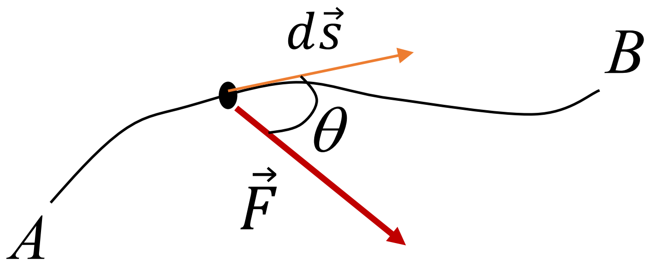
UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI PADOVA

Lavoro di una forza, Energia meccanica, leggi di conservazione

Il lavoro di una forza

Un corpo si sposta da A a B per effetto della forza esterna F



<u>Il lavoro è una grandezza scalare</u>

$$W > 0 \,,\, 0 \le \theta < \tfrac{\pi}{2} \qquad W < 0 \,,\, \tfrac{\pi}{2} < \theta < \pi \qquad W = 0 \,,\, \theta = \tfrac{\pi}{2}$$

$$W = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{s} = \int_A^B F \cos\theta \, ds = \int_A^B F_T ds$$

Lavoro della forza nello spostamento AB = integrale di linea della forza

$$W = \int_A^B \vec{R} \cdot d\vec{s} = \int_A^B \sum_i (\vec{F_i} \cdot d\vec{s}) = \sum_i \int_A^B \vec{F_i} \cdot d\vec{s} = \sum_i W_i$$

Se agiscono più forze, il lavoro è la somma dei singoli lavori oppure, il lavoro della forza risultante

Unità di misura: $[W] = \text{Joule} = \text{Nm} = \text{kg m}^2 / s^2$

Il teorema dell'Energia cinetica

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

Lavoro infinitesimo: $dW = \vec{F} \cdot d\vec{s} = F ds \cos\theta$

$$= F_T ds = m a_T ds = m \frac{dv}{dt} ds$$

$$= m \frac{ds}{dt} dv = m v dv$$

Lavoro finito: $W = \int dW = \int_{v_1}^{v_2} m v \, dv =$

$$= \tfrac{1}{2} m v_2^2 - \tfrac{1}{2} m v_1^2 = \Delta E_k$$

Energia cinetica: $\boxed{E_k = \tfrac{1}{2} m v^2}$

Il lavoro è uguale alla variazione di energia cinetica $W = \Delta E_k$

L’Energia cinetica

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

E’ una forma di energia legata al movimento

Come tutti i tipi di energia, sono rilevanti le sue variazioni (è definita a meno di una costante)

- Il lavoro motore ($W > 0$) → aumenta l’energia cinetica
- Il lavoro resistente ($W < 0$) → diminuisce l’energia cinetica
- Lavoro nullo ($W = 0$) → l’energia cinetica rimane costante

Il lavoro è nullo ($\Delta E_k = 0$) quando:

- non ci sono forze applicate
- ci sono forze ma la loro risultante e’ nulla
- ci sono forze ma la risultante e’ ortogonale alla traiettoria (ad esempio nel caso del moto circolare uniforme)

Esercizio (forza non costante)

Una forza F variabile secondo la relazione $\vec{F} = -\, k\|x^2\|\ \hat{x}$ (con k = costante) viene applicata ad un punto materiale e lo sposta lungo l'asse x dal punto x= 1m al punto x=2m. Calcolare il lavoro compiuto dalla forza.

In questo caso la forza **NON** è costante, applicando la definizione di lavoro abbiamo che:

$$L = \int_A^B \vec{F} \cdot \overrightarrow{dx} = \int_A^B -k\, x^2\, dx = -\int_1^2 kx^2\, dx = -\left[\frac{k\, x^3}{3}\right]_1^2$$

Sostituendo i valori del problema otteniamo:

$$L = -k\ \left[\frac{8}{3} - \frac{1}{3}\right] = -\frac{7}{3}\ k\ \ J$$

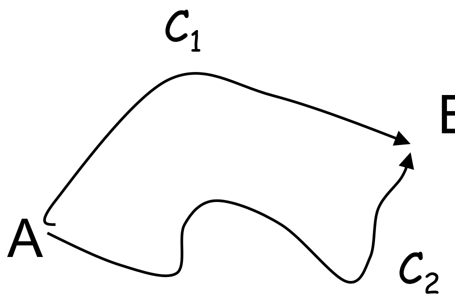
Forze conservative

Si chiamano conservative le forze il cui lavoro non dipende dal percorso

$$W = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{s} = -\Delta E_p$$ ha lo stesso valore qualunque sia la traiettoria AB

$$\int_{A,C_1}^{B} \vec{F} \cdot d\vec{s} = \int_{A,C_2}^{B} \vec{F} \cdot d\vec{s}$$ indipendenza dal percorso

$$\int_{A,C_1}^{B} \vec{F} \cdot d\vec{s} = -\int_{B,C_2}^{A} \vec{F} \cdot d\vec{s}$$ proprietà degli integrali



$$\Downarrow$$

$$\int_{A,C_1}^{B} \vec{F} \cdot d\vec{s} + \int_{B,C_2}^{A} \vec{F} \cdot d\vec{s} = 0 \quad \Rightarrow \quad \oint \vec{F} \cdot d\vec{s} = 0$$

Il lavoro lungo un percorso chiuso è NULLO.

Energia potenziale

Per forze conservative posso scrivere il lavoro come variazione di Energia potenziale

$$W = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{s} = -\Delta E_p = E_p(A) - E_p(B)$$

E' una forma di energia legata alla posizione

Come tutti i tipi di energia, sono rilevanti le sue variazioni
→ e' definita a meno di una costante additiva

Il lavoro motore (W > 0) → diminuisce l'energia potenziale
Il lavoro resistente (W < 0) → aumenta l'energia potenziale
Su un percorso chiuso → Lavoro nullo (W = 0)