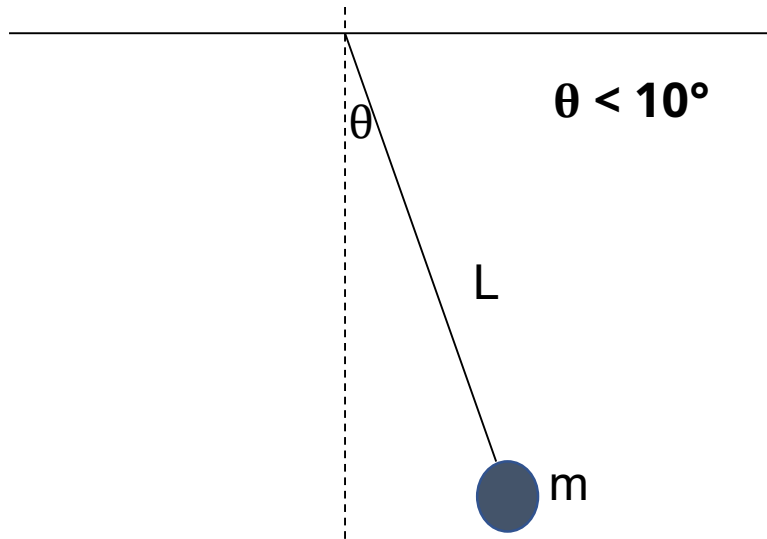




Stima dell'accelerazione di gravità con un pendolo semplice



Descrizione della misura



Per un pendolo semplice, sappiamo che il moto descritto dalla massa m è di tipo armonico e che, per piccoli angoli θ di inclinazione rispetto alla verticale, il periodo T dipende dalla lunghezza L del pendolo e dall'accelerazione di gravità g secondo la relazione:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$
$$g = 4\pi^2 \frac{L}{T^2}$$

esplicitando g abbiamo che :

Il nostro obiettivo sarà quindi costruire una versione credibile di pendolo semplice, misurarne lunghezza e periodo di oscillazione in modo da poter poi calcolare un valore di g .

Vedremo che per ottimizzare il risultato ci serviranno le misure del periodo T per diversi valori di L .

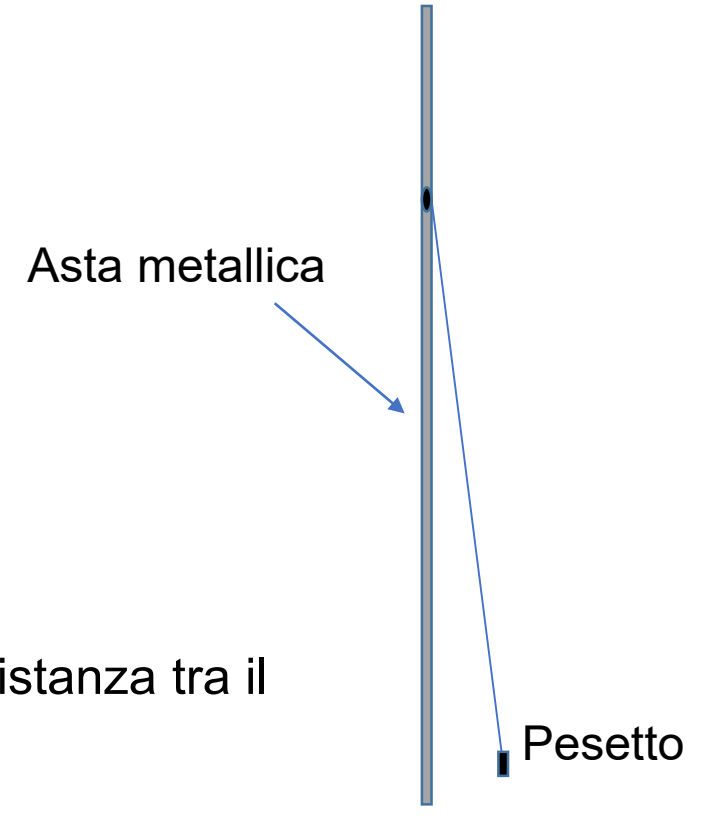
Costruzione del pendolo

Abbiamo bisogno di:

- un sostegno fisso privo di attrito
- un filo ideale (nel nostro caso un filo inestensibile di massa trascurabile rispetto al pesetto)
- un punto materiale (nel nostro caso un oggetto di forma simmetrica)

Ricordiamo che la lunghezza del pendolo costruito è data dalla distanza tra il punto di sospensione del filo e il **baricentro** del pesetto.

Misurare la lunghezza e usare come incertezza la sensibilità' dello strumento.



Misura del periodo (I)

Il periodo T di oscillazione del pendolo deve essere misurato con un cronometro, quello che trovate in laboratorio oppure quello del vostro smartphone.

I cronometri che avete a disposizione hanno una sensibilità di un centesimo di secondo ma siamo più che sicuri che i vostri riflessi non saranno altrettanto pronti...non vi resta che fare misure ripetute per valutare l'incertezza (nostri riflessi + errore casuale).

Il modo migliore di procedere è misurare 10 volte 20 oscillazioni complete (20T), in questo modo avrete la possibilità di stimare lo scarto quadratico medio su 20T e quindi sarà possibile ottenere una misura del periodo T di oscillazione con elevata accuratezza.

$$\sigma_{20T} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N - 1}}$$

dove x_i è la durata di 20 oscillazioni (indicato con 20T) e $N = 10$



$$\sigma_T = \frac{\sigma_{20T}}{20}$$



Indicazioni

- Assicurarsi di restare sempre nel regime di piccole oscillazioni
- Assicurarsi che il pendolo oscilli in un piano, e che questo piano non cambi visibilmente orientazione durante la misura delle 20 oscillazioni
- Assicurarsi che il punto di sospensione sia stabile
- Stimare con cura la lunghezza L del pendolo
- Prestare attenzione alle unità di misura utilizzate di volta in volta
- Non costruire pendoli di lunghezza inferiore a 1.2 m

Raccolta e analisi dati

Ogni gruppo ripeta 10 volte la misura di 20 periodi e riporti in tabella i seguenti valori:

Misura	20T (s)
1	
2	
...	
...	
10	

$$g = 4\pi^2 \frac{L}{T^2}$$

$$\frac{\sigma_g}{g} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_L}{L}\right)^2 + 4\left(\frac{\sigma_T}{T}\right)^2}$$

Date le 10 misure ripetute prodotte, calcolare il valore medio delle misure

$$\overline{20T}$$

Calcolare lo scarto quadratico medio delle misure effettuate

$$\sigma_{20T} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N - 1}}$$

Ricavare il periodo medio e l'errore da attribuire a questo

$$\overline{T} = \frac{\overline{20T}}{20}$$

$$\sigma_T = \frac{\sigma_{20T}}{20}$$



Calcolo di g

A partire dalle grandezze misurate e i relativi errori, procedere al calcolo di g , ricordando che:

$$g = 4\pi^2 \frac{L}{T^2}$$

E dalla propagazione degli errori su L e T , si ricava l'errore su g come:

$$\frac{\sigma_g}{g} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_L}{L}\right)^2 + 4\left(\frac{\sigma_T}{T}\right)^2}$$

Combinazione dei dati

Ogni gruppo riporti nel foglio condiviso disponibile al link

https://docs.google.com/spreadsheets/d/1KlIhjOS_UWtW8236M2ySc_PxoACWoSD8FvW4-3D1Csg/edit#gid=14793620

- il valore medio del periodo T
- l'incertezza sul valore medio di T
- la lunghezza L del pendolo realizzato (misurate tre volte e calcolate la media)
- l'incertezza sul valore di L (misura massima – misura minima) /2
- Il valore di g ottenuto
- L'errore sul valore di g

	Periodo medio	Incertezza su $\langle T \rangle$	Lunghezza del pendolo	Incertezza su L	Valore medio di g	Incertezza su $\langle g \rangle$
	$\langle T \rangle$ [s]	σ_T [s]	L [m]	σ_L [m]	$\langle g \rangle$ [m/s ²]	σ_g [m/s ²]
Gruppo 5	3,282	0,018	2,720	0,001	9,82	0,11
Gruppo 6	3,244	0,001	2,670	0,001	9,940	0,008
Gruppo 7	2,946	0,001	2,170	0,001	9,860	0,004



Stima di g con il metodo dei minimi quadrati

Dopo aver scaricato sul vostro dispositivo i dati dal foglio di calcolo realizziamo un grafico $T^2 = \frac{4\pi^2}{g} L$.

Osserviamo che possiamo riportare questa relazione alla retta $y = a + bx$, con $y = T^2$, $x = L$, $a = 0$ e $b = \frac{4\pi^2}{g}$

(vedi video *Pendolo_MinimiQuadrati.mp4*). **Utilizziamo quindi un foglio di calcolo per calcolare i parametri a e b e gli errori a loro associati e di conseguenza il valore di g con la sua incertezza.**

$$a = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 \sum_{i=1}^n y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n x_i y_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i\right)^2}$$

$$b = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i\right)^2}$$

$$\sigma_a^2 = \sigma_y^2 \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i\right)^2}$$

$$\sigma_b^2 = \sigma_y^2 \frac{n}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i\right)^2}$$

Nel nostro caso σ_y è il valore medio dell'incertezza sul quadrato del periodo.

