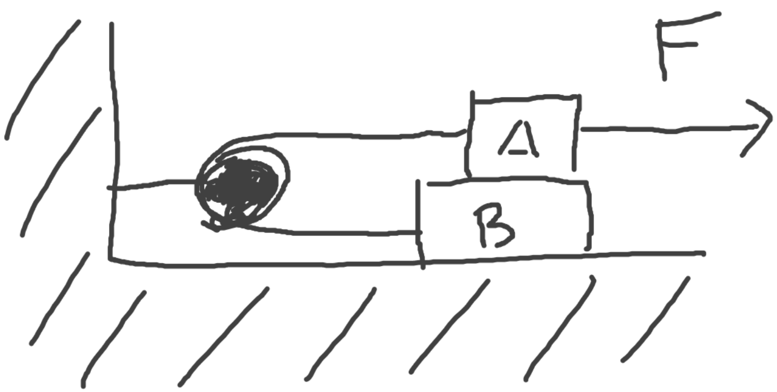
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

Dinamica del punto materiale : forza elastica

Esempio 1

Dato il sistema in figura a cui è applicata una forza costante F = 2N , con m_A= 150 g, m_B= 210 g. Sapendo che μ_d = 0.4 tra i due corpi mentre il piano su cui sono posati è liscio, calcolare l'accelerazione dei corpi e la tensione T della fune inestensibile.



$$\begin{cases} m_A\, a_A = F - F_{att} - T_A \\ m_B\, a_B = - T_B + \mu m_A g \end{cases}$$

Esempio 1

Le due accelerazioni sono uguali in modulo ma hanno verso opposto e la tensione del filo applicata ai due corpi è uguale perché la fune è inestensibile e priva di massa.

$$\begin{cases} m_A\, a = F - \mu m_A g - T \\ -m_B\, a = -T + \mu m_A g \end{cases}$$

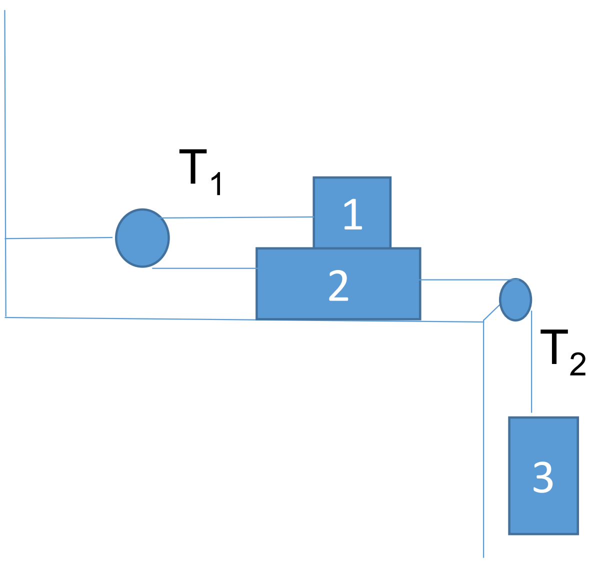
Sommando le due equazioni otteniamo che

$$T = \tfrac{1}{2}\left(F - (m_A - m_B)a\right)$$

$$a = (F - 2\mu m_A g)/(m_A + m_B)$$

Esempio 2

Una massa m_1= 1kg è posta sopra una massa m_2= 2.5 kg. Le due sono collegate da una fune inestensibile e priva di massa.
Una terza massa m_3=5 kg è collegata ad m_2 da una fune inestensibile e priva di massa. Il coefficiente di attrito dinamico vale
μ_d= 0.3 per tutte le superfici di contatto. Calcolare a_1 , a_2 , a_3 e T_1 e T_2



$$
\begin{cases}
m_3 a = m_3 g - T_2 \\
m_2 a = T_2 - T_1 - \mu_d (m_1 + m_2) g - \mu m_1 g \\
m_1 a = -T_1 + \mu m_1 g
\end{cases}
$$

Esempio 2

Università degli Studi di Padova

Dato che la fune è inestensibile osserviamo che $a_1 = a_2 = a_3$ in modulo e che il verso di a_1 è opposto a quello di a_2 ed a_3.

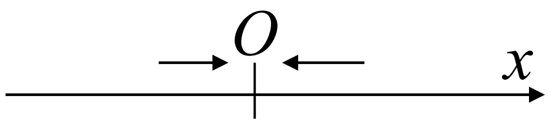
Poniamo queste condizioni nel sistema scritto in precedenza e risolvendolo sommando membro a membro le tre equazioni otteniamo che:

$a = 3.86\ m/s^2$

$T_2 = 29.7\ N$

$T_1 = 6.8\ N$

Forza elastica

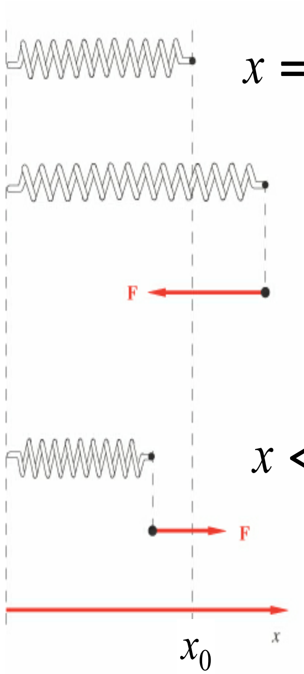


Il modulo della forza è proporzionale alla distanza

La forza elastica è sempre rivolta verso il *centro* O

$$\vec{F} = -k\,x\,\vec{u}_x \qquad k: \text{costante elastica}$$

<u>MOLLA: sistema semplice che sviluppa una forza elastica</u>



$x = x_0$

$x > x_0$

$x < x_0$

$$\boxed{F(x = x_0) = 0}$$

$$\boxed{F(x > x_0) = -k(x - x_0)}$$

$$\boxed{F(x < x_0) = -k(x - x_0)}$$

Esercizio 1

Due corpi di uguale massa m = 1 kg sono legati tra loro mediante un filo ideale; vengono attaccati all'estremità di una molla ideale di costante elastica k =200 N/m, posta in posizione verticale e con l'altra estremità vincolata al soffitto.

a) Calcolare l'allungamento della molla ΔX_0 rispetto alla sua lunghezza a riposo quando il sistema si trova in posizione di equilibrio.

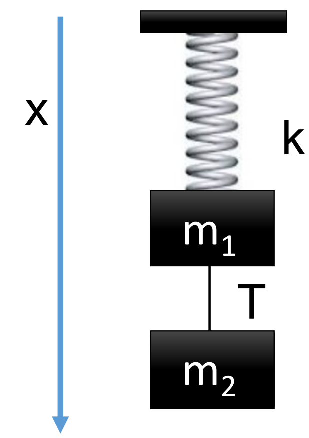
Ponendo la condizione di equilibrio per le due masse otteniamo che:

$$m_2 g - T = 0$$

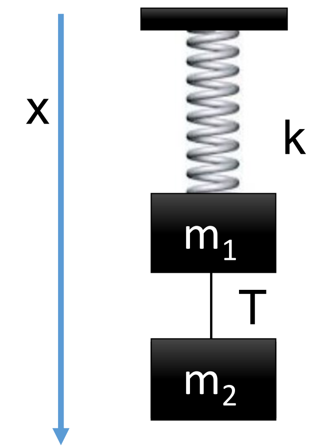
$$m_1 g + T - k\,\Delta X_0 = 0$$

$$\xrightarrow{m_1 = m_2}$$

$$\Delta X_0 = 2mg/k$$



b) Se i corpi vengono tirati verso il basso in modo che la molla risulti allungata di $\Delta X_1 = 20$ cm rispetto alla sua posizione di riposo e poi lasciati liberi, quale sarà l'accelerazione nell'istante in cui partono verso l'alto?



Scrivendo il secondo principio della dinamica

$mg - T = ma$ massa 2

$mg + T - k\,\Delta X_1 = ma$ massa 1

$\Rightarrow$ $a = (k/2m)\,\Delta X_1 - g$

c) Se il filo sopporta una tensione massima $T_{max} = 50$ N, qual è il massimo allungamento ΔX_{max} a cui posso sottoporre la molla e poi lasciare andare i corpi senza che il filo si rompa?

Dalle equazioni precedenti ottengo che $T = k\,\Delta X / 2$, sostituendo il valore massimo della tensione T ottengo l'allungamento massimo della molla

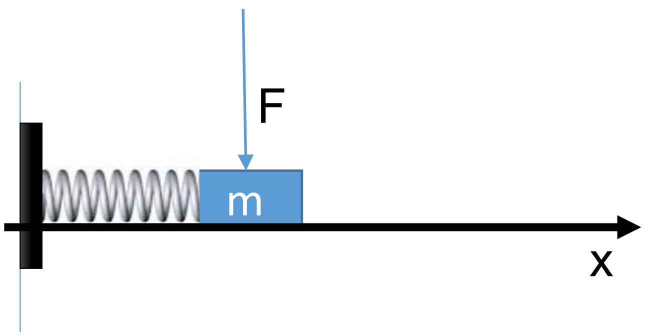
$$\Delta X_{max} = 2T_{max}/k$$

Esercizio 2

Un blocchetto di massa m=0.5 kg, posto su un piano orizzontale scabro, è fissato all'estremità di una molla di costante elastica $k = 10^3$ N/m, compressa di ΔL=18 mm.

- Il blocchetto è tenuto fermo **applicando** una forza verticale di modulo F = 15 N. Sapendo che questo valore di F è l'intensità minima necessaria per tenere il blocchetto in quiete, si ricavi il coefficiente di attrito statico.

Pongo l'equilibrio delle forze:



$N = F + mg$ asse y

$k\,\Delta L - \mu_s N = 0$ asse x

$$\mu_s = \frac{k\,\Delta L}{F+mg} = 0.9$$