

Esercizio



Devi prendere un treno per andare in vacanza e parti con l'auto in direzione della stazione 30 minuti prima dell'orario di partenza del treno, dovrebbe essere un tempo sufficiente perchè la stazione dista 16km.

Lungo la strada ci sono dei lavori in corso e la tua velocità media nei primi 15 minuti è di 8 km/h. Quale velocità media devi tenere per il resto del percorso per arrivare in orario alla stazione?

Se nei primi 15 minuti hai una velocità di 8 km/h avrai percorso 2 km, quindi nei restanti 15 minuti devi percorrere 14 km.

Pertanto la tua velocità dovrà essere di $14000 \text{ m} / 15 \cdot 60 \text{ s} = 15,5 \text{ m/s} = 55,8 \text{ km/h}$.

Moto accelerato

La velocità cambia nel tempo

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

accelerazione
media

L'accelerazione istantanea è:

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2 x}{dt^2}$$

- $a = 0 \rightarrow v = \text{cost} \rightarrow$ moto rettilineo uniforme
- $a = \text{cost} \rightarrow$ moto rettilineo uniformemente accelerato
- a non è costante \rightarrow moto vario $\rightarrow a(t)$
- $a > 0 \rightarrow$ la velocità cresce
- $a < 0 \rightarrow$ la velocità decresce

Unità di misura: $[a]=[v]/[t]=\text{m/s}^2$

Accelerazione

$$a = \frac{dv}{dt}$$



$$dv = a(t) dt$$



$$\Delta v = v_2 - v_1 = \int_{v_1}^{v_2} dv = \int_{t_1}^{t_2} a(t) dt$$

$$v(t) = v_0 + \int_{t_0}^t a(t) dt$$

È fondamentale conoscere le condizioni iniziali (v_0 e t_0)

Nota $x(t)$ → Derivata → $v(t)$ → Derivata → $a(t)$

Nota $a(t)$ → Integrale → $v(t)$ → Integrale → $x(t)$

Moto rettilineo uniformemente accelerato



$$a = \text{cost}$$

L'accelerazione non cambia nel tempo

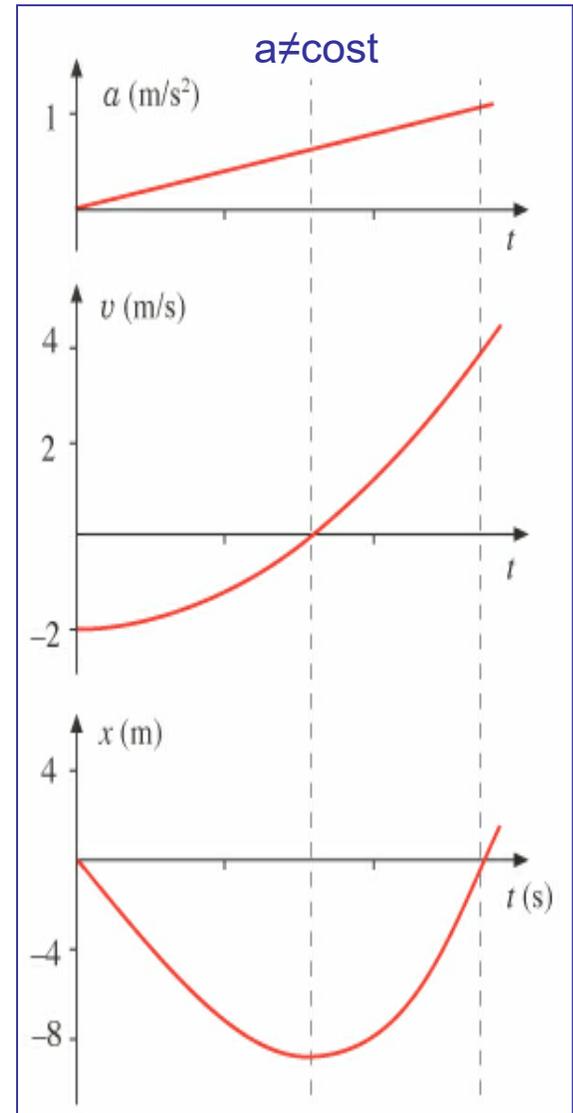
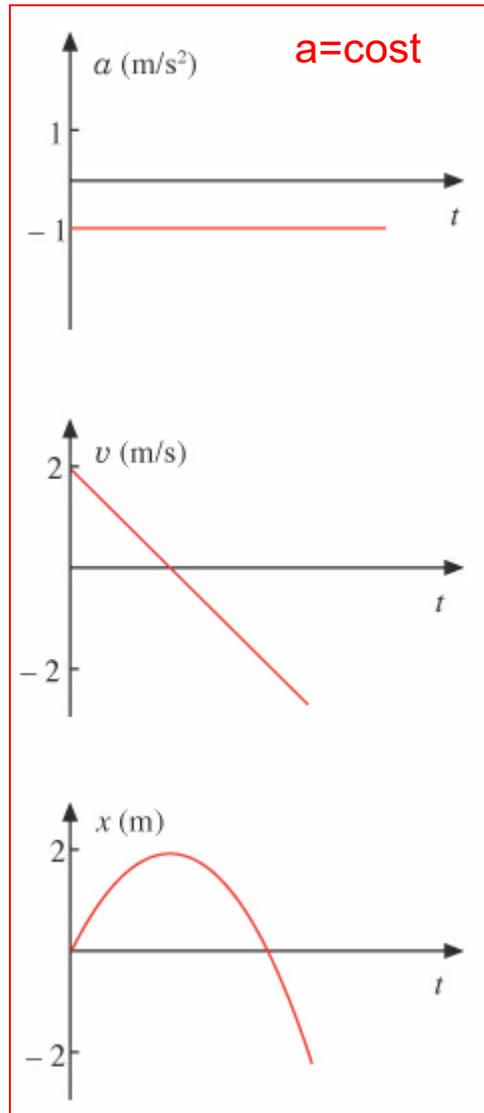
$$v(t) = v_0 + \int_{t_0}^t a(t) dt = v_0 + a \int_{t_0}^t dt = v_0 + a(t - t_0)$$

Legge oraria del moto rettilineo uniformemente accelerato

$$\begin{aligned} x(t) &= x_0 + \int_{t_0}^t v(t) dt = x_0 + \int_{t_0}^t [v_0 + a(t - t_0)] dt \\ &= x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2} a(t - t_0)^2 \end{aligned}$$

Esempi di moti rettilinei

moto rettilineo uniformemente accelerato



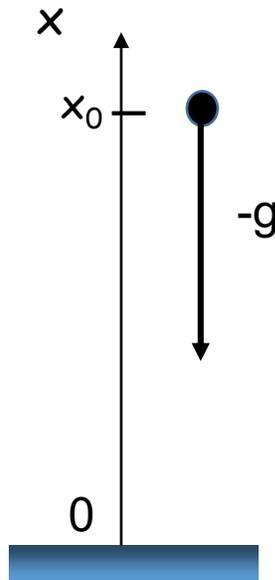
moto rettilineo accelerato

Moto di caduta libera



Il moto di caduta libera è un esempio di moto rettilineo con accelerazione costante.

Se trascuriamo l'attrito dell'aria l'accelerazione a cui è soggetto un corpo è costante, supponendo che venga lasciato cadere liberamente possiamo scrivere che:



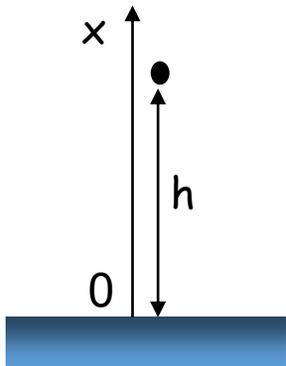
$$a = -g \quad g = 9.8\text{m/s}^2$$

$$v(t) = v_0 - g(t - t_0)$$

$$x(t) = x_0 + v_0(t - t_0) - \frac{1}{2} g(t - t_0)^2$$

Moto di caduta libera

Nel caso in cui il corpo venga lasciato cadere da fermo da un'altezza h rispetto al suolo, nell'istante iniziale possiamo scrivere che:



$$x_0 = h, v_0 = 0$$

$$t_0 = 0, a = -g$$

La velocità in funzione del tempo sarà: $v(t) = -gt$

La distanza x percorsa in funzione del tempo sarà: $x(t) = h - \frac{1}{2}gt^2$

Il tempo necessario a raggiungere il suolo si otterrà ponendo la condizione:

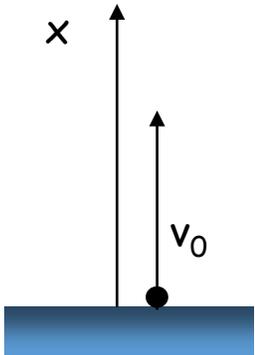
$$\mathbf{x(t) = 0} \quad \longrightarrow \quad 0 = h - \frac{1}{2}gt^2 \quad \longrightarrow \quad t(x = 0) = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Di conseguenza la velocità con cui il corpo arriva a terra sarà:

$$v(t) = -gt \quad \longrightarrow \quad v(t) = -\sqrt{\frac{2hg^2}{g}} \quad \longrightarrow \quad v(x = 0) = -\sqrt{2gh}$$

Colpo lanciato verso l'alto

Se il corpo viene lanciato da terra verso l'alto con velocità iniziale v_0 , le condizioni iniziali sono differenti e abbiamo che:



$$x_0 = 0, v_0 > 0, t_0 = 0, a = -g$$

La velocità in funzione del tempo sarà: $v(t) = v_0 - gt$

La distanza x percorsa in funzione del tempo sarà: $x(t) = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$

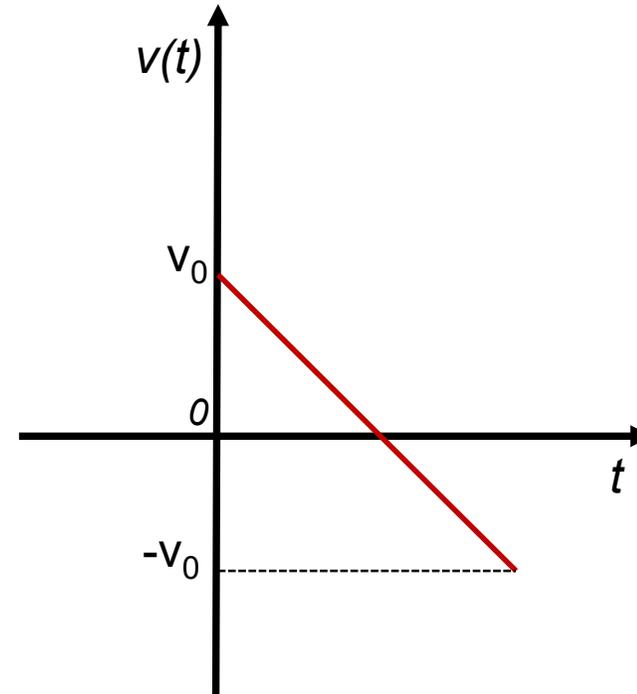
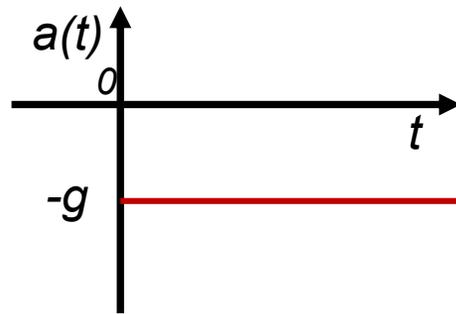
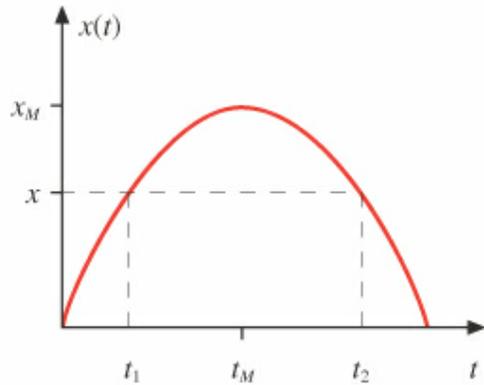
Il tempo necessario a raggiungere la massima altezza si ottiene imponendo la condizione $v = 0$

$$0 = v_0 - gt \longrightarrow t(v=0) = v_0 / g$$

Al tempo t la massima altezza raggiunta sarà quindi pari a :

$$x(v=0) = v_0 \frac{v_0}{g} - \frac{1}{2} g \frac{v_0^2}{g^2} = \frac{v_0^2}{2g}$$

Corpo lanciato verso l'alto



- il tempo di salita è uguale al tempo di caduta
- l'altezza raggiunta dipende dal quadrato della velocità
- **la velocità al suolo è uguale alla velocità di partenza v_0 in modulo ma ha verso opposto**