

# Laboratorio Branch-and-bound

Luigi De Giovanni

Dipartimento di Matematica, Università di Padova

## Esempio “Zaino binario”

Risolvere con il metodo del Branch-and-bound:

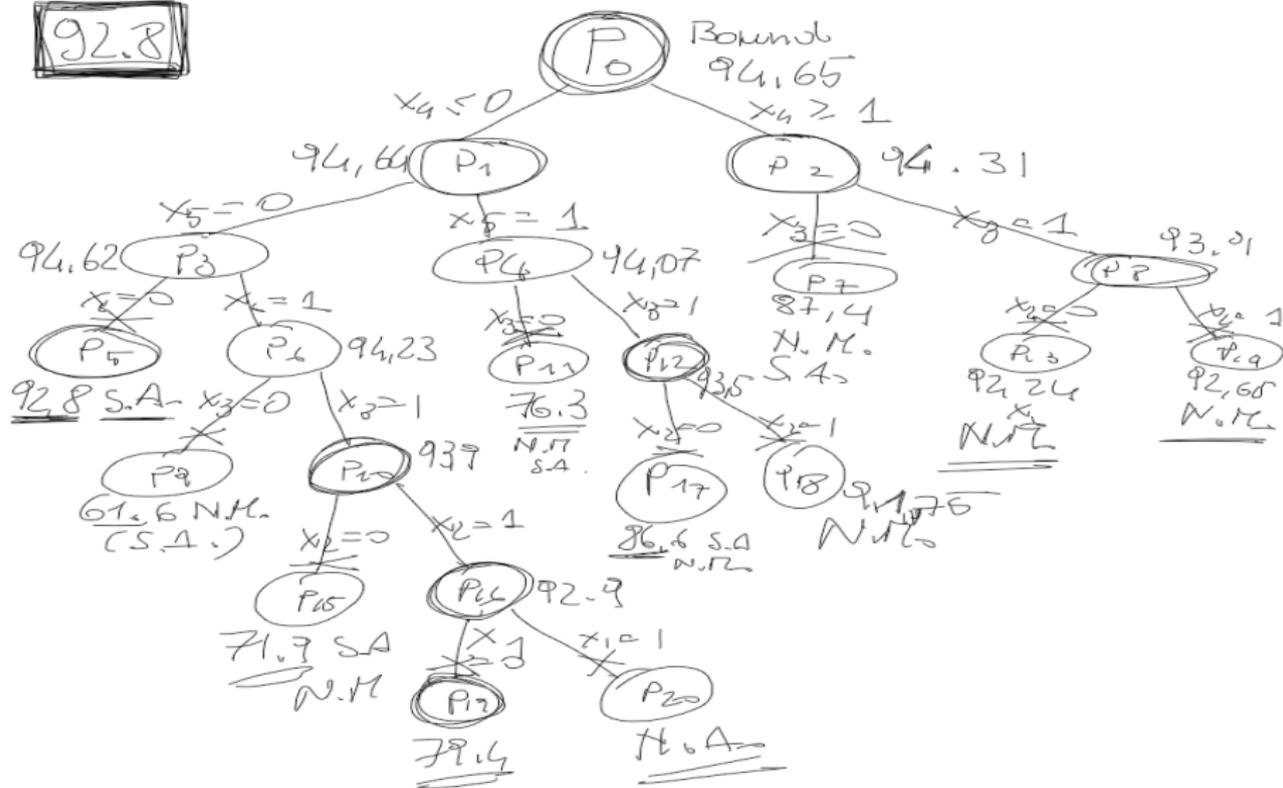
$$\begin{aligned} \max \quad & 22.5 x_1 + 30.0 x_2 + 40.3 x_3 + 11.1 x_4 + 14.7 x_5 + 9.1 x_6 \\ \text{s.t.} \quad & 10 x_1 + 15 x_2 + 21 x_3 + 6 x_4 + 8 x_5 + 5 x_6 \leq 47 \\ & x_1, \dots, x_6 \in \{0, 1\} \end{aligned}$$

- Branching: binario
- Bound: rilassamento continuo (usare AMPL!)
- Fathoming: standard
- Esplorazione: a piacere (Best Bound First)
- Valutazione soluzioni ammissibili: nessuno (da rilassamento intero)
- Stop: lista nodi aperti vuota

# Esempio "Zaino binario": soluzione

Nodi numerati nell'ordine di esplorazione (BBF)

92.8



## Esempio “PLI generico”

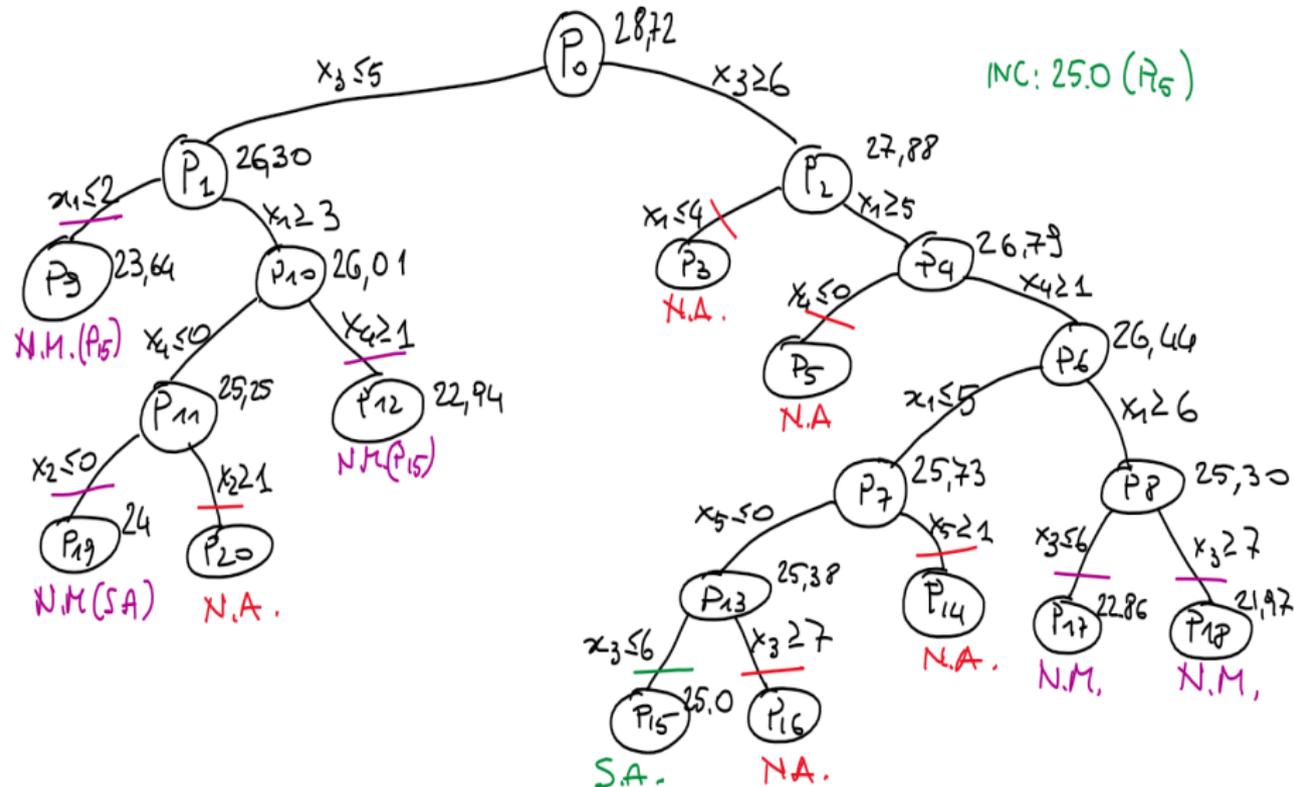
Risolvere con il metodo del Branch-and-bound:

$$\begin{aligned} \max \quad & 3x_1 - 8x_2 + 3x_3 - 8x_4 + 13x_5 \\ \text{s.t.} \quad & -2x_1 + 7x_2 + 4x_3 + 1.5x_4 + 9x_5 \leq 16 \\ & -6x_1 + 5x_2 + 5x_3 + 7.2x_4 - 3x_5 \geq 7 \\ & x_1, \dots, x_5 \in \mathbb{Z}^+ \end{aligned}$$

- Branching: binario su variabile “meno frazionaria”
- Bound: rilassamento continuo (usare AMPL!)
- Fathoming: standard
- Esplorazione: a piacere (Best Bound First)
- Valutazione soluzioni ammissibili: nessuno (da rilassamento intero)
- Stop: lista nodi aperti vuota

# Esempio "PLI generico": soluzione

Nodi numerati nell'ordine di esplorazione (BBF)



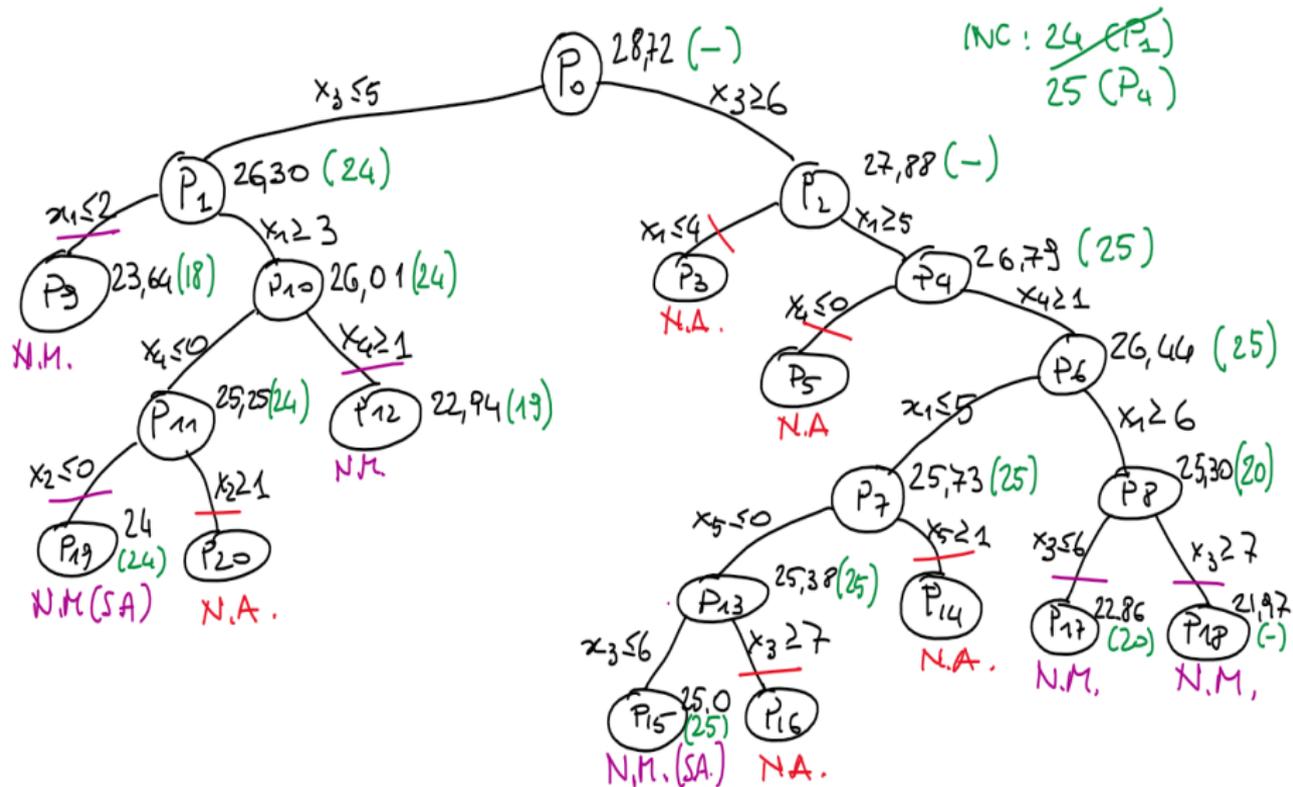
## Esempio “PLI generico - miglioramenti”

Si consideri il problema dell'Esempio “PLI generico”. Quale sarebbe lo sviluppo dell'albero di B&B con le seguenti varianti:

- variante A: provare a generare, ad ogni nodo, una soluzione ammissibile approssimando per difetto la soluzione frazionaria ottenuta con il rilassamento continuo
- variante B: migliorare il bound osservando che tutti i coefficienti e tutte le variabili della funzione obiettivo, **nello specifico problema in esame**, sono interi, quindi il valore della funzione obiettivo è intero.

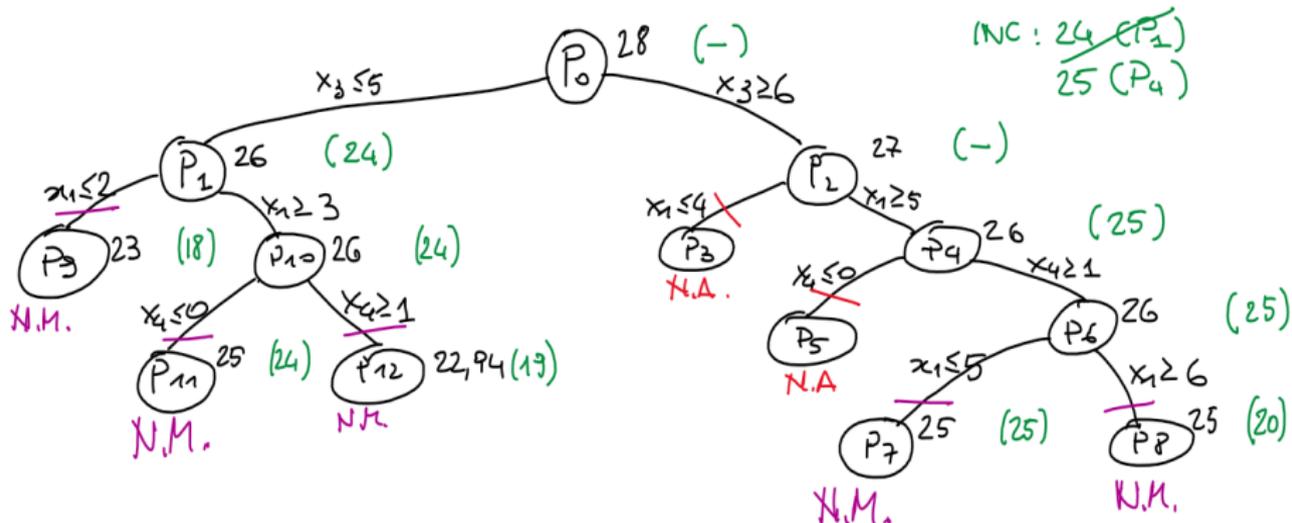
# Esempio "PLI generico - A": soluzione

"n.d.": non disponibile (la soluzione arrotondata non è ammissibile)



# Esempio "PLI generico - A e B": soluzione

"n.d.": non disponibile (la soluzione arrotondata non è ammissibile)



## Esempio “PLI generico”: osservazioni

- variante A: si ottengono diverse soluzioni ammissibili, che permettono rapidamente di aggiornare l'incumbent prima al valore 24 (nodo  $P_1$ ) e poi al valore 25 (nodo  $P_4$ ). Seguendo l'esplorazione BBF, alcuni nodi (ad esempio  $P_9$ ) vengono chiusi prima rispetto al precedente albero (con un piccolo risparmio di memoria utilizzata), tuttavia non si risparmia in termini di nodi complessivamente valutati.
- variante A+B: in questo caso, tutti i bound ottenuti con il rilassamento continuo possono essere ulteriormente approssimati all'intero **inferiore** (problema di massimo), permettendo, grazie all'incumbent ottenuta con l'arrotondamento al non  $P_4$ , di chiudere subito anche i nodi  $P_7$ ,  $P_8$  e  $P_{11}$  come non miglioranti.

# Esercizio 1

Risolvere con il metodo del Branch-and-bound:

$$\begin{aligned} \min \quad & 1.97x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 2.14x_4 + 2x_5 \\ \text{s.t.} \quad & -x_1 + 3x_2 + 1x_3 + 2x_4 + x_5 \geq 4 \\ & 2x_1 + 1.5x_2 + 2x_3 + 3x_4 + x_5 \geq 7 \\ & x_1, \dots, x_5 \in \mathbb{Z}^+ \end{aligned}$$

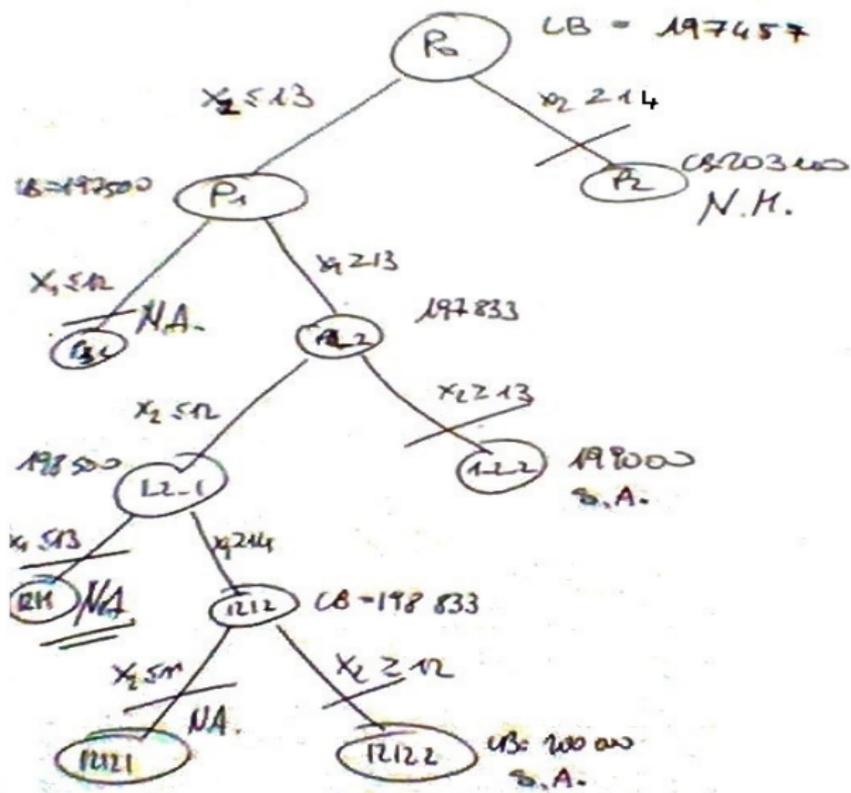
- Branching: binario
- Bound: rilassamento continuo (usare AMPL!)
- Fathoming: standard
- Esplorazione: a piacere (Best Bound First)
- Valutazione soluzioni ammissibili: nessuno (da rilassamento intero)
- Stop: lista nodi aperti vuota

## Esercizio 2

Si consideri il problema “Assunzione multiperiodale di personale” e il modello formulato nelle note “Modelli di Programmazione Lineare”. Si implementi il modello in AMPL e lo si risolva, per il caso descritto nel testo, con il metodo del Branch-and-Bound, assunto di avere a disposizione soltanto un solver per programmazione lineare a variabili continue.

```
assunzionemulti.mod, assunzionemulti.dat
```

# Esercizio 2: soluzione



INCUMBENT  $P_{12122}$   
199000

Modello: produzione  
multi-periodale