Moto rettilineo uniformemente accelerato

$\boxed{a = \text{cost}}$

L'accelerazione non cambia nel tempo

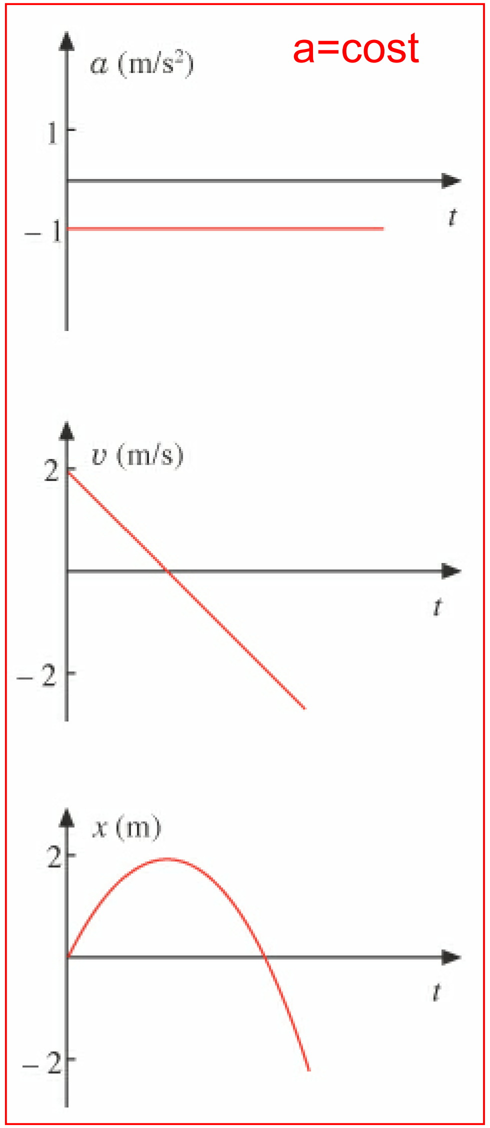
$$v(t) = v_0 + \int_{t_0}^{t} a(t)dt = v_0 + a\int_{t_0}^{t} dt = v_0 + a(t - t_0)$$

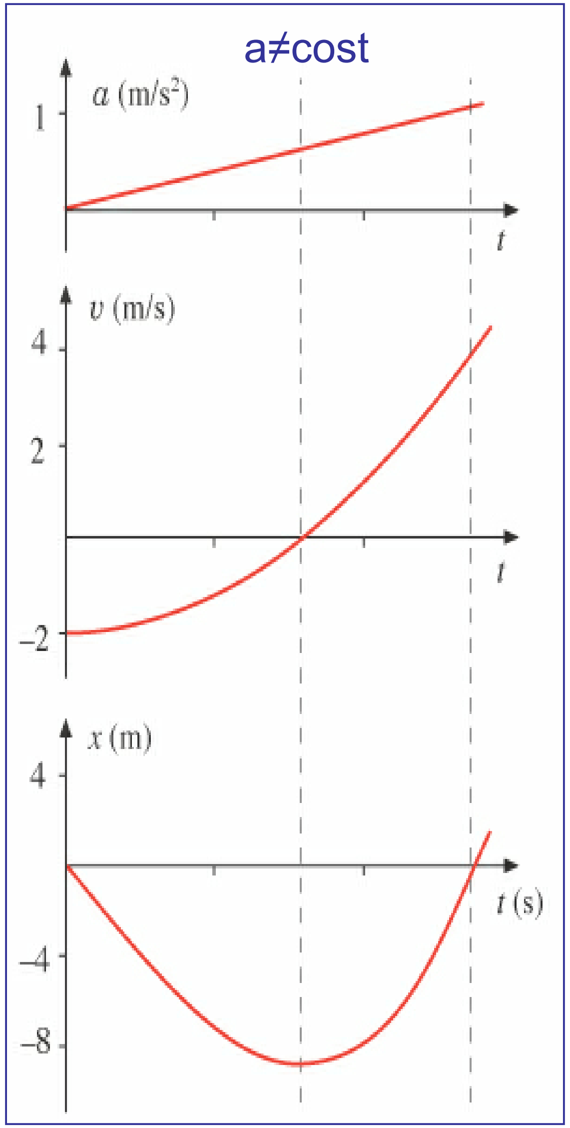
Legge oraria del moto rettilineo uniformemente accelerato

$$x(t) = x_0 + \int_{t_0}^{t} v(t)dt = x_0 + \int_{t_0}^{t} [v_0 + a(t - t_0)]dt$$
$$= x_0 + v_0(t - t_0) + \tfrac{1}{2}a(t - t_0)^2$$

Esempi di moti rettilinei

moto rettilineo uniformemente accelerato





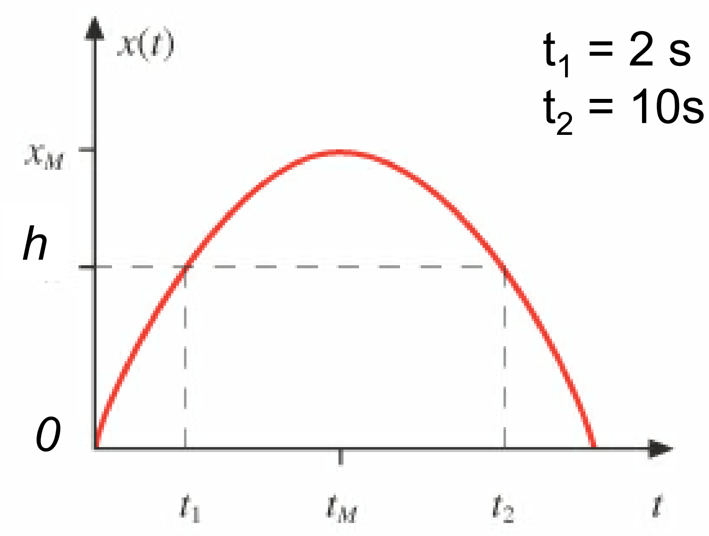
moto rettilineo accelerato

Esercizio 1

Università degli Studi di Padova

Una particella viene lanciata dalla quota x=0 verso l'alto con velocità iniziale v_0 e al tempo t= 2s si trova a passare per un punto che è ad altezza h rispetto al punto di partenza.
Sapendo che al tempo t=10s passa di nuovo per il punto ad altezza h da terra, calcolare il valore di h e di v_0.

Moto ad accelerazione costante



t_1 = 2 s
t_2 = 10s

Possiamo scrivere che:

$$\begin{cases} x(t) = v_0\, t - \frac{1}{2} g t^2 \\ x(t_1) = x(t_2) \end{cases}$$

Inserendo i valori numerici otteniamo:

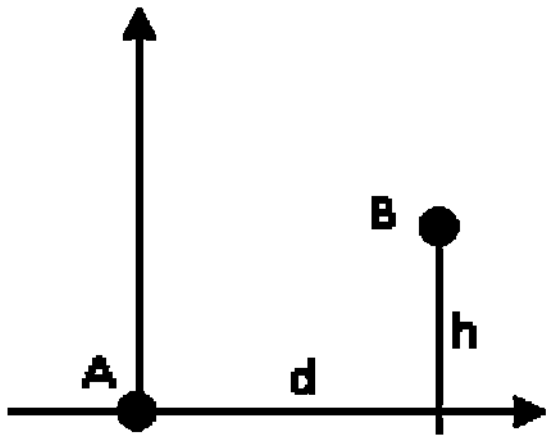
$$\begin{cases} h = 2\,v_0 - \frac{1}{2}\,g \cdot 4 \\ h = 10\,v_0 - \frac{1}{2}\,g \cdot 100 \end{cases}$$

Le soluzioni del sistema di due equazioni in due incognite sono:

$h = 98$ m
$v_0 = 58.8$ m/s

Esercizio 2

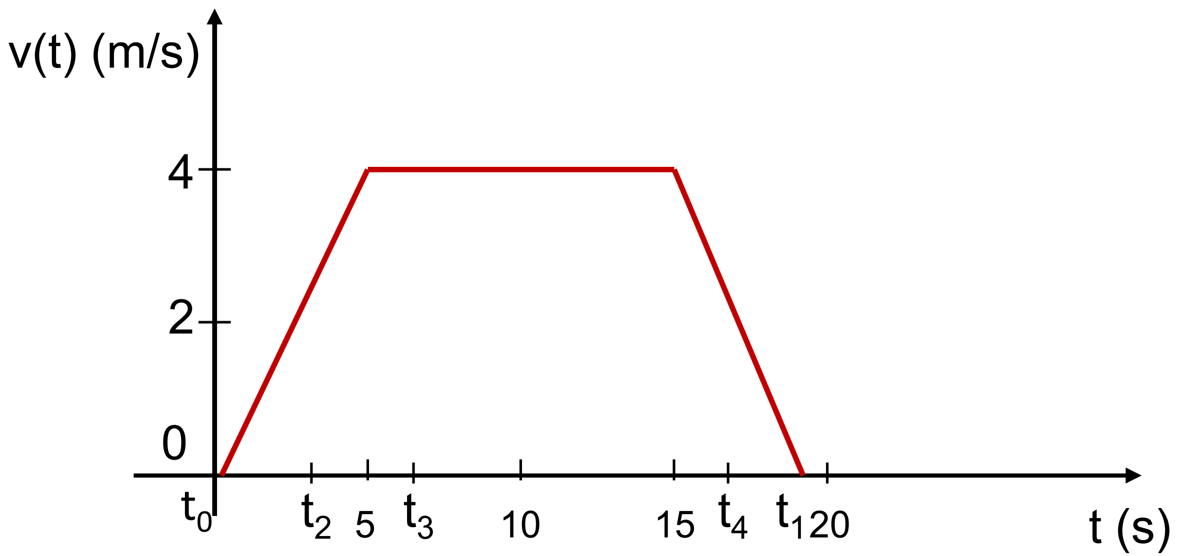
Si calcoli la velocità ***v*** a cui deve muoversi, di moto rettilineo uniforme, un corpo A su un piano orizzontale per urtare un corpo B che viene lasciato cadere verticalmente da un'altezza h=150 m . Il corpo B cade con accelerazione verticale costante diretta verso il basso e di modulo g = 9.8 m/s^2 . All'inizio della caduta il corpo B si trova ad una distanza d=9 m lungo l'asse x dal punto di partenza di A.
Disegnare i grafici delle funzioni x = f(t) , y = f(t) , v = f(t) e a = f(t) per i corpi A e B.



[v = 1,63 m/s]

Esercizio 3

In figura è riportato il grafico della funzione v(t) nell'intervallo di tempo $t=0$, $t_1 = 19$s.



Calcolare lo spazio percorso nell'intervallo di tempo $t_1 - t_0$ e l'accelerazione ai tempi $t_2 = 3$ s, $t_3 = 7$ s e $t_4 = 17$ s.

Esercizio 3

Lo spazio percorso è pari all'integrale della funzione v(t) tra gli istanti t=0 e t_1= 19s.
Graficamente è rappresentato dall'area racchiusa tra la curva v(t) e l'asse delle ascisse, quindi otteniamo:

x = [(10 + 19) * 4]/2 = 58 m

dal controllo dimensionale abbiamo che

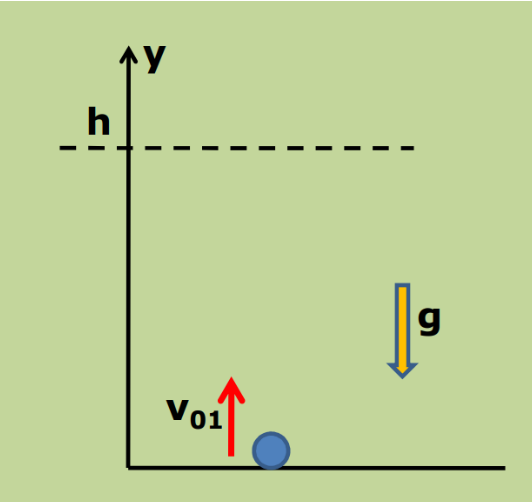
[m] = ([s] +[s]) * [m]/[s]

L'accelerazione è la derivata della velocità quindi all'istante t_2 è pari al coefficiente angolare della retta ed è pari a 4/5 = 0.8 m/s^2 , all'istante t_3 è pari a zero e all'istante t_4 è pari a -4/4 = -1 m/s^2 .

Esercizio 4

Università degli Studi di Padova

Un sasso viene lanciato verticalmente verso l'alto con una velocità iniziale v_{01}=25m/s. Si calcoli la massima quota raggiunta ed il tempo impiegato. Un secondo sasso è lanciato verso l'alto, lungo la stessa traiettoria del primo, quando il primo si ferma in quota. Il secondo sasso ha una velocità iniziale v_{02}=15m/s. Dopo quanto tempo si incontreranno i due sassi? A quale quota?



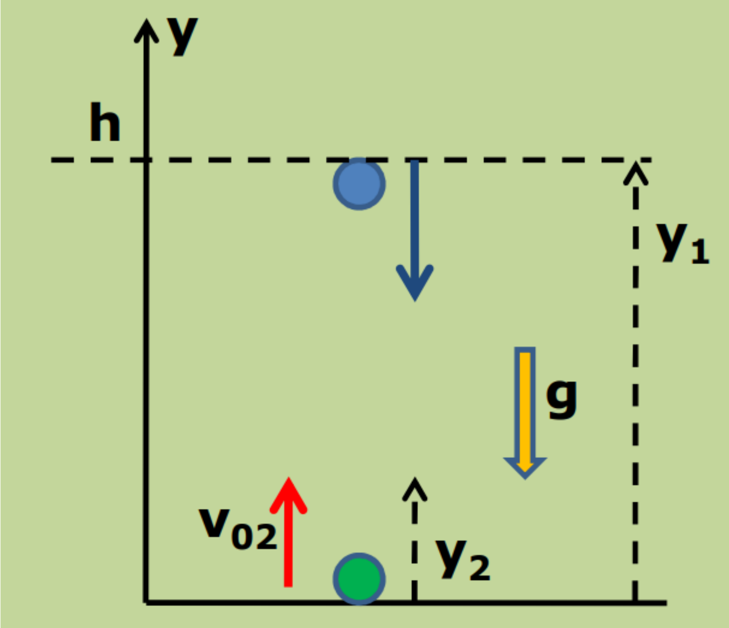
$$h = \frac{v_{01}^2}{2g} = \frac{(25)^2}{2(9.8)} = 31.8m$$

$$v_f = v_{01} - gt = 0$$

$$t = \frac{v_{01}}{g} = \frac{25}{9.8} = 2.55\,\mathrm{s}$$

Esercizio 4

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA



Scriviamo le equazioni del moto dei due sassi

$$y_1 = h - \frac{1}{2} g t^2$$

Per il sasso n°2 si ha ovviamente

$$y_2 = -\frac{1}{2} g t^2 + v_{02} t$$

Quando si toccheranno dovrà essere $y_1 = y_2$. Quindi

$$h - \frac{1}{2} g t^2 = -\frac{1}{2} g t^2 + v_{02} t$$

$$t_i = \frac{h}{v_{02}} = \frac{31.8}{15} = 2.12\,\mathrm{se}$$

$$y_i = h - \frac{1}{2} g t_i^2 = 31.8 - \frac{1}{2} 9.8 (2.12)^2 = 9.77 m$$